第 14 卷 第 11 期 光 学 学 报 Vol. 14, No. 11
1994 年 11 月 ACTA OPTICA SINICA November, 1994

数值孔径与数字剪切散斑干涉条纹亮度的关系

何玉明
(华中理工大学力学系，武汉 430074)

摘 要 分析了数字剪切散斑干涉条纹图的形成理论，并获得了条纹亮度与摄象机数值孔径等参数的精确关系式. 从理论分析和实验验证均得出在采用小的摄象机数值孔径和 3 mW He-Ne 激光器的情况下，仍可获得比较满意的数字剪切散斑干涉条纹图. 理论工作及其结论对于进行数字剪切散斑干涉实验的最佳参数选择具有指导作用.

关键词 数字剪切散斑干涉计量， 干涉条纹图， 亮度， 数值孔径.

1 引 言

自从 1971 年 Butters 和 Leedertz[1] 首先采用电子散斑干涉计量对散射物体的变形进行测量以来，随着计算机技术的发展应用，由计算机进行各种运算，形成干涉条纹图并对其进行数据处理[2]. 后者被人们称之为数字散斑干涉计量. 数字散斑技术与剪切散斑干涉计量术相结合，就产生了数字剪切散斑干涉计量术(DSSPI). 由于数字剪切散斑干涉计量术可以直接获得变形物体的位移导数，且具有光路简单、快速无损、对实验环境要求不严等优点，因此在应变分析及无损检测方面均得到广泛应用.

无论是数字散斑干涉计量还是数字剪切散斑干涉计量，在进行检测实验时，为了使干涉条纹的亮度最高，都会有参数选择问题. 本文以数字剪切散斑干涉计量为例从理论分析中获得了条纹的亮度与数值孔径等参数的精确关系，通过分析和实验证实在大的数值孔径下或不完全分辨散斑颗粒尺寸的情况下也能获得比较满意的实验结果，这对于只有小功率激光器实验条件或需检测大物体的科研工作者来说无疑是十分有意义的.

2 数字剪切散斑干涉理论

数字剪切散斑干涉计量是通过摄像机把光学剪切散斑图转换成电子散斑图，再由 A/D 转换成数字散斑图并由计算机计算产生剪切散斑干涉条纹图. 本文采用的检测系统配置如图 1 所示：光源为 He-Ne 激光器；用菲涅尔棱镜作为剪切镜；数字图象采集卡为 CA-P530 型，采集后的数字图象可在监示器上实时显示；摄象机为 CCA-Ⅰ型低照度 CCD，数据处理设备

收稿日期：1993 年 7 月 12 日；收到修改稿日期：1993 年 11 月 29 日

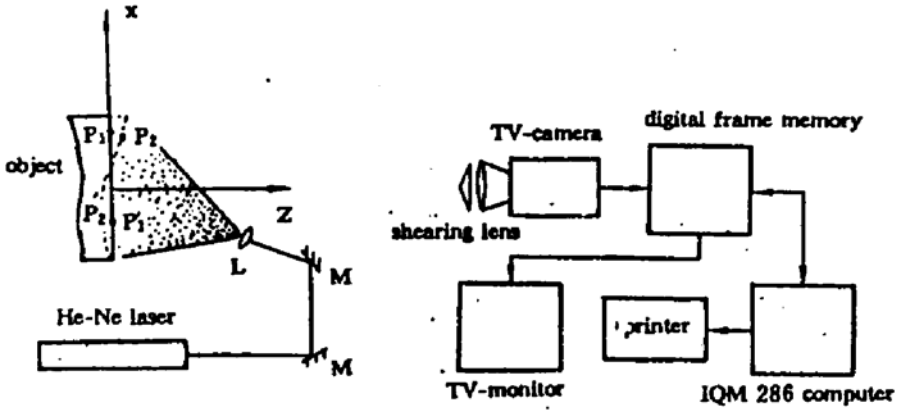

Fig. 1 Principal diagram of DSSPI detecting system

为 IBM 286 个人计算机. 由于摄象机光敏面的空间分辨率有限，因此它对剪切散斑干涉条纹的质量优劣有直接关系.

设光敏面上代表一个象素的象元尺寸为 $\Delta A = P_x P_y$. 由文献[3]激光散斑在象面(即光敏面)上的横向直径约为

$$\begin{aligned} d &= 1.22\,\lambda(1+M)\,(f/D) \\ &= 1.22\,\lambda(1+M)F \\ &= 1.22\,\lambda(1+M)/(NA) \end{aligned} \tag{1}$$

式中，λ 为激光波长，M 为象物放大比，f 和 D 分别为成象透镜的焦距和通光孔径，$F = f/D$ 为透镜光圈数，$NA = 1/F$ 为数值孔径.

当一光波在通过透镜后，在象面上的光强与透镜的通光面积成正比，即与数值孔径的平方成正比或与光圈数的平方成反比.

按图 1 所示，在物体变形前，设 P_1 点的光波为 $U_1 = a_1 \exp(i\varphi_1)$，对应 P_1 点的剪切点 P_1' 点的光波为 $U_1' = a \exp(i\,\varphi_1')$，它们通过透镜后在光敏面叠加产生的光强为

$$\begin{aligned} I_1 &= (U_1 + U_1')\,(U_1 + U_1')^* \,C/F^2 \\ &= (a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\beta)C/F^2 \end{aligned} \tag{2}$$

式中 $\beta = \varphi_1 - \varphi_1'$，$c$ 为比例常数，在物体变形后，即 P_1 点变形至 P_2 点，对应相位变化为 $\Delta\varphi_1$；P_1' 点变形至 P_2' 点，对应相位变化为 $\Delta\varphi_1'$. 因此，P_2 点的光波为 $U_2 = a_2 \exp[i(\varphi_1 + \Delta\varphi_1)]$，$P_2'$ 点的光波为 $U_2' = a_2 \exp[i(\varphi_1' + \Delta\varphi_1')]$，它们在光敏面上产生的光强为

$$\begin{aligned} I_2 &= (U_2 + U_2')(U_2 + U_2')^* \,C/F^2 \\ &= [a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\beta + \Delta\varphi)]\,C/F^2 \end{aligned} \tag{3}$$

式中 $\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_1'$. 若物体的照明光很均匀且采用菲涅尔双棱镜作剪切镜，两个剪切象的光强将一致并在剪切范围内光强变化不大，可设 $a_1 = a_2 = a$，则(2)式和(3)式可写为：

$$I_1 = 2a^2(1 + \cos\beta)\,C/F^2 \tag{4}$$

$$I_2 = 2a^2[1 + \cos(\beta + \Delta\varphi)]\,C/F^2 \tag{5}$$

把上述光信息转换成数字信息，并设转换关系为线性的，则数字光强为

$$I_1^D = \eta\,k\,\langle 2a^2(1 + \cos\beta)\rangle_{\Delta A}\,C/F^2 \tag{6}$$

$$I_2^D = \eta\,k\,\langle 2a^2[1 + \cos(\beta + \Delta\varphi)]\rangle_{\Delta A}\,C/F^2 \tag{7}$$

式中 $\langle\cdot\rangle_{\Delta A}$ 指在一个光敏面象元内取平均值，η 为摄象机输出增益系数，k 为 A/D 转换常数.

对(6)式和(7)式采用减模式得

$$I^D = |I_2^D - I_1^D|$$
$$= \eta\, k\, C\, |\langle 4a^2 \sin(\beta + \Delta\varphi/2) \sin \Delta\varphi/2 \rangle_{\Delta A}| / F^2$$

设在光敏面的象元内 a 和 $\Delta\varphi$ 均为常数，则

$$I^D = 4\eta\, k\, C\, a^2\, |\langle \sin(\beta + \Delta\varphi/2) \rangle_{\Delta A}| \cdot |\sin \Delta\varphi/2| \,/F^2 \tag{8}$$

从上式可看出，在实验设备确定后，数字干涉条纹的亮度将由 $\langle \sin(\beta + \Delta\varphi/2) \rangle_{\Delta A}$ 项调制. 当 $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ 时，$n = 0, 1, 2, \cdots$ 正整数，I^D 取得最大值，

$$I_{\max}^D = 4\eta\, k\, C\, a^2\, |\langle \cos \beta \rangle_{\Delta A}| / F^2 \tag{9}$$

当 $\Delta\varphi = 2n\pi$ 时，I^D 取得最小值，

$$I_{\min}^D = 0 \tag{10}$$

由上两式可知，数字剪切干涉条纹的亮度大小直接受 $I_{\max}^D$ 值的影响. 下面对(9)式作进一步分析. 设

$$P_x = (n_x + k_x)d, \qquad P_y = (n_y + k_y)d \tag{11}$$

式中 n_x 和 n_y 为正整数，k_x 和 k_y 为大于零小于 1 的小数. 根据散斑统计理论，激光散斑在横向的形状可假设为圆形，故其在各个方向的分布频率一致，可设：

$$\cos \beta(x, y) = \cos[2\pi(x+y)/d] = \cos[\omega(x+y)] \tag{12}$$

则

$$\langle \cos \beta(x, y) \rangle_{\Delta A} = \frac{1}{P_x P_y} \int_{-P_y/2}^{P_y/2} \int_{-P_x/2}^{P_x/2} \cos[\omega(x+y)]\, dx dy$$
$$= \frac{d^2}{\pi^2 P_x P_y} \sin(\omega P_x/2) \sin(\omega P_y/2) \tag{13}$$

把上式代入(9)式，得

$$I_{\max}^D = (4\eta\, k\, C\, a^2 d^2/\pi^2 F^2 P_x P_y)\, |\sin(\omega P_x/2) \sin(\omega P_y/2)| \tag{14}$$

设对不同的光圈数值 F，增益 η 可调且不受噪声影响，则 η/F^2 总可保持常数. 这样对于确定的放大比系数 M 和摄象机光敏面象元尺寸 $P_x P_y$，(14)式可进一步简化为

$$I_{\max}^D = K\, F^2 |\sin(\pi P_x/d) \sin(\pi P_y/d)| \tag{15}$$

式中 K 为常数. 图 2 为本文所用参数的 $I_{\max}^D \sim F$ 理想曲线.

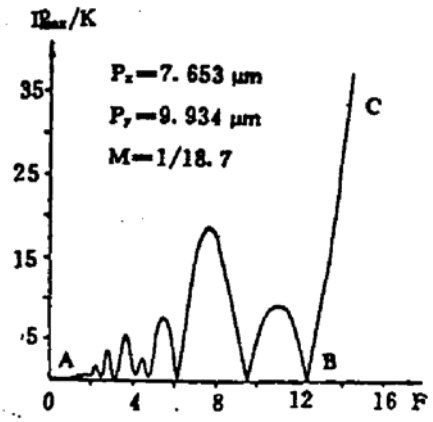

Fig. 2 $I_{\max}^D/K \sim F$ curves

3　完全分辨下的数字剪切干涉条纹

完全分辨指光敏面象元尺寸小于一个散斑直径的情况，此时，$n_x = n_y = 0$，由(11)式得 $P_x = k_x d$，$P_y = k_y d$，代入(14)式，得

$$I_{\max}^D = (4\eta k\, C\, a^2 d^2/\pi^2 F^2 P_x P_y)\, |\sin k_x \pi \sin k_y \pi|$$
$$= (4\eta\, k\, C\, a^2/F^2)\, |\mathrm{sinc}\, k_x \pi\, \mathrm{sinc}\, k_y \pi| \tag{16}$$

若 k_x、k_y 足够小，即光敏面具有很高的空间分辨率或散斑直径足够大，则 $I_{\max}^D$ 值将趋于最大理想值 $4\eta\, k\, C\, a^2/F^2$. 若 K_x、K_y 趋近于 1，则 $I_{\max}^D$ 趋近于零，数字剪切干涉条纹的亮度将降至最低. 图 2 中的 BC 段表示完全分辨下数字条纹亮度与光圈数的关系. 上述结论与文献[3]分析的是

一致的.

CCD 摄象机因其分辨率较高且价格便宜，是目前国内进行数字散斑检测实验较为普遍选用的机型之一. 本文选用 CCA-Ⅱ型 CCD 摄象机，其光敏面象元尺寸为 $P_x=7.653\ \mu m$, $P_y=9.934\ \mu m$. 若要在完全分辨状态下进行实验，则需

$$1.22\ \lambda(1+M)\ F>P_y$$

设 $M=1/18.7$，则 $F>12.2$. 从(16)式分析可知，在这样大的光圈数值下实验，若照明光强不足够强，则需调高增益 η. 对于 CCA-Ⅱ型 CCD 摄象机，当 η 值调节过高，噪声的幅度也相应提高，信噪比迅速降低，最后会导致观察不到干涉条纹. 当 η 的调节范围因噪声受限制后，则只有提高激光器的输出功率，使 a^2 增加. 因此，在完全分辨散斑尺寸下进行实验，对实验设备的要求很高. 若在只有低功率激光器条件下，盲目追求完全分辨进行实验，往往得不到干涉条纹.

4 部分分辨下的数字剪切干涉条纹

部分分辨指光敏面象元尺寸大于一个以上散斑直径，因此在(11)式中，$n_x\neq 0$, $n_y\neq 0$. 由(14)式可得

$$\begin{aligned} I^D_{\max} &= \frac{4\eta\ k\ Ca^2d^2}{\pi^2 F^2 P_xP_y}\left|\sin\left[\frac{2\pi}{d}(n_x+k_x)\frac{d}{2}\right]\sin\left[\frac{2\pi}{d}(n_y+k_y)\frac{d}{2}\right]\right| \\ &= \frac{4\eta\ k\ Ca^2d^2}{\pi^2 F^2 P_xP_y}\left|\sin k_x\pi\ \sin k_y\pi\right| \\ &= \frac{4\eta\ k\ Ca^2}{F^2}\left|\mathrm{sinc}\ k_x\pi\ \mathrm{sinc}\ k_y\pi\right| \end{aligned} \tag{17}$$

比较(16)式和(17)式，它们形式完全一致，即完全分辨与部分分辨的主要区别是数值孔径大小的不同. 图 2 中 AB 曲线段代表了部分分辨下数值条纹亮度与镜头光圈数的关系. 从大的趋势看，F 值大，亮度值也大；从局部看，条纹亮度在一定的 F 值范围内呈起伏变化.

前面已指出，η 值不可过高，因此在参照图 2 选择数值孔径时，除考虑小的数值孔径可带来亮度增加的好处外，同时也应考虑采用小的数值孔径因要调高增益 η 值也会带来更大的噪声. 对于大的数值孔径，条纹的亮度会低一些，但可用数字图象增强的方法给予补偿.

5 实 验

采用图 1 所示系统，对直径为 60 mm 的周边固支中心受集中载荷的圆盘试件进行了实验. 实验时氦氖激光器的输出功率为 3 mW，放大系数 M=1/18.7. 图 3(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f)是分别用光圈数 2、2.4、4、5.6、8、11 所获得的数字剪切干涉条纹图. 这些干涉条纹图都是通过对原始图进行线性灰度变换增强后得到的. 在未增强的干涉条纹图中，用不同数值孔径得到的数字干涉条纹的亮度基本上按图 2 中 AB 段的规律变化. 当数值孔径小于 1/8以后，尽管摄象机的增益可调，但因输入图象信噪比较低，导致数字干涉条纹清晰度降低直至无法观察，如图 3(f)所示.

结 论 1) 本文从理论分析得到了数字剪切散斑干涉条纹的亮度与数值孔径等测试系统参数的关系式，这为今后实验中的参数选择提供了理论依据.

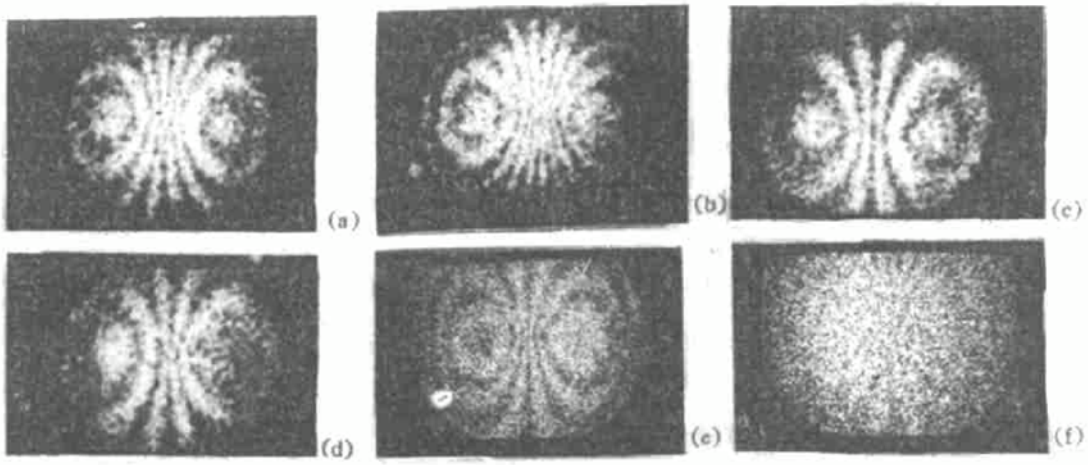

Fig. 3 DSSPI fringes patterns by using different numerical apertures.

(a) $F=2$ (b) $F=2.8$ (c) $F=4$ (d) $F=5.6$ (e) $F=8$ (f) $F=11$

2） 从理论和实验均已证实，在光敏面象元尺寸大于散斑直径时，应用数字图象增强技术仍可获得比较满意的数字剪切散斑干涉条纹图. 由于可采用大的数值孔径，对激光器的功率要求可以降低.

3） 本文所得结论除适用于数字剪切散斑干涉计量外，也适用于数字散斑干涉计量.

参 考 文 献

[1] J. N. Butters, J. A. Leedertz, Speckle pattern and holographic techniques in engineering metrology. *Opt. & Laser Technol.*, 1971, 3(1): 26～30

[2] Suezou Nakadate *et al.*, Computer-aided speckle pattern interferometry. *Appl. Opt.*, 1983, 22(2): 237～243

[3] R. Jones, C. Wykes, *Holographic and Speckle Interferometry*. Cambridge University Press, 1983: chap. 4

The Relationship Between Numerical Aperture and Fringes Brightness of Digital Shearing Speckle Interferometry (DSSPI)

He Yuming

(*Department of Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan* 430074)

(Received 12 July 1993; revised 29 November 1993)

Abstract In this paper the formation theory of the digital shearing speckle interference fringes pattern is analysed, and the exact ralationship between fringes brightness and parameters of the TV camera numerical aperture etc. is obtained. A better digital shearing speckle interference fringe pattern, indicated by the theoretical analyses and experiments, can also be obtained by using a smaller numerical aperture and a He-Ne laser about 3 mW. The theory and results herein have a better guidance to the optimel parameters selection for making the digital shearing speckle interferometric experiments.

Key words digital shearing speckle interferometry, interference fringes pattern, brightness, numerical aperture.