

# 可编程光学并行模糊逻辑门

张树群 陈彩生

(厦门大学电子工程系, 厦门 361005)

**摘 要** 提出了可级联的光学并行模糊逻辑门系统. 十六种模糊逻辑运算可通过编程偏振半波片的状态而得到实现. 文中给出了实验结果.

**关键词** 光学并行逻辑, 光计算机, 模糊逻辑.

## 1 引 言

光学并行逻辑是发展光计算机的关键问题之一. 至今已有一种多种光学系统用于实现二值逻辑、多值逻辑和多变量逻辑<sup>[1~9]</sup>. 与以上的离散逻辑系统相比, 模糊逻辑更接近于人的思维和语言. 因此, 自从 Zadeh 提出模糊集的概念以来, 模糊逻辑理论在神经网络、模式识别、人工智能和自动化控制等领域得到了广泛的应用. 最近, 模糊逻辑的光学实现引起了人们的兴趣. 刘立人<sup>[10]</sup>提出对模糊变量进行空间编码, 然后取阈值的方法首先在多重成像系统中实现了模糊逻辑的最大和最小两种基本运算; 刘树田等人<sup>[11]</sup>设计了一种光电子混合回路, 实现了模糊逻辑中的七种逻辑门; 为避免阈值运算, 本文作者<sup>[12]</sup>提出了一种新的空间编码方法, 在阴影投射系统下实现了两个变量间的基本模糊逻辑运算. 但该系统仍有不少缺点. 因为根据这种编码原理, 每个模糊变量至少由七行矩形表示才能实现三个变量的最大运算, 其结果是所处理的图像的分辨率大大降低. 本文利用张子北<sup>[7~9]</sup>提出的组合棱镜系统实现模糊逻辑门, 使得系统有两个输出且运算结果的编码方式和输入一样, 这样系统变成是可级联的, 从而克服了文献<sup>[12]</sup>的缺点.

## 2 模糊逻辑变量的编码及模糊逻辑门的表示

模糊逻辑是一种连续值的逻辑, 其逻辑变量和函数在区间 $[0, 1]$ 内取值. 最大和最小是模糊逻辑的两个最基本运算, 因为任何模糊逻辑函数都可以表示成合取范式(先取最大后取最小)或析取范式(先取最小后取最大). 模糊逻辑门的两个输入变量  $x, y$  用文献<sup>[10]</sup>的区域编码方法对变量  $x, y$  及其补  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  进行空间编码, 如图 1(a)所示. 若整个矩形的长度为 1, 则透明(白色)区域长度  $x, y, (1-x)$  和  $(1-y)$  就分别表示了这四个变量的值. 如果把四个编码单元两两叠加在一起, 可得到四种组合, 如图 1(b)所示.

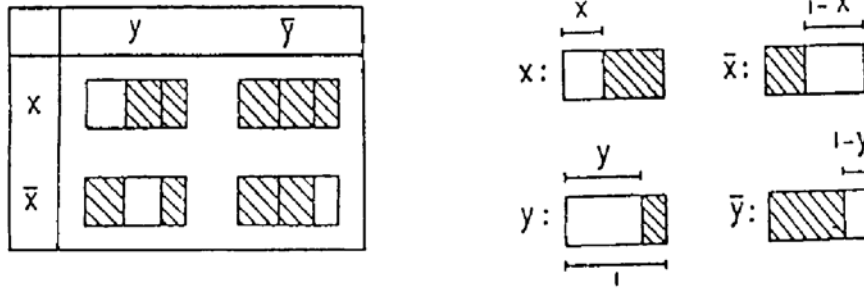


Fig. 1 (a) Coding of the two fuzzy variables and their complements;  
(b) overlay of the two coded patterns

从图中可见，这四种组合的数学形式为  $\min(x, y)$ 、 $x \ominus y$ 、 $y \ominus x$  和  $\min(\bar{x}, \bar{y})$ ，符号  $\min$  和  $\ominus$  分别表示最小和限界差运算。在光学二值逻辑中，逻辑函数一般都是表示四个最小项的和，然后开关这四个最小项的系数以实现不同的逻辑运算。根据这种方法，可以把模糊逻辑门表示成以上四个基本运算的代数和，即

$$F = s_1 \min(x, y) + s_2 x \ominus y + s_3 y \ominus x + s_4 \min(\bar{x}, \bar{y}) \tag{1}$$

式中， $s_1 \sim s_4$  取值 0 或 1。改变这四个系数可以得到 16 种模糊逻辑运算，如下所示：

$$\begin{aligned} x &= \min(x, y) + x \ominus y, & \bar{x} &= \min(\bar{x}, \bar{y}) + y \ominus x, \\ y &= \min(x, y) + y \ominus x, & \bar{y} &= \min(\bar{x}, \bar{y}) + x \ominus y, \\ x \Delta y &= x \ominus y + y \ominus x, & \overline{x \Delta y} &= \min(x, y) + \min(\bar{x}, \bar{y}), \\ \max(x, y) &= \min(x, y) + x \ominus y + y \ominus x, & \max(\bar{x}, \bar{y}) &= \min(\bar{x}, \bar{y}) + x \ominus y + y \ominus x, \\ y \rightarrow x &= \min(x, y) + x \ominus y + \min(\bar{x}, \bar{y}), & x \rightarrow y &= \min(x, y) + y \ominus x + \min(\bar{x}, \bar{y}), \\ 1 &= \min(x, y) + x \ominus y + y \ominus x + \min(\bar{x}, \bar{y}) \end{aligned} \tag{2}$$

以上 11 种运算再加上  $\min(x, y)$ 、 $x \ominus y$ 、 $y \ominus x$ 、 $\min(\bar{x}, \bar{y})$  和 0，共 16 种逻辑运算。其中，符号  $\Delta$  和  $\rightarrow$  分别表示对称差和蕴涵运算，其定义可参见文献[11]。因此，在这种编码方式下，不同的模糊逻辑门也可通过改变系数  $s_1 \sim s_4$  而得到实现。为了能够实现级联，象双轨二值逻辑<sup>[7~9]</sup>一样，系统必须设计成有两个输出，一个是逻辑运算的结果，另一个是它的补。由于 *Morgan* 定理在模糊逻辑中也是成立的，因此以上 16 种模糊逻辑运算都有着其对应的补，表 1 的右半部分给出了这些补的关系。

Table 1 Sixteen possible combinations of four instruction signals  $s_1 \sim s_4$  and the corresponding fuzzy logic functions of  $z_1$  and  $z_2$

Mode No.	$s_4$	$s_3$	$s_2$	$s_1$	$z_1$	$z_2$	Mode No.	$s_4$	$s_3$	$s_2$	$s_1$	$z_1$	$z_2$
$F_0$	0	0	0	0	0	1	$F_8$	1	0	0	0	$\min(\bar{x}, \bar{y})$	$\max(x, y)$
$F_1$	0	0	0	1	$\min(x, y)$	$\max(\bar{x}, \bar{y})$	$F_9$	1	0	0	1	$\overline{x \Delta y}$	$x \Delta y$
$F_2$	0	0	1	0	$x \ominus y$	$x \rightarrow y$	$F_{10}$	1	0	1	0	$\bar{y}$	$y$
$F_3$	0	0	1	1	$x$	$\bar{x}$	$F_{11}$	1	0	1	1	$y \rightarrow x$	$y \ominus x$
$F_4$	0	1	0	0	$y \ominus x$	$y \rightarrow x$	$F_{12}$	1	1	0	0	$\bar{x}$	$x$
$F_5$	0	1	0	1	$y$	$\bar{y}$	$F_{13}$	1	1	0	1	$x \rightarrow y$	$x \ominus y$
$F_6$	0	1	1	0	$x \Delta y$	$\overline{x \Delta y}$	$F_{14}$	1	1	1	0	$\max(\bar{x}, \bar{y})$	$\min(x, y)$
$F_7$	0	1	1	1	$\max(x, y)$	$\min(\bar{x}, \bar{y})$	$F_{15}$	1	1	1	1	1	0

### 3 光学系统

基于上述原理，由于(1)式中的代数和运算可通过把编码图像成像在一起而得到实现，因此可以采用多重成像系统<sup>[6]</sup>，也可以采用组合棱镜系统<sup>[7-9]</sup>来实现光学模糊逻辑门。本文采用较为紧凑的组合棱镜结构，如图 2 所示。该结构与文献[10]的系统基本相同差别是输入模板的编码方式不一样。图中组合棱镜 CP<sub>1</sub> 和 CP<sub>2</sub> 都是由一个直角棱镜和一个斜方棱镜组成，组合棱镜 CP<sub>3</sub> 由一个直角棱镜和一个 Dove 棱镜组成；P<sub>1</sub>~P<sub>4</sub> 为四个可控半波片控制输入图像的偏振状态，可采用电光晶体以实现实时控制；在 CP<sub>3</sub> 之后，有两个偏振片 K<sub>1</sub>、K<sub>2</sub> 及一个半波片 H，K<sub>1</sub> 和 K<sub>2</sub> 分别取垂直和水平相互正交的两个偏振方向。系统的结构和系统的工作过程可参考文献[7~9]。这样，当一束垂直偏振光入射输入面后，在输出面上，可以得到两幅图像

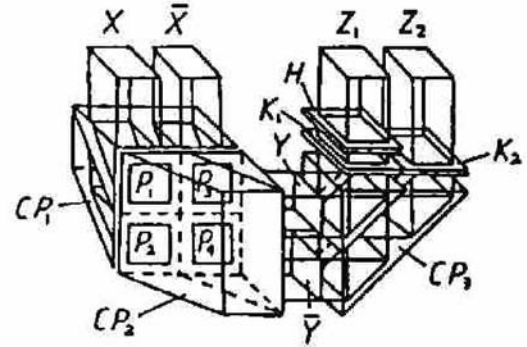


Fig. 2 Schematic diagram of the optical fuzzy logic system

$$z_1 = s_1 \min(x, y) + s_2 x \ominus y + s_3 y \ominus x + s_4 \min(\bar{x}, \bar{y}) \tag{13}$$

$$z_2 = \bar{s}_1 \min(x, y) + \bar{s}_2 x \ominus y + \bar{s}_3 y \ominus x + \bar{s}_4 \min(\bar{x}, \bar{y}) \tag{14}$$

式中， $S_i = K_1 \cdot P_i$ ， $\bar{S}_i = K_2 \cdot P_i$ ，符号  $\cdot$  为点乘运算。改变  $s_1 \sim s_4$ ，即改变半波片 P<sub>1</sub>~P<sub>4</sub> 的偏振态就可实现不同的模糊逻辑门。表 1 给出了 16 种可能的组合及相应的输出 z<sub>1</sub> 和 z<sub>2</sub> 的逻辑功能。由于输入和输出具有相同的编码方式，因此可以实现级联。但是只有 F<sub>0</sub>、F<sub>1</sub>、F<sub>3</sub>、F<sub>5</sub>、F<sub>7</sub>、F<sub>8</sub>、F<sub>10</sub>、F<sub>12</sub>、F<sub>14</sub> 和 F<sub>15</sub> 才能实现级联运算，而 F<sub>2</sub>、F<sub>4</sub>、F<sub>6</sub>、F<sub>9</sub>、F<sub>11</sub> 和 F<sub>13</sub> 不能实现级联运算，因为这 6 种逻辑运算的结果的编码方式已和输入模板不同。在实际应用中，这 6 种运算很少用到，最重要的模糊逻辑运算是最大和最小。

可级联的特性许多应用，特别是多变量模糊逻辑门的实现就变得简单了，因为 N(≥3) 个变量的最大(或最小)运算可以转化为 N-1 次的两个变量的最大(或最小)运算。例如， $\max(x_1, x_2, x_3, x_4) = \max\{\max[\max(x_1, x_2), x_3], x_4\}$ ，只要级联 3 个这样的光学系统就可以实现 4 个变量的逻辑运算。如果采用文献[12]的编码方法，编码单元结构将变得非常复杂。由于可以级联，模糊逻辑公式也就可以得到实现。

**实验** 在实验中，由于条件的限制，只能采用文献[6]的多重成像系统来验证以上方法。因为多重成像系统和组合棱镜系统在原理上是一致的。图 3 是编码后的输入图像 x, x-bar, y, 和 y-bar，大小为 2 cm×4 cm。实验结果，最大和最小逻辑门的图像在图 4 中给出。

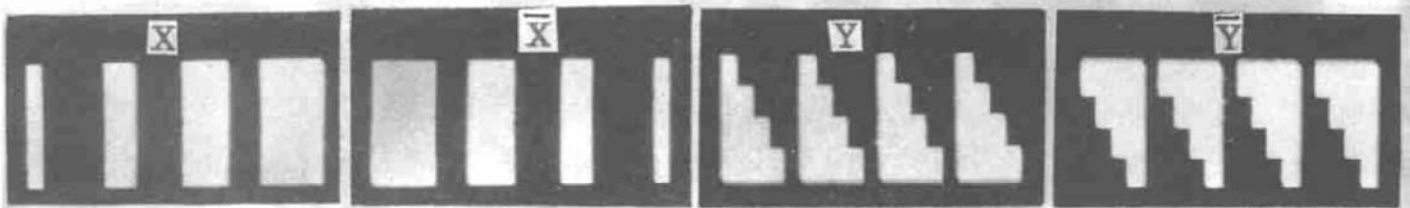


Fig. 3 Two input coded patterns and their complementary patterns

**结论** 以上描述了一种可级联的模糊逻辑门系统，与文献[12]的系统相比，该系统在结构

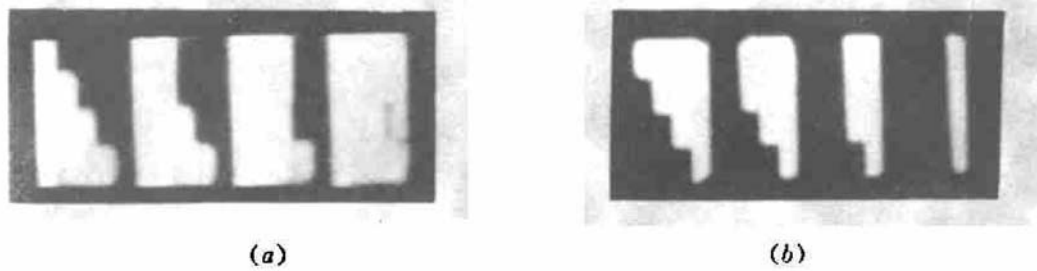


Fig. 4 Experimental results (a) max  $(x, y)$  (b) min  $(x, y)$

上较为紧凑, 所能处理图像的分辨率能大大提高. 可级联的特性可以得到更广泛的应用.

### 参 考 文 献

- [1] J. Tanida, Y. Ichioka, Optical logic array processor using shadowgrams. *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, **73**(6): 800~809
- [2] Y. Fainman, C. C. Guest, S. H. Lee, Optical digit logic operations by two-beam coupling in photorefractive material. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(10): 1598~1603
- [3] M. T. Fatehi, K. C. Wasmundt, S. A. Collins Jr., Optical logic gates using liquid crystal light valve; implementation and application example. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(13): 2250~2256
- [4] T. Yaitagai, Optical space-variant logic-gate array based on spatial encoding technique. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(4): 260~262
- [5] S. Kozaitis, R. Arrathoon, Shadow casting for direct table look-up and multiple-valued logic. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(20): 3312~3314
- [6] L. Liu, X. Liu, Cascadable binary pattern logic processor using multiple-imaging. *Opt. Commun.*, 1991, **82**(5,6): 446~452
- [7] Z. Zhang, L. Liu, Solid-state integrated optical parallel dual-rail logic gate module. *Opt. Commun.*, 1992, **91**(3/4): 185~188
- [8] Z. Zhang, L. Liu, Optical programmable triple-in binary logic gate. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(29): 6200~6204
- [9] 张子北, 刘立人, 可编程光学二值双轨逻辑门. *中国激光*, 1992, **19**(12): 911~914
- [10] L. Liu, Optical implementation of parallel fuzzy logic. *Opt. Commun.*, 1989, **73**(3): 183~187
- [11] 刘树田, 吴杰, 李淳飞, 光电子混和模糊逻辑. *中国激光*, 1992, **19**(4): 310~315
- [12] S. Lin, I. Kumazawa, S. Zhang, Optical fuzzy image processing based on shadow-casting. *Opt. Commun.*, 1992, **94**(5): 397~405

## Programmable Optical Parallel Fuzzy Logic Gates

Zhang Shuqun      Chen Caisheng

(Department of Electronic Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005)

(Received 11 May 1993)

**Abstract** A cascadable optical system for parallel fuzzy logic gates is proposed. Sixteen fuzzy logic operations can be realized by programming the polarization states of halfwave plates. The experimental results are given.

**Key words** optical parallel logic, optical computer, fuzzy logic.