

轴向应力波导的耦合模分析

王又发 王春华

范海宁

(上海科技大学光纤所, 上海 201800) (上海科技大学电子工程系, 上海 201800)

摘 要 运用耦合方程, 分析了在轴向应力作用下弱导圆光纤及矩形波导中的耦合行为. 结果表明, 由于弱导光纤中的模场分布在角向具有特定的函数形式, 轴向应力不会引起简并模式间的耦合, 而只会导致失谐, 但对于矩形波导, 轴向应力不仅导致失谐, 并且会引起具有相同偏振态的简并模式间的耦合. 得出了两模矩形波导的长宽比越小, 波长越长, 其由于轴向应力引起的模内双折射就越大的结论.

关键词 模内双折射, 波导.

1 引 言

两模光纤在光纤传感器方面得到了广泛的研究^[1,2], 近年来的研究表明, 光纤在轴向应力作用下会产生应力双折射^[1~4]. Blake^[5]首次用微扰法表明了光纤在轴向应力作用下产生的应力双折射是由小场 z 分量引起的, 这种方法只适于处理模场本身的耦合, 而不能处理不同模式之间的耦合. 本文导出了适合于处理各向同性波导的耦合模方程, 并分析了在轴向应力作用下的弱导圆光纤和弱导矩形波导的耦合行为.

2 理论分析

2.1 轴向应力作用下的耦合模方程

设理想波导的介电常数为 ϵ , 在轴向应力作用下的介电常数为

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon + \sigma \end{bmatrix}, \quad \sigma \ll \epsilon \quad (1)$$

(1)式适于在轴向应力作用下的各向同性的任意折射率剖面的波导. 由 Maxwell 方程组可得

$$\nabla^2 E_t + \omega^2 \mu_0 \epsilon E_t = -\frac{\sigma}{\epsilon} \nabla_t \left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \right), \quad (2)$$

用理想波导的正规模表示受扰动波导的模场, 即:

$$E_t^{(q)} = \sum a_n^{(q)} e_n^{(q)}, \quad E_z^{(q)} = \sum a_n^{(q)} e_n^{(q)}, \quad E_n^{(q)} = C_n^{(q)} e^{-j\beta_n^{(q)} z}, \quad (3)$$

式中 μ 表示模式, q 表示任一偏振方向, $C_n^{(q)}$ 是 z 的慢变函数, $e_n^{(q)}$ 、 $e_n^{(q)}$ 分别为理想波导的横向

场和纵向场分量, $a_u^{(q)}$ 为振幅系数. 将(3)式代入方程(2), 并考虑到 $C_u^{(q)}(z)$ 是 z 的慢变函数, 因而 $\frac{\partial^2 C_u^{(q)}}{\partial z^2}, \frac{\sigma}{\epsilon} \frac{\partial C_u^{(q)}}{\partial z}$ 为二阶小量及模式的正交关系, 可得

$$\frac{\partial C_u^{(q_1)}}{\partial z} = j \frac{\sigma}{2\epsilon\beta_u^{(q_1)}} \sum \beta_r^{(q_2)} C_r^{(q_2)} K_{ur}^{(q_1, q_2)} e^{j[\beta^{(q_1)}_u - \beta^{(q_2)}_r]z} \quad (4)$$

$$K_{ur}^{(q_1, q_2)} = \omega \iint \epsilon e_{uz}^{(q_1)} \cdot e_{rz}^{*(q_1)} dx dy / \iint (e_{uz}^{(q_1)} \times h_{uz}^{(q_1)} \cdot z) dx dy \quad (5)$$

式中 $h_{uz}^{(q_1)}$ 为理想波导的横向磁场分量, $e_{rz}^{*(q_1)}$ 为 $e_{rz}^{(q_1)}$ 的共轭量, 它适于分析任意形状的各向同性波导在轴向应力作用下的耦合行为.

2.2 耦合模方程在弱导光纤中的应用

对于阶跃剖面光纤, 在弱导近似下, 有

$$K_{ur}^{(q_1)} = j\beta \frac{\iint e_{uz}^{(q_1)} e_{rz}^{*(q_1)} dx dy}{\iint e_{uz}^{(q_1)} e_{uz}^{(q_1)} dx dy} \quad (6)$$

式中 $\beta \approx nk, k = 2\pi/\lambda, n \approx n_1 \approx n_2^{[6]}$, n_1, n_2 分别为纤芯和包层的折射率. 考虑到弱导光纤的场分布函数^[6]及三角函数的正交性^[6], 根据(6)式可能导出

$$K_{ur}^{(q)} = 0, \quad u \neq r \quad (7)$$

显然, (7)式反映了轴向应力不会引起简并模式之间的耦合, 而只会导致失谐. 同时, (4)式和(7)式表明, 轴向应力不会影响弱导圆光纤模场的横向分布. 根据(4)式及(6)式可得出模式 u 的 q 偏振态的传播常数的变化为

$$\Delta\beta_u^{(q)} = \frac{\sigma\beta}{2\epsilon} \iint e^{(q)} e_{uz}^{(q)} dx dy / \iint e_{uz}^{(q)} e_{uz}^{(q)} dx dy \quad (8)$$

由(8)式可得光纤中某一模式 u 在轴向应力作用下 x 偏振方向与 y 偏振方向传播常数之差为

$$|\delta\beta_u| = \frac{\sigma\beta}{2\epsilon} \left| \frac{\iint [e_{uz}^{(x)}]^2 dx dy}{\iint [e_{uz}^{(y)}]^2 dx dy} - \frac{\iint [e_{uz}^{(y)}]^2 dx dy}{\iint [e_{uz}^{(x)}]^2 dx dy} \right| \quad (9)$$

考虑弱导圆光纤的场分布^[8], 根据(9)式可知: 只有 LP_m 模在轴向应力作用下才使某一模式 u 的 x 偏振方向与 y 偏振方向的传播常数产生不为零的差值, 即

$$\delta\beta_u = 0, \quad u \neq 1n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

(10)式表明在轴向应力作用下弱导光纤只有 LP_m 模有轴向应力双折射.

2.3 耦合模方程在弱导矩形波导中的应用

矩形波导如图(1)所示. 根据(5)式可得, 在轴向应力作用下矩形波导模式 u 的 q_1 偏振态和模式 r 的 q_2 偏振态之间的耦合系数为

$$K_{ur}^{(q_1, q_2)} = j\omega\epsilon/p [1/A_x \cos \alpha_x \sin (A_x a/2) + 1/B_x \cos \beta_x \sin (B_x b/2)] [1/A_y \cos \alpha_y \sin (A_y b/2) + 1/B_y \cos \beta_y \sin (B_y b/2)] \quad (11)$$

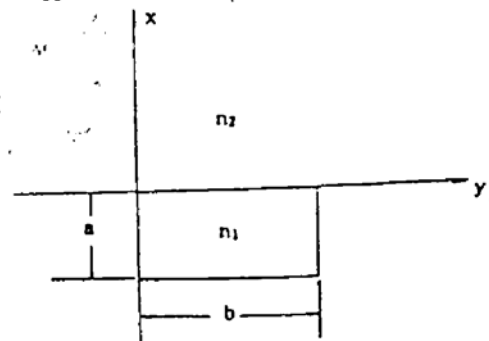


Fig. 1 The schematic of the rectangular guide

$$\begin{aligned}
 P &= \iint [e_n^{(q_1)} \times h_n^{(q_1)}] \hat{z} dx dy, & A_x &= k_{nz}^{(q_1)} + k_{rz}^{(q_2)}, & B_x &= k_{nz}^{(q_1)} - k_{rz}^{(q_2)} \\
 A_y &= k_{ny}^{(q_1)} + k_{ry}^{(q_2)}, & B_y &= k_{ny}^{(q_1)} - k_{ry}^{(q_2)}, & \alpha_x &= k_{nz}^{(q_1)} \zeta_n^{(q_1)} + k_{rz}^{(q_2)} \zeta_r^{(q_2)}, \\
 \beta_x &= k_{nz}^{(q_1)} \zeta_n^{(q_1)} - k_{rz}^{(q_2)} \zeta_r^{(q_2)}, & \alpha_y &= k_{ny}^{(q_1)} \eta_n^{(q_1)} + k_{ry}^{(q_2)} \eta_r^{(q_2)}, & \beta_y &= k_{ny}^{(q_1)} \eta_n^{(q_1)} - k_{ry}^{(q_2)} \eta_r^{(q_2)}
 \end{aligned} \tag{12}$$

(12)式中 $\zeta_n^{(q_1)}$ 、 $\zeta_r^{(q_2)}$ 、 $\eta_n^{(q_1)}$ 、 $\eta_r^{(q_2)}$ 为相位参数. 根据(11)式可得在远离截止条件下, 弱导矩形波导在轴向应力作用下的 $E_{11}^{(r)}$ 模及 $E_{11}^{(l)}$ 模的自耦合系数为

$$K_{11}^{(r)} = (j\omega\epsilon ab/4P)(1 + \epsilon_x)(1 - \epsilon_y), \quad K_{11}^{(l)} = (j\omega\epsilon ab/4P)(1 + \epsilon_x)(1 - \epsilon_y) \tag{13}$$

$$\epsilon_x = 2/[(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}ka], \quad \epsilon_y = 2/[(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}kb] \tag{14}$$

因此, 由(13)式可知, 弱导矩形波导在轴向应力作用下, 其 E_{11} 模的 x 偏振态和 y 偏振态的传播常数之差为

$$\delta\beta = \frac{\delta\pi\lambda}{4n_1^3\epsilon_0} [1 - (a/b)^2] \tag{15}$$

显然(15)式表明, 矩形波导的长宽比(a/b)越小, 其由于轴向应力引起的模内双折射就越大, 同时, 还说明了波长越长, 由轴向应力引起的模内双折射也就越大.

结 论 综上所述, 本文导出了适于受轴向应力作用的波导的耦合模方程, 分析了在轴向应力作用下的弱导圆光纤及弱导矩形波导的耦合行为. 结果表明, 对于弱导矩形波导, 其长宽比(a/b)越小, 波长越长, 其在轴向应力作用下产生的模内双折射就越大, 且在远离截止的条件下对弱导矩形波导, 轴向应力不会导致不同偏振模间的耦合.

参 考 文 献

- [1] J. N. Blake *et al.*, Strain effects on highly elliptical core two-mode fibers. *Opt. Lett.*, 1987, 12(9): 732~734
- [2] K. Murphy *et al.*, Elliptical-core two-mode optical-fiber sensor implementation methods. *IEEE J. Lightwave Tech.*, 1990, LT-8(11): 1688~1695
- [3] J. N. Blake *et al.*, Elliptical core two-mode fiber strain gauge. *Proc. SPIE*, 1987, 838: 332~339
- [4] S. Y. Huang *et al.*, Perturbation effects on mode propagation in highly elliptical core two-mode fibers. *IEEE J. Lightwave Tech.*, 1990, 8(1): 23~33
- [5] J. N. Blake, Polarization behavior of axially strained two-mode fibers. *Opt. Lett.*, 1992, 17(8): 569~591
- [6] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Waveguides*, Academic Press, (Boston, 1991): 60~72

Coupling-Mode of Axially Strained Waveguides

Wang Youfa Wang Chunhua

(Wave Science Laboratory, Shanghai University of Science & Technology, Shanghai 201800)

Fan Haining

(Department of Electronic Engineering, Shanghai University of Science & Technology, Shanghai 201800)

(Received 28 September 1993; revised 31 January 1994)

Abstract We have investigated the axially strained weakly guiding optical waveguides using mode-coupling equation. The results show that the less is the ratio of length to broad of rectangular guide and the longer is the wavelength, the higher is the axial-strain-induced birefringence between orthogonal polarizations.

Key words polarization birefringence, waveguide.