

两个双能级原子与双模腔场的 拉曼相互作用*

冯 健

宋同强 王文正 许敬之

(聊城师范学院物理系, 聊城 252059) (聊城师范学院光通信研究所, 聊城 252059)

摘 要 研究了两个双能级原子与双模辐射腔场的拉曼相互作用, 计算了两个原子与腔场具有相同耦合常数但同时考虑原子间偶极-偶极相互作用情形下的辐射谱, 讨论了双模腔场处于不同数态时辐射谱的新特点.

关键词 辐射谱, 双模腔场, 拉曼相互作用.

1 引 言

腔内原子的辐射谱^[1]是量子光学中与 Jaynes-Cummings (J-C)模型紧密相关的研究课题, 因其谱性能反映出原子与辐射场间相互作用的性质而倍受人们注目^[2], 单模腔场中单个及两个双能级原子的辐射谱已得到深入研究^[2~9], 其中, 罗振飞等人研究了两个双能级原子与单模腔通过拉曼相互作用的辐射谱^[5], 发现当两个原子彼此靠得很近时, 两原子与光场之间具有相同的耦合常数 g , 应同时计入原子间的偶极相互作用常数 g_a , 此时的辐射谱具有非对称的七峰结构, 当 $g_a = 0$ 时, 辐射谱呈现出左右对称的三峰结构, 而当 g_a 增大时, 频率不为零的六个峰的位置和高度逐渐偏左右对称性. 但是, 关于两个双能级原子与双模腔场通过拉曼相互作用的辐射谱至今未见报道, 而这方面的研究对于深入探讨原子与光场间相互作用的一般规律具有重要意义. 本文将研究两个双能级原子与双模辐射腔场的拉曼相互作用, 并着重讨论双模腔场处于不同数态时辐射谱的新特点.

2 模型和理论推导

如图 1 所示, 考虑两个原子与双模腔场的拉曼相互作用, 即每个原子具有两个非简并能级 $|-\rangle$ 和 $|+\rangle$, 其能量分别为 ω_- 和 ω_+ (本文中取 $\hbar = 1$), 通过虚能级 $|J\rangle$ 与双模腔场发生拉曼相互作用. 并且, 双模腔场光子的频率 ω_1, ω_2 之差等于原子的跃迁频率 ω_a , 即发生双光子共振, $\omega_1 - \omega_2 = \omega_+ - \omega_- \equiv \omega_a$. 与文献^[5,6]类似, 考虑两个原子彼此靠得很近的情况, 两原

* 山东省自然科学基金资助的课题.

收稿日期: 1994年3月12日; 收到修改稿日期: 1994年5月2日

子与腔场间具有相同的耦合常数 g , 同时计入原子间的偶极相互作用常数 g_a , 在旋波近似下, 两原子与双模腔场系统在上述拉曼相互作用过程中的哈密顿量为:

$$H = \omega_1 a_1^\dagger a_1 + \omega_2 a_2^\dagger a_2 + \omega_a \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sigma_{z,i} + g \sum_{i=1}^2 (a_1 a_2^\dagger \sigma_i^- + \sigma_i^+ a_1^\dagger) + g_a (\sigma_1^+ \sigma_2 + \sigma_2^+ \sigma_1), \quad (1)$$

式中 a_i, a_i^\dagger ($i = 1, 2$) 分别为模 i 腔场的湮灭和产生算符; $\sigma_i^+, \sigma_i, \sigma_{z,i}$ 为第 i 个原子的赝自旋算符. (1) 式的本征方程为

$$H |\psi_i^N\rangle = E_i^N |\psi_i^N\rangle, \quad (2)$$

式中 N 表示 (n_1, n_2) . 将 H 的本征函数 $|\psi_i^N\rangle$ 按两原子-双模腔场拉曼相互作用系统的四个本征基矢 $|\varphi_i^N\rangle$ 展开

$$\left. \begin{aligned} |\psi_i^N\rangle &= \sum_{j=1}^4 C_{ij}^N |\varphi_j^N\rangle, & (i = 1, 2, 3, 4) \\ |\varphi_1^N\rangle &= |+, +, n_1, n_2\rangle, & |\varphi_2^N\rangle = |+, -, n_1 + 1, n_2 - 1\rangle, \\ |\varphi_3^N\rangle &= |-, +, n_1 + 1, n_2 - 1\rangle, & |\varphi_4^N\rangle = |-, -, n_1 + 2, n_2 - 2\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

上述等式右边的四个量子数依次表示第一、二个原子所处的能级及模 1、模 2 腔场所处的数态. 把(3)式代入(2)式可得

$$\sum_{j=1}^4 (\langle \varphi_i^N | H | \varphi_j^N \rangle - E_i^N \delta_{ij}) C_{ij}^N = 0, \quad (i = 1, 2, 3, 4). \quad (4)$$

求解上述方程组得到本征能量 E_i^N 和本征函数 C_{ij}^N 为:

$$\left. \begin{aligned} E_i^N &= (n_1 + 1)\omega_1 + (n_2 - 1)\omega_2 + \lambda_i^N g, \\ \lambda_i^N &= (0, -\delta, \frac{1}{2}(\delta - \sqrt{\delta^2 + 8N^2}), \frac{1}{2}(\delta + \sqrt{\delta^2 + 8N^2})). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$C_{ij}^N = \begin{bmatrix} -\sqrt{\frac{(n_1 + 2)(n_2 - 1)}{N^2}} & 0 & 0 & \sqrt{\frac{(n_1 + 1)n_2}{N^2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \sqrt{\frac{2(n_1 + 1)n_2}{(\lambda_3^N)^2 + 2N^2}} & \frac{\lambda_3^N}{\sqrt{2[(\lambda_3^N)^2 + 2N^2]}} & \frac{\lambda_3^N}{\sqrt{2[(\lambda_3^N)^2 + 2N^2]}} & \sqrt{\frac{2(n_1 + 2)(n_2 - 1)}{(\lambda_3^N)^2 + 2N^2}} \\ \sqrt{\frac{2(n_1 + 1)n_2}{(\lambda_4^N)^2 + 2N^2}} & \frac{\lambda_4^N}{\sqrt{2[(\lambda_4^N)^2 + 2N^2]}} & \frac{\lambda_4^N}{\sqrt{2[(\lambda_4^N)^2 + 2N^2]}} & \sqrt{\frac{2(n_1 + 2)(n_2 - 1)}{(\lambda_4^N)^2 + 2N^2}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

在(5)式和(6)式中, $\delta = g_a/g$, $i, j = 1, 2, 3, 4$, $N^2 = (n_1 + 1)n_2 + (n_1 + 2)(n_2 - 1)$.

双模腔场-两原子系统的辐射谱可按下式计算^[3]

$$S_N(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] \int_0^T dt \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t')] \cdot \langle \phi(0) | D^+(t') D(t) | \phi(0) \rangle \quad (7)$$

其中 Γ 和 T 分别是谱仪带宽和测量时间, $D^+ = \sigma_1^+ + \sigma_2^+$, $D = \sigma_1 + \sigma_2$, $|\phi(0)\rangle$ 是系统的初态. 由于初始时刻双模腔场处于任意态 $\sum_{n_1, n_2} C_{n_1, n_2}^{(1)} C_{n_1, n_2}^{(2)} |n_1, n_2\rangle$ 时, 原子的辐射谱为双模腔场处于各种

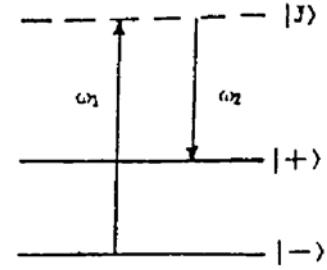


Fig. 1 Raman interaction of a pair of two-level atoms with two-mode cavity fields, $|-\rangle$ and $|+\rangle$ are the atom's nondegenerate energy level, $|J\rangle$ is the virtual energy level

数态 $|n_1, n_2\rangle$ 时原子辐射谱的加权求和, 权重函数为相应的双模腔场的光子数分布^[10], 因此, 双模腔场初始处于任意态时原子辐射谱的许多重要特征可通过分析初始处于数态 $|n_1, n_2\rangle$ 时原子辐射谱的特点而得到^[4,9], 所以, 与文献[5~7]类似, 取初始时刻两个原子都处于 $|+\rangle$ 态, 且双模腔场处于数态 $|n_1, n_2\rangle$, 即 $|\phi(0)\rangle = |+, +; n_1, n_2\rangle$, 由(1)、(3)、(4)、(7)式及反变换(3)式, 经过繁复的运算, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} S_N(\omega) &= 2\Gamma \sum_{l=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{kl}^N Z_{kl}^N(\omega) \right|^2, \\ G_{kl}^N &= C_{kl}^N [C_{l2}^{N*} (C_{l2}^{N'} + C_{l3}^{N'} + (C_{l2}^{N'})^*) + C_{l3}^{N*} C_{l4}^{N'}], \\ Z_{kl}^N(\omega) &= \frac{\exp\{-i[\omega - (E_l^N - E_l^{N'})]T\} - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma - i[\omega(E_l^N - E_l^{N'})]} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

上式中, N' 表示 $(n_1 - 1, n_2 + 1)$. 从上式可知, 辐射谱的峰值位置和相对峰高分别由 $\omega = E_l^N - E_l^{N'}$ 和 $\sum_{l=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{kl}^N \right|^2$ 决定. 由(5)、(6)、(8)式可求得辐射谱的峰位和相对峰高表达式, 结果列于表1, 其中 N' 代表 $(n_1 - 1, n_2 + 1)$, $N^2 = (n_1 + 1)n_2 + (n_1 + 2)(n_2 - 1)$, $N'^2 = n_1(n_2 + 1) + (n_1 + 1)n_2$, $M_{3,4}^{N'} = (\lambda_{3,4}^{N'})^2 + 2N^2$, $M_{3,4}^{N'} = (\lambda_{3,4}^{N'})^2 + 2N'^2$. 表2为表1在 $n_1 = 0, n_2 \gg 1$ 及 $n_1 \gg 1, n_2 \gg 1$ 时的特例.

Table 1 Emission spectrum $S_N(\omega)$ of two dipole interactive atoms through Raman interaction with two-mode cavity field

position of peak ($\omega - \omega_0$)	relative height of peak
$\frac{1}{2}(-\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 8N'^2})g$	$\frac{2(n_1 + 2)^2(n_2 - 1)^2(\lambda_{3,4}^{N'})^2}{N^4 M_{3,4}^{N'}}$
$\frac{1}{2}(\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 8N'^2})g$	$\frac{4(n_1 + 1)(n_2 + 1)n_1 n_2 (\lambda_{3,4}^{N'})^2}{N'^2 (M_{3,4}^{N'})^2}$
$\pm \frac{1}{2}(\sqrt{\delta^2 + 8N^2} + \sqrt{\delta^2 + 8N'^2})g$	$\frac{8(n_1 + 1)^2 n_2^2 (\lambda_{3,4}^{N'} + \lambda_{3,4}^{N'})^2}{M_{3,4}^{N'} (M_{3,4}^{N'})^2}$
$\pm \frac{1}{2}(\sqrt{\delta^2 + 8N^2} - \sqrt{\delta^2 + 8N'^2})g$	$\frac{8(n_1 + 1)^2 n_2^2 (\lambda_{3,4}^{N'} - \lambda_{3,4}^{N'})^2}{M_{3,4}^{N'} (M_{3,4}^{N'})^2}$

Table 2 Emission spectra $S_N(\omega)$ for $n_1 = 0, n_2 \gg 1$ and $n_1 \gg 1, n_2 \gg 1$, respectively

position of peak ($\omega - \omega_0$)		relative height of peak	
$n_1 = 0, n_2 \gg 1$	$n_1 \gg 1, n_2 \gg 1$	$n_1 = 0, n_2 \gg 1$	$n_1 \gg 1, n_2 \gg 1$
$\pm \sqrt{2n_2}g$	$\pm 2\sqrt{n_1 n_2}g$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{4}$
$\pm \sqrt{6n_2}g$	$\pm 2\sqrt{n_1 n_2}g$	0	$\frac{1}{8}$
$\pm \sqrt{2n_2}(\sqrt{3} + 1)g$	$\pm 4\sqrt{n_1 n_2}g$	$\frac{2 - \sqrt{3}}{18}$	0
$\pm \sqrt{2n_2}(\sqrt{3} - 1)g$	0	$\frac{2 + \sqrt{3}}{18}$	$\frac{1}{2}$

3 辐射谱的特性分析

由表1可知, 一般情况下, 辐射谱为非对称的八峰结构, 该结果与两原子和单模腔场通过拉曼相互作用的辐射谱^[5]明显不同, 后者为不对称的七峰结构. 下面具体分析双模腔场处于不同的数态时辐射谱的特性.

1) $n_1 = 0, n_2 \gg 1$, 即模1腔场处于真空态, 而模2腔场为强场时, 辐射谱的峰位和相对峰高列于表2第一、三栏. 可以看出, 这时有两个峰因高度为零而消失, 辐射谱呈现对称的六峰结构, 任意两对称峰的间距均与 $\sqrt{2n_2}g$ 成对比. 该结果与两原子和单模腔通过拉曼相互作用的辐射谱^[5]相比较, 既不同于真空场中的辐射谱(位于 $\omega = -g_0$ 的单峰结构), 也不同于强场中的辐射谱(对称三峰结构).

2) $n_1 \gg 1, n_2 \gg 1$, 即两模腔场均为强场时, 辐射谱的峰位和相对峰高列于表2第二、四栏. 可以看出, 第一、二行的四个峰合并为两个峰(其峰间距为 $4\sqrt{n_1 n_2}g$, 相对峰高均为 $3/8$),

第三行的两个峰因高度趋于零而消失, 第四行的两个峰合并为 $\omega = \omega_0$ 的中心峰, 其相对峰高为 $1/2$, 即辐射谱为关于 $\omega = \omega_0$ 对称的三峰结构, 两个边峰的高度均为中心峰高度的 $3/4$, 这个结果与两原子和单模腔场拉曼相互作用时^[5]在强场中的辐射谱行为一致.

3) $\delta = 0, n_1 = 0, n_2 \neq 0$, 即不考虑原子间的偶极相互作用($g_a = 0$), 模 1 腔场处于真空态, 模 2 腔场处于数态时, 辐射谱随 n_2 的变化关系示于图 2. 当 $n_2 = 1$ 时, 谱为位于 $\omega = \omega_0$ 的共振单峰结构, 而当 n_2 增大时, 谱分裂成对于 $\omega = \omega_0$ 对称的六峰结构, 峰间距随着 n_2 的增大而增大, 该特点与两原子和单模腔场通过拉曼相互作用的辐射谱^[5]在不考虑原子间偶极作用时的结果相比较, 两者有很大差别, 后者为关于 $\omega = 0$ 对称的三峰结构.

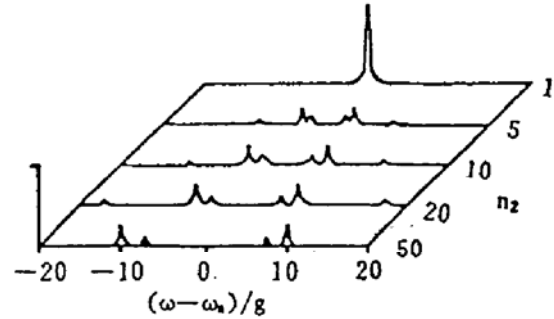


Fig. 2 Emission spectrum $S_N(\omega)$ versus n_2 for $n_1 = 0, \delta = 0$

4) $n_1 = 0, n_2 = 1$ 时, 辐射谱随 δ 的变化关系示于图 3. 当 $\delta = 0$, 即不考虑原子间偶极作用时, 谱为位于 $\omega = \omega_0$ 的共振单峰, 随着 δ 的增加, 共振单峰分裂成非对称三峰, 其中位于 $\omega = \omega_0$ 的中心峰的相对峰高逐渐降低, 而左边峰的相对峰高不断升高, 形成了峰位关于 $\omega = \omega_0$ 对称、峰高不相等、峰间距随着 δ 的增加而增加的不对称三峰结构.

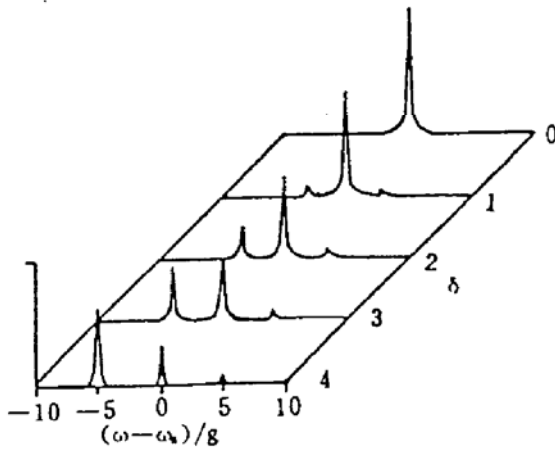


Fig. 3 Emission spectrum $S_N(\omega)$ versus δ for $n_1 = 0, n_2 = 1$

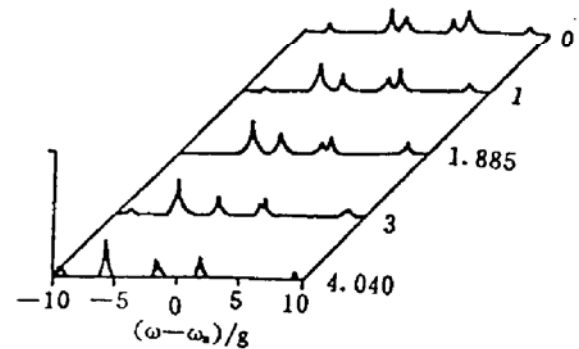


Fig. 4 Emission spectrum $S_N(\omega)$ versus δ for $n_1 = 0, n_2 = 5$

5) $n_1 = 0, n_2 = 5$ 时, 辐射谱随 δ 的变化关系示于图 4. 当 $\delta = 0$ 时, 辐射谱为关于 $\omega = \omega_0$ 对称的六峰结构. 随着 δ 的增加, 最左边和最右边的峰分别左移和右移, 最右边的峰的高度缓慢升高, 最左边的峰的高度下降, 当 $\delta = (4/3)\sqrt{2} \approx 1.8856$ 时, 其高度为零, 谱形成不对称的五峰结构. 当 δ 继续增大时, 最左边的峰的高度又从零缓慢上升. 另一方面, 随着 δ 的增加, 图中左边和右边第二峰明显左移, 而两内峰的位置变化较小, 使得在 $\delta = 7/3\sqrt{3} \approx 4.040$ 时右边第二、三峰合并, 也形成不对称的五峰结构. 可见, 当 δ 从零增大到 4.040 时, 辐射谱从对称的六峰结构先变为非对称的六峰结构, 又变为非对称的五峰结构, 然后又逐渐变

为非对称的六峰及五峰结构,即六峰、五峰结构交替出现.这一特点与上面已讨论过的 $n_1 = 0, n_2 = 1$ 时的辐射谱(非对称三峰结构)明显不同.

结 论 本文研究了两个双能级原子与双模腔场的拉曼相互作用,重点讨论了其辐射谱.上述分析表明,辐射谱一般表现为非对称的八峰结构,与两原子和单模腔场通过拉曼相互作用的辐射谱(非对称的七峰结构)明显不同.当模 1 腔场处于真空态,模 2 腔场为强场时,辐射谱呈现出对称的六峰结构,任意两对称峰的间距均与 $\sqrt{2n_2}g$ 成正比.当模 1 腔场处于真空态,而模 2 腔场处于 $n_2 = 5$ 的数态时,随着 δ 的增加,辐射谱交替出现非对称的六峰、五峰结构.而当双模腔场都处于强场中时,辐射谱呈现出熟知的对称三峰结构.

参 考 文 献

- [1] J. H. Eberly, K. Wodkiewicz, The time-dependant physical spectrum of light. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(9): 1252~1261
- [2] I. Jex, Emission spectra of a two-level atom under the presence of another two-level atom. *J. Mod. Opt.*, 1992, **39**(4): 835~844
- [3] T. Nasreen, M. S. K. Razmi, Atomic emission and cavity field spectra for a two-photon Jaynes-Cummings model in the presence of the stark shift. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **B10**(7): 1292~1300
- [4] C. L. Chai, F. L. Li, Z. M. Zhang, Effects of atomic cooperation on emission spectrum of atoms in a cavity. *Phys. Lett. (A)*, 1990, **A150**(2): 85~88
- [5] 罗振飞, 徐至展, 徐磊, 两个双能级原子与辐射场的拉曼相互作用. *物理学报*, 1992, **41**(12): 1950~1954
- [6] 徐磊, 罗振飞, 徐至展等, 原子间的偶极相互作用对其在腔场中辐射谱的影响. *光学学报*, 1992, **12**(12): 1089~1093
- [7] 罗振飞, 徐至展, 徐磊等, 两原子自发辐射线型的一般理论. *物理学报*, 1993, **42**(6): 925~929
- [8] Tariq Magbool, M. S. K. Razmi, Field and atomic dipole squeezing and emission spectra with two atoms in the cavity. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1993, **B10**(1): 112~121
- [9] Z. F. Luo, L. Xu, Z. Z. Xu, Multiphoton emission spectrum of atoms in a cavity. *Phys. Lett. (A)*, 1992, **A164**(1): 83~86
- [10] M. M. Ashraf, M. S. K. Razmi, Atomic-dipole squeezing and emission spectra of the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **A45**(11): 8121~8128

Raman Interaction of a Pair of Two-Level Atoms with Two-Mode Cavity Fields

Feng Jian

(Department of Physics, Liaocheng Teachers' College, Liaocheng 252059)

Song Tongqiang Wang Wenzheng Xu Jingzhi

(Institute of Optical Communication, Liaocheng Teachers' College, Liaocheng 252059)

(Received 12 March 1994; revised 2 May 1994)

Abstract The Raman interaction of a pair of two-level atoms with two-mode cavity fields is studied. The emission spectrum for the interacting process is calculated in which two atoms couple to the fields with the same constant and the dipole-dipole interaction between two atoms being included in the consideration at the same time. The new properties of emission spectrum are discussed when two-mode cavity field are initially in various number states.

Key words emission spectrum, two-mode cavity fields, Raman interaction.