

多层平面介质波导辐射模*

丁 浩

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 介绍一种精确计算多层平面介质波导归一化正交辐射模的方法. 在全辐射模的情况下, 为了保证模的正交性, 给出了准奇模和准偶模的确定方法. 这些方法适用于计算机编程, 为模传播法的建立和实际应用奠定了基础. 本文最后给出几个应用的实例.

关键词 辐射模, 多层平面介质波导.

1 引 言

介质波导中辐射模和导模有着同样重要的地位, 它同导模一起构成完整的模系. 为了研究复杂结构的介质波导, 已经建立了二大类不同的研究方法, 一类称之为非模处理法, 另一类则是以本征模为基础的模处理法.

非模处理法的典型例子是波传播法(BPM), 它将待研究的介质波导沿着波传播的方向近似成许多个由透镜和自由空间单元组成的光学系统加以处理. 由于每个单元可用一个固定的算法来计算, 这种方法适合于计算机数值模拟因而近年来被广泛采用^[1]. 虽然波传播法非常简便有效, 但它局限于旁轴问题的研究, 而且对处理结果缺乏物理解释, 这在研究不连续波导(即波导参数如折射率、波导尺寸等沿波传播方向有突变)和波导模激励(如光源与波导, 波导与波导的耦合)等问题时显得不便^[2]. 相比之下, 模处理法则能很好地解决上述问题, 并对结果给以清晰的物理解释. 所谓模处理法就是将介质波导中某一特定位置的场分布展开成该处波导本地本征模(包括导模和辐射模), 然后追随每个模的行踪, 在波导的另一处重新将各个模的场加以迭加, 因此可以研究导模与导模, 导模与辐射模, 辐射模与辐射模之间能量转移和交换的全过程.

如果介质波导中二个不连续点相距较远, 本文可以只考虑导模的行为, 而把辐射模所带的能量视为波导的损耗. 近来的研究指出, 如果二个不连续点之间的距离不致于使辐射模的能量完全损失掉, 那么则不能简单地将辐射模当作损耗来处理. 因为辐射模在一定的条件下能将其所带的能量同步地耦合至导模, 增加导模的能量^[3]. 因此对辐射模的研究重新引起关注.

* 上海市科委青年基金资助项目.

收稿日期: 1993年11月1日; 收到修改稿日期: 1994年1月26日

本文限于研究多层平面介质波导的辐射模。多层平面介质波导在介质波导的研究中有着特殊的地位。大多数三维波导通常可以通过等效折射率法^[4]转化为折射率渐变的一维平面波导。只要层数取得足够多,折射率渐变波导又可以近似成多层平面介质波导。

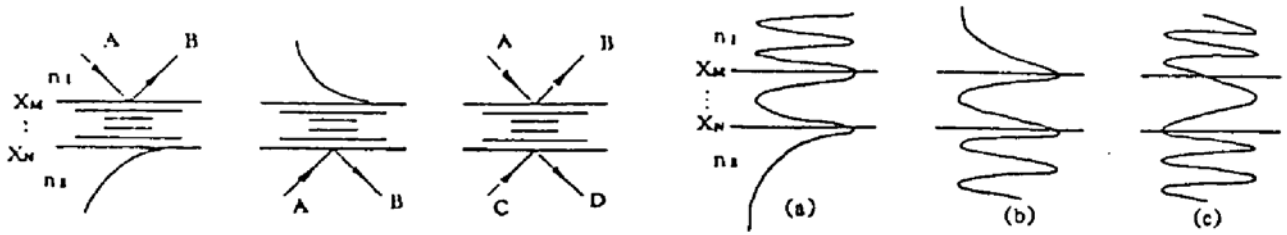


Fig. 1 Fig1. Schematic representation of radiation modes of multilayer dielectric waveguides. (a) superstrate radiation mode (b) substrate radiation mode (c) full radiation mode

就平面波导而言,可以把辐射模分成三种类型:上辐射模、下辐射模和全辐射模,如图1所示。如果用 n_{ef} 表示波导的有效折射率,用 n_1 和 n_1 表示最上层和最下层的折射率,形成上辐射、下辐射和全辐射模的条件分别为 $n_1 < n_{ef} < n_1$ 、 $n_1 < n_{ef} < n_1$ 和 $n_{ef} < \min = \{n_1, n_1\}$ 。与导模不一样的是 n_{ef} 在它所存在的范围内取值是连续的。研究一个辐射模,需要解决二个问题:一是确定模的场分布,二是模的归一化和正交化。Marcuse 已经给出了三层平面介质波导中辐射模场分布及归一化的精确表达式^[5],但对于多层介质波导的辐射模尚无一精确解。文献[6]、[7]提出了二种近似的数值计算方法,但都要求辐射模的组合在计算边界 L_x 处趋于零。一旦这一条件不满足,便导致错误的结果。本文将给出一种不带任何限制的求解多层平面介质波导辐射模的数值计算方法。

2 辐射模的场分布

考虑图2所示折射率分布的多层平面介质波导。多层的界面分别处在 $x_k, k \in [N, M]$, x_{N-1} 趋于负无穷大, x_{M+1} 趋于正无穷大。在 x_{k-1} 与 x_k 之间的介质的折射率为 n_k , 这一层记为第 k 层。设辐射模沿 z 方向传播,其场分布可写作:

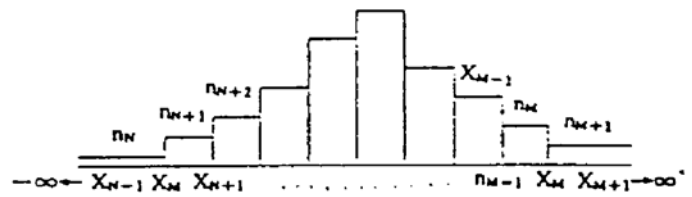


Fig. 2 Index profile of multilayer dielectric waveguides

$$\psi(x) = \psi(x) \exp [j(\omega t - \beta z)] \quad (1)$$

对于 TE 模, $\psi(x)$ 代表电场分布; 对于 TM 模, $\psi(x)$ 代表磁场分布。 β 为模的传播常数。同导模一样,辐射模也必须满足 Maxwell 方程,于是可得第 k 层内的场分布为:

$$\psi_k(x) = A_k \exp (P_k x) + B_k \exp (-p_k x) \quad x_{k-1} \leq x \leq x_k \quad (2)$$

其中

$$P_k = \begin{cases} \sqrt{s_k}; & s_k \geq 0 \\ j \sqrt{-s_k}; & s_k < 0 \end{cases}$$

$s_k = \beta^2 - n_k^2 k_0^2 = (n_{ef}^2 - n_k^2) k_0^2$, k_0 是真空中传播常数。在每一层的界面上,横向电场和磁

场必须连续, 所以有:

$$\begin{aligned} A_k \exp(p_k x_k) + B_k \exp(-p_k x_k) &= A_{k+1} \exp(p_{k+1} x_k) + B_{k+1} \exp(-p_{k+1} x_k); \\ \eta_k A_k p_k \exp(p_k x_k) - \eta_k B_k \exp(-p_k x_k) &= A_{k+1} p_{k+1} \exp(p_{k+1} x_k) - B_{k+1} p_{k+1} \exp(-p_{k+1} x_k) \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\eta_k = \begin{cases} 1; & \text{对 } TE \text{ 模} \\ n_{k+1}^2/n_k^2; & \text{对 } TM \text{ 模} \end{cases}$$

2.1 上、下辐射模的场分布

确定上、下辐射模场分布的方法与确定导模场分布的方法非常相似. 解(3)式可以将第 $k+1$ 层的场与第 k 层的场联系起来, 写成:

$$[F]_{k+1} = [C]_k [F]_k \quad N \leq k \leq M \quad (4)$$

其中 $[F]_k = (A_k, B_k)^T$ 代表描述第 k 层场的列矩阵. $[C]_k$ 为联系矩阵, 其元素为

$$\begin{cases} C_{11} = (p_{k-1} + \eta_k p_k) \exp[(p_k - p_{k+1})x_k]/2p_{k+1} \\ C_{12} = (p_{k-1} - \eta_k p_k) \exp[-(p_k + p_{k+1})x_k]/2p_{k+1} \\ C_{21} = (p_{k-1} - \eta_k p_k) \exp[(p_k + p_{k+1})x_k]/2p_{k+1} \\ C_{22} = (p_{k-1} + \eta_k p_k) \exp[-(p_k - p_{k+1})x_k]/2p_{k+1} \end{cases} \quad (5)$$

也可以将第 $k-1$ 层的场与第 k 层的场通过另一个联系矩阵 $[D]_k$ 联系起来

$$[F]_{k-1} = [D]_k [F]_k \quad N+1 \leq k \leq M+1 \quad (6)$$

$[C]$ 矩阵与 $[D]$ 矩阵的关系为

$$[D]_k = [C]_{k-1}^{-1} \quad (7)$$

对于上辐射模, 场分布在最底层介质内是指数衰减的, 所以可设 $A_N = C, B_N = 0, C$ 为归一化因子. 波导中任一层的场分布可以通过 $[C]$ 矩阵来确定:

$$[F]_k = \prod_{j=N}^{k-1} [C]_j [F]_N = [C_{TOT}]_{k-1} [F]_N \quad N \leq j \leq M \quad (8)$$

同样对于下辐射模, 场分布在最上层的介质内是指数衰减的, 所以设 $B_{M+1} = C, A_{M+1} = 0$, 其它各层的场分布为:

$$[F]_k = \prod_{j=M+1}^{k+1} [D]_j [F]_{M+1} \quad N+1 \leq j \leq M+1 \quad (9)$$

2.2 全辐射模的场分布

与上辐射模和下辐射模不同, 对于一个给定的 β (或 n_{ef}) 值, 全辐射模可以有无数种分布. 激励一个全辐射模必须要用二个处在无限远的光源从波导上、下二方同时照射, 但是对这两个光源的相位关系没有特别的要求, 因此可以有无穷多种组合. 虽然每种组合所产生的全辐射模都满足麦克斯韦方程, 但作为本征模, 还要求它们两两之间互相正交. 对于完全对称的多层波导, 全辐射模可分为奇模和偶模. 但是对于非对称波导, 这样的奇偶性不存在, 为了研究方便引入准奇模和准偶模. 任选一个侧向位置 x_c ($x_{q-1} < x_c < x_q$) 作为研究问题的中心, 在这一点处场强为零的模定义为准奇模, 与准奇模正交的模定义为准偶模.

有了上面的讨论, 现在来确定全辐射模的场分布. 先确定准奇模, 假定第 q 层的场分布为:

$$\psi_q(x) = C \sin [p_q(x - x_c)] \quad N+1 \leq q \leq M \quad (10)$$

C 为归一化常数. 利用 $x = x_{q-1}$ 处的场的连续性可得到:

$$\begin{cases} A_{q-1} = \frac{C \exp(-\Phi) [\eta_{q-1} p_{q-1} \sin \theta + p_q \cos \theta]}{2\eta_{q-1} p_{q-1}} \\ B_{q-1} = \frac{C \exp(\Phi) [\eta_{q-1} p_{q-1} \sin \theta + p_q \cos \theta]}{2\eta_{q-1} p_{q-1}} \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} \Phi = p_{q-1} x_{q-1} \\ \theta = p_q (x_{q-1} + x_c) \end{cases} \quad (12)$$

在确定了 $[F]_{q-1}$ 后, 其它各层的场分布可以象上节一样通过 $[C]$ 矩阵和 $[D]$ 矩阵来确定, 即:

$$[F]_k = \prod_{j=q-1}^{k-1} [C]_j [F]_{q-1} \quad M \geq j \geq q-1 \quad (13)$$

$$[F]_k = \prod_{j=q-1}^{k+1} [D]_j [F]_{q-1} \quad N+1 \leq j \leq q-1 \quad (14)$$

接着来确定准偶模. 为了避免与准奇模混淆, 用花体字母来表示准偶模的列矩阵和它的元素. 利用准奇模和准偶模的正交性可得:

$$\sum_{k=N}^{M+1} \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\mathcal{A}_k \exp(p_k x) + \mathcal{B}_k \exp(-p_k x)] [A_k \exp(p_k x) + B_k \exp(-p_k x)]^* dx = 0 \quad (15)$$

* 表示共轭复数. 上述积分的结果是一个常数乘以 δ 函数, 而所有在波导有限区域内的积分都不可能是 δ 函数, 所以只需考虑最上和最下层内的积分. 通过计算得到下述关系式:

$$|P_N| (A_N^* \mathcal{A}_N + B_N^* \mathcal{B}_N) + |p_{M+1}| (A_{M+1}^* \mathcal{A}_{M+1} + B_{M+1}^* \mathcal{B}_{M+1}) = 0 \quad (16)$$

全辐射模在最外层是以驻波形式存在的, 因而可设

$$\mathcal{A}_N = C \quad \mathcal{B}_N = C \exp(j\phi_B) \quad (17)$$

C 为归一化常数. 另外在最上层和最下层的准偶模的场也可以通过 $[C]$ 矩阵联系起来, 即

$$\begin{cases} \mathcal{C}_{M+1} = \zeta_{11} \mathcal{A}_N + \zeta_{12} \mathcal{B}_N \\ \mathcal{D}_{M+1} = \zeta_{21} \mathcal{A}_N + \zeta_{22} \mathcal{B}_N \end{cases} \quad (18)$$

其中 ξ 是 $[C_{\text{tot}}]_M$ 的元素, 这个矩阵已由 (8) 式定义. 联立 (16) ~ (18) 式可解出

$$\phi_B = \text{Arg} \left[- \frac{|p_N| B_N^* + |p_{M+1}| (C_{M+1}^* \zeta_{12} + D_{M+1}^* \zeta_{22})}{|p_N| A_N^* + |p_{M+1}| (C_{M+1}^* \zeta_{11} + D_{M+1}^* \zeta_{21})} \right] \quad (19)$$

一旦确定了 \mathcal{A}_N 和 \mathcal{B}_N , 准偶模在其它各层的场分布可通过与准奇模一样的办法计算, 即

$$[\mathcal{F}]_{k+1} = \prod_{j=N}^k [C]_j [\mathcal{F}]_N \quad N \leq k \leq M \quad (20)$$

这样定义的准奇模和准偶模在波导相对于 x_c 趋于对称时就完全成了奇模和偶模.

3 辐射模的归一化问题

如果用 $\psi(x, \rho)$ 代表第 k 层辐射模的场分布, 则有

$$\sum_{k=N}^{M+1} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \frac{\psi_k(x, \rho) \psi_k^*(x, \rho') dx}{\sigma_k} = P \delta(\rho - \rho') \quad (21)$$

$\rho = (n_r^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2}$, $n_r = \max\{n_N, n_{M+1}\}$. 归一化问题就是要确定 P 值. 采用上一节确定全辐射模正交性的办法, 可以方便地导出:

$$P = \begin{cases} 2\pi |p_{M+1}| |A_{M+1}|^2 / \sigma_{M+1} & \text{对上辐射模} \\ 2\pi |p_N| |B_N|^2 / \sigma_N; & \text{对下辐射模} \\ 2\pi \left(\frac{|p_{M+1}| |A_{M+1}|^2}{\sigma_{M+1}} + \frac{|p_N| |B_N|^2}{\sigma_N} \right); & \text{对全辐射模} \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$\sigma_k = \begin{cases} 1; & \text{对 TE 模} \\ n_k^2; & \text{对 TM 模} \end{cases} \quad (23)$$

4 辐射模的应用

作为辐射模的应用，现在考虑做模传播法的第一步工作，就是如何将一参考场映射到一个特定波导模系(包括导模和辐射模)上去的问题，即

$$\psi_{ref}(x) = \sum_{N_g} a_g \psi_g(x) + \int_0^{\rho_{max}} a(\rho) \psi(x, \rho) d\rho \quad (24)$$

式中 a_g , $a(\rho)$ 分别代表参考场对导模的映射系数和对辐射模的映射系数(或称作辐射模谱). $\psi_g(x)$, $\psi(x, \rho)$ 为导模和辐射模的场分布. 由于辐射模谱是连续的，所以还必须将其量化成 $2N_r$ 个辐射模群，其中 N_r 个为准奇辐射模群，另外 N_r 个为准偶辐射模群. 作量化近似以后的关系为：

$$\psi(x) = \sum_{N_g} a_g \psi_g(x) + \sum_{2N_r} a_q \psi_q(x) \Delta\rho \quad (25)$$

$\psi_q(x) \Delta\rho$ 表示以 ρ_q 为中心，带宽为 $\Delta\rho$ 的辐射模群， a_q 为参考场对这一辐射模群的映射系数. 如果波导辐射模是归一化的、正交的和完整的，由它和导模一起根据(25)式组合成的 $\psi(x)$ 一定能重现 $\psi_{ref}(x)$ ，其重现的质量好坏可用下式来衡量：

$$\Delta\psi = \left| 1 - \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \psi_{ref}(x)^* dx}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_{ref}(x)|^2 dx}} \right| \quad (26)$$

$\Delta\psi$ 越小， $\psi(x)$ 越接近 $\psi_{ref}(x)$ ，说明重现的质量越好，映射误差越小.

图 3 给出了四种不同平面波导的折射率分布情况，其中结构 A 为双模波导，其余的结构均为单模波导. 在下面的讨论中，假定参考场是波导 A 的二阶模(奇模)，并分别将它映射到 B 至 D 结构的模系上去. B 结构是一个对称的单模波导，所传导的基模是偶模，参考场对导模的映射为零，因而全部映射到了辐射模系. 图 4 给出了辐射模谱. 因为参考场为奇模，所以只观察到奇辐射模谱. 当 $\rho/n_0 k_0$ 大于 0.2 时，辐射模谱几乎为零，于是只在 0 到 0.2 的范围内对辐射模谱进行采样和量化. $\Delta\psi$ 随 N_r 的变化曲线由图 5 中的实线给出，当 N_r 大于 15 后，

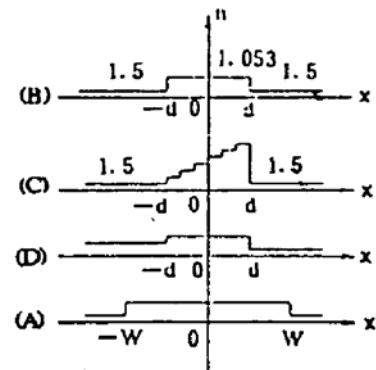


Fig. 3 Index profile of four considered waveguides. $w = 3.5 \mu\text{m}$, $d = 1.5 \mu\text{m}$

误差就小于 -40 dB, 一般取 $N_r = 12$ 便能满足要求. 图中的背景误差是由于略去了 ρ 大于 0.2 的那一部分模谱的缘故.

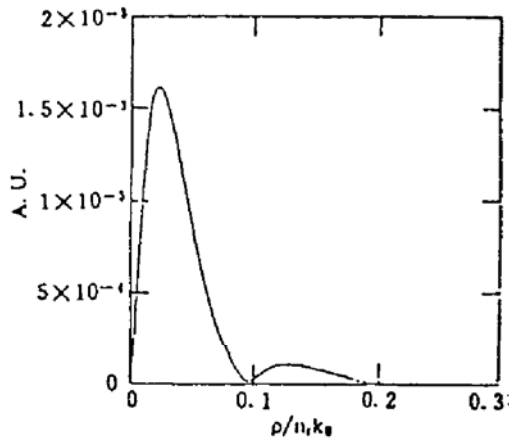


Fig. 4 Radiation mode spectrum obtained by projection of reference field on to the radiation mode set of structure B

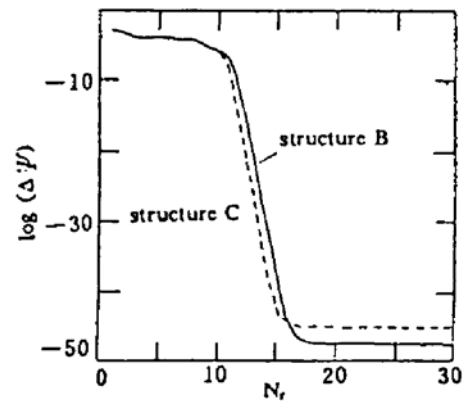


Fig. 5 Projection error versus the number of used radiation mode group

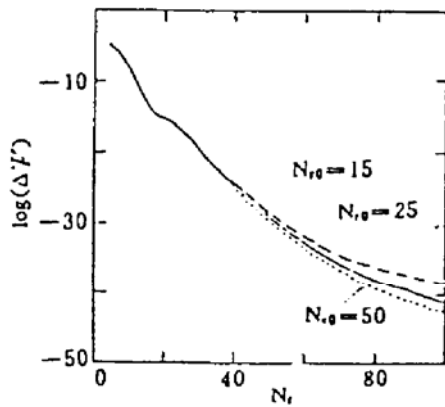


Fig. 6 Projection error versus the number of used full radiation mode group

C 结构是一个多层(8层)非对称单模波导, 因此不具备奇偶性. 参考场不仅映射到辐射模系, 也同时映射到导模系. 映射误差随 N_r 的变化曲线与 *B* 结构相似, 示于图 5(虚线).

D 结构是一个完全非对称单模波导, 两边最外层的折射率不同, 因此要考虑参考场对导模、全辐射模和下辐射模的映射. 图 6 给出了以下辐射模群个数为参数的映射误差随全辐射模群个数的变化曲线. 要获得同上面两种结构一样的映射误差, 所取的辐射模群个数在 *D* 结构的情况下要大得多. 但是只要辐射模群的个数取得足够大, 仍能使映射误差降到足以忽略的地步, 如使 $\Delta\psi$

小于 -40dB.

结 论 对多层平面介质波导的辐射模作了描述, 以这个物理模型为基础, 分上辐射模、下辐射模和全辐射模导出了辐射模的场分布. 对于全辐射模, 给出了准奇模和准偶模的确定方法, 从而解决了模的正交问题. 本文还给出了平面波导辐射模归一化的一个简便方法. 在三层介质波导的简单情况下, 本文的结果与文献[5]的结果完全一致.

在整个推导过程中, 没有作任何近似, 因此这样导出的归一化正交辐射模系是完全精确的. 它适用于各层介质折射率有很大差别的多层波导. 在这种情况下, 波传播法不再适用, 但以模为基础的模传播法却依然适用.

作为一种应用, 将一个特定的参考场分别映射到三种具有代表性的平面波导的模系上, 映射误差非常小. 这就证明本文导出的辐射模系的计算方法是正确的, 用这种方法确定的辐射模系是正交的和归一化的.

本文解决了辐射模的求解问题,并作了映射应用,为模传播法的建立奠定了基础.由于篇幅有限,用波传播法分析光在任意折射率分布的平面介质波导中的传输特性将另文给出.

本工作是在法国 Grenoble 国立工程学院 LEMO 实验室作合作研究时完成的,作者对 E. Pic 教授在整个工作中的热情支持和 P. Benech 博士的帮助表示感谢.

参 考 文 献

- [1] M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr., Light propagation in graded-index optical fibers. *Appl. Opt.*, 1978, 17(16): 3990~3998
- [2] J. Van Roey, J. van der Donk, P. E. Legasse, Beam propagation method; analysis and assessment. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, 71(7): 803~810
- [3] D. Khalil, P. Benech, S. Tedjini, Asymmetric excitation of symmetric monomode Y-junction; the radiation mode effects in Mach-Zehnder electrooptic modulators. *IEEE Microwave Theory Tech.*, 1992, 40(10): 2235~2242
- [4] J. Buus, Application of the effective index method to nonplanar structures. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, 20(6): 1106~1109
- [5] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguide*, 2nd Ed. Academic Press 1991
- [6] C. Smartt, T. Bensen, P. C. Kendall, Free space radiation mode method for the analysis of propagation in optical waveguide devices. *Proc. IEE - J*, 1993, 140(1): 56~61
- [7] P. C. Kendall, D. A. Roberts, P. N. Robson *et al.*, Semiconductor laser facet reflectivities using free-space radiation modes. *Proc. IEE - J*, 1993, 140(1): 49~55
- [8] D. Khalil, *Les modes rayonnees en optique integree; Analyse et applications*, Doctoral dissertation of INP de Grenoble, France, 1993
- [9] P. Benech, D. Khalil, F. S. Andre, An exact simplified method for the normalization of radiation modes in planar multilayer structures. *Opt. Commun.*, 1992, 88(2): 96~100

Radiation Modes of Multilayer Dielectric Waveguides

Ding Hao

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 1 November 1993; revised 26 January 1994)

Abstract We present in this paper an exact method of determining the orthonormal radiation modes of multilayer planar dielectric waveguides. To assure the orthogonality, a simple method is also developed to determine the quasi-odd and quasi-even modes in the full radiation case. These methods are suitable for computer programming, and will serve as basic consideration for further development of the Mode Propagation Method (MPM).

Kew words Radiation mode, multilayer planar dielectric waveguide