

相干性对 X 光全息图分辨率的影响*

朱佩平 徐至展 陈建文 肖体乔 王之江 寇雷刚

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘 要 分析计算了 X 光束的相干性对 X 光全息图分辨率的影响. 结论是, X 光无透镜傅里叶变换全息术所要求的相干长度和分辨率与样品尺寸成二次线型关系; X 光同轴全息术所要求的相干长度和分辨率的平方以及样品到全息图的距离成正比.

关键词 时间相干性, 空间相干性, 分辨率, X 光全息术, 同轴全息图, 无透镜傅里叶变换全息图.

1 引 言

Solem 等人^[1]已对 X 光束的相干性和 X 光全息图的分辨率之间的关系进行过理论分析. 其处理方法似乎欠妥, 在 X 光同轴全息中, 把同轴全息记录作为无冗余全息记录^[2]处理. 事实上, 由于同轴全息图的内圈记录的是样品的低频信息, 外圈记录的是样品的高频信息, 所以同轴全息图的内圈是冗余记录; 在 X 光无透镜傅里叶变换全息中, 没有考虑菲涅耳波带片对光程差计算的影响, 且作了远场近似, 因此其结果只适用于小半径波带片和远场的情形. Jacobsen 等人^[3]以菲涅耳波带片为模型, 对 X 光束的相干性和 X 光同轴全息图分辨率之间的关系也进行了分析, 获得了正确的结果. 然而在 X 光无透镜傅里叶变换全息中的问题仍然没有得到解决. 本文在分析 X 光束的相干性和 X 光无透镜傅里叶变换全息图分辨率之间的关系时, 考虑了菲涅耳波带片对光程差计算的影响, 不但在小半径的菲涅耳波带片和远场条件下获得了与 Solem 等人相似的结果, 而且在大半径的菲涅耳波带片和近场条件下, 获得了不同的结果. 为完整起见, 文章也对 X 光束的相干性和 X 光同轴全息图的分辨率之间的关系也进行了分析, 获得了与 Jacobsen 等人类似的结果.

X 光全息图的分辨率要受记录和再现两个过程中的各种因素的制约. 在记录过程中要受记录方式和 X 光束相干性的制约, 在再现过程中要受像差的制约. 要获得高分辨率的 X 光全息再现像, 首先要在全息记录介质上记录有高频物体信息, 然后才有可能考虑在再现过程中如何提取记录在全息图上的高频物体信息. 因此要求在记录过程中, 干涉区域面积对物点所张的圆锥立体角 Ω 和波长 λ 平方的比值 Ω/λ^2 要尽量地大. 这是因为比值 Ω/λ^2 越大, 全息图获得的数值孔径越大, 全息图边缘上干涉条纹所载的物波信息的空间频率就越高. 在记录过

* 国家自然科学基金资助项目.

收稿日期: 1993 年 4 月 20 日

程中各种因素对 X 光全息图分辨率的影响归根结底是对比值 Ω/λ^2 的限制. 无论是记录方式还是 X 光束的相干性对 X 光全息图分辨率的影响都可以按照这个思路来考虑. 记录方式对 X 光全息图分辨率的影响作者已经讨论过^[4]. 本文讨论 X 光束的相干性对 X 光全息图分辨率的影响. 至于再现过程中像差对 X 光全息图分辨率的影响, 作者将另文探讨.

2 X 光全息术对 X 光束空间相干性的要求

依据对 X 光经过变间距狭缝衍射花样的观察和计算, 可以通过一次 X 光脉冲完成对 X 光束空间相干性的测量^[5]. 根据范西特-泽尼克定理^[6], 当 X 光源对 X 光全息记录装置的最大张角小于 $0.16\lambda/r_0$ 时 (λ 为 X 光的波长, r_0 为 X 光源的半径), 就能保证可以获得大于 0.88 的空间相干度. 因为 X 光源对 X 光全息记录装置所张的立体角很小, 所以从 X 光源传播到 X 光全息记录装置的 X 光束可以近似地作为平面波处理.

3 X 光全息术对 X 光束时间相干性的要求

3.1 时间相干性和时间频率分布线型

经过单色器滤波的 X 光束可以看为准单色源. 虽然准单色光源有各种不同的时间频率分布线型, 但是各种线型的时间相干度随光程差的变化却相差不大, 如图 1 所示. 采用某个线型推导出的结果, 在同数量级上也适用于其他线型. 特别是在讨论时间相干的临界条件时, 更是如此. 因此在讨论 X 光源的时间相干性问题时, 实际所用的 X 光束是哪种线型以及采用哪种线型计算并不重要. 时间相干长度有几种不同的定义, 本文采用如下定义:

$$L_c = \lambda^2/\Delta\lambda \quad (1)$$

时间相干长度的这种定义和时间相干的临界条件

相对应, 当最大光程差大于时间相干长度时, 便可认为是时间非相干了. 根据图 1 可知, 当最大光程差大于时间相干长度时, 利用矩形线性, 仍然可以记录全息图, 但是由于矩形线性的零点(在 τ_0 处), 与零点附近对应的空间频率的信息肯定记录不上.

3.2 X 光无透镜傅里叶变换全息图

在深入讨论之前, 先给出无透镜傅里叶变换全息应满足的一些条件. 设参考点源的座标为 (u_r, v_r) , 物中心座标为 (u_0, v_0) , 参考点源和物中心的距离为 d , 参考点源的半径为 δ , 其在全息图上衍射的爱里斑的半径为 r_s , 物体的最大横向距离为 $2(u - u_0)_{\max}$; 空间不变条件为

$$[(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2]^{1/2} \leq r_s/4 \quad \text{或} \quad (u - u_0)_{\max} \leq r_s/4 \quad (2)$$

正负一级衍射与物波自相关分离的条件为

$$d \geq 3(u - u_0)_{\max} \quad (3)$$

由此得物体和参考点源最近距离为

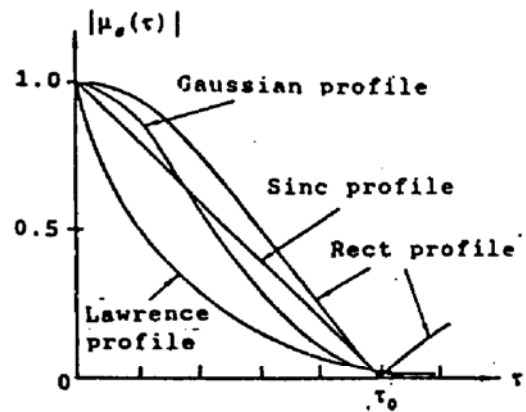


Fig. 1 The temporal coherence degree of quasi-monochromatic sources of four kinds. $\tau = |L_r - L_0|/c$, $\tau_0 = L_c/C$

$$d_{min} \geq 2(u - u_0)_{max} \tag{4}$$

最远距离为

$$d_{max} \geq 4(u - u_0)_{max} \tag{5}$$

当全息记录介质的截止频率 f_c 满足

$$f_c \geq 4(u - u_0)_{max}/\lambda_c \tag{6}$$

便能记录下物光和参考光的最高频干涉条纹.

下面讨论 X 光无透镜傅里叶变换全息对时间相干性的要求. 图 2 是记录 X 光无透镜傅里叶变换全息图的示意图. 可设 $u_0 = 0, v_0 = 0$. 无透镜傅里叶变换全息图的最大记录面积是参考点源衍射到全息记录介质面上的衍射斑面积. 只有物光和参考光在参考点源的衍射斑区域内的光程差都小于相干长度, 才能使无透镜傅里叶变换全息图达到最大记录面积, 从而获得和参考点源半径相当的最小分辨距离^[4]. 当 X 光束的时间相干性达不到上述要求时, 全息图直径将小于参考点源衍射斑的直径, 从而使最小分辨距离大于参考点源的半径. 本文的任务是在参考点源的衍射斑区域上寻找物光和参考光的最大光程差, 这个最大光程差便是 X 光无透镜傅里叶变换全息术对 X 光束时间相干性的要求.

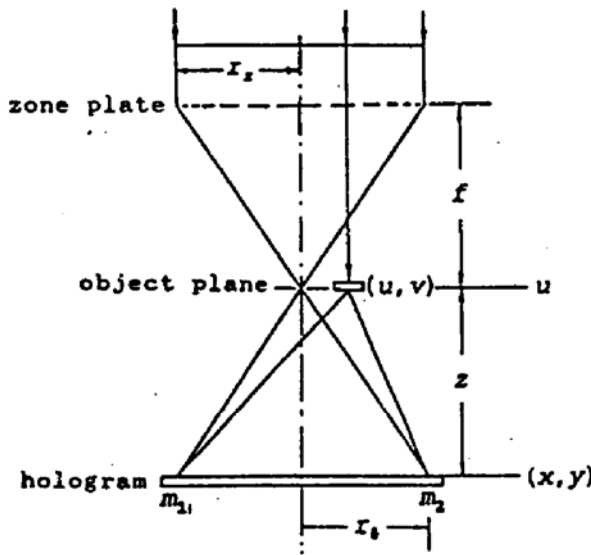


Fig. 2 The schematic of recording X-ray lensless Fourier transform hologram with fresnel-zone plate

计算光程差时应特别注意, 光程应从菲涅耳波带片算起, 而不是从物平面算起. 这是因为, 菲涅耳波带片聚焦和透镜不同, 相邻的通光波带之间光程相差一个波长, 所以在菲涅耳波带的焦点各衍射光线的光程是不相同的. 也就是说, 对菲涅耳波带片, 其正负一级衍射聚焦不满足几何光学中的费马原理^[7].

图 2 中 r_s 和 f 分别为菲涅耳波带片的半径和焦距, z 为样品到全息图的距离. 为了分析物点与参考点源的距离和光程差的关系, 先不考虑零级衍射和一级衍射的分离条件. 在这个前提下, 样品和参考点源的最近距离可以为零. 此时, 从距参考点源最近的物点发出并传播到全息图在 x 方向上最大半径处 m_1 和 m_2 的物光、和传播到这两点的参考光之间的光程差为 $(r_s^2 + f^2)^{1/2}$. 随着物

点和参考点源之间距离的增加, 在 m_1 点, 起初物光和参考光之间的光程差减小, 当减小至零时, 光程差变号, 然后增加; 而在 m_2 点, 物光和参考光之间的光程差始终是增加的. 根据这个分析, 在 m_2 点光程差最大. 因此要获得和参考点源半径相当的最小分辨距离, 只须确保从距参考点源最远的物点发出并传播到全息图 m_2 点上的物光、和传播到同一点的参考光之间的光程差小于相干长度. 考虑了零级衍射和一级衍射的分离条件后, 这个结论不变.

从菲涅耳波带片传播到全息图 m_2 点的参考光的光程为

$$L_r = [(f + z)/z](z^2 + r_s^2)^{1/2} \tag{7}$$

从菲涅耳波带片经过距参考点源最远的物点, 传播到全息图 m_2 点的物光光程为

$$L_o = f + [z^2 + (r_s - d_{max})^2]^{1/2} \tag{8}$$

因而要求 X 光束的时间相干长度 L_c 满足

$$L_c \geq |L_r - L_o| = [(f+z)/z](z^2 + r_o^2)^{1/2} - f - [z^2 + (r_o - d_{max})^2]^{1/2} \quad (9)$$

将(9)式作二项式展开并取一次近似又因为 $r_o/z = r_z/f$, 则

$$L_c \geq (r_z^2/2f) + (r_z d_{max}/f) - (d_{max}^2/2z) \quad (10)$$

设 X 光无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离 Δd_f 和参考点源的半径 δ 相等, 则

$$\Delta d_f = 0.61\lambda f/r_z \quad (11)$$

代入上式得

$$L_c \geq 0.186(\lambda^2 f/\Delta d_f^2) + 0.61(\lambda d_{max}/\Delta d_f) - 0.5(d_{max}^2/z) \quad (12)$$

$$\lambda/\Delta\lambda \geq 0.186(\lambda f/\Delta d_f^2) + 0.61(d_{max}/\Delta d_f) - 0.5(d_{max}^2/\lambda z) \quad (13)$$

(12)式的第一项是由菲涅耳波带片引起的光程差, 第二项类似于杨氏双孔干涉在远场的光程差, 第三项是近场效应. 当 r_z 和 f 同时趋近于零, z 趋近于无穷大时, 有

$$L_c \geq 0.61(\lambda d_{max}/\Delta d_f) \quad (14)$$

这与 Solem 等人关于 X 光束的相干长度和 X 光无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离 Δd_f 成反比的结果一致. 当 λ 、 r_z 、 f 、 z 和 $(u - u_0)_{max}$ 等参量确定之后, 便可根据这些参量求出最小分辨距离 Δd_f 所要求的相干长度. 如果物波和参考波相比振幅足够小, 则物波的自相关可忽略不计, 因此可不考虑一级衍射像波和物波自相关的分离条件. 这样, 样品和参考点源便可靠得很近, 这样可以进一步降低对 X 光束时间相干性的要求. 此时, 样品和参考点源的最远距离为

$$d_{max} = 2(u - u_0)_{max} \quad (15)$$

将(15)式代入(12)式, 可知第二项和第三项比代入(5)式时有所减小.

3.3 同轴全息图

图 3 是记录 X 光同轴全息图的示意图. 设全息记录介质的截止频率为 f_c , 则有

$$f_c \geq \sin \alpha_{max}/\lambda = 0.61/\Delta d_i \quad (16)$$

式中 α_{max} 为物光和记录介质截止频率对应的最大衍射角, Δd_i 是 X 光同轴全息图的最小分辨距离. 因此记录每一点物光和参考光干涉区域的最大半径为

$$r_{max} = z \operatorname{tg} \alpha_{max} \approx z \sin \alpha_{max} = 0.61 z\lambda/\Delta d_i \quad (17)$$

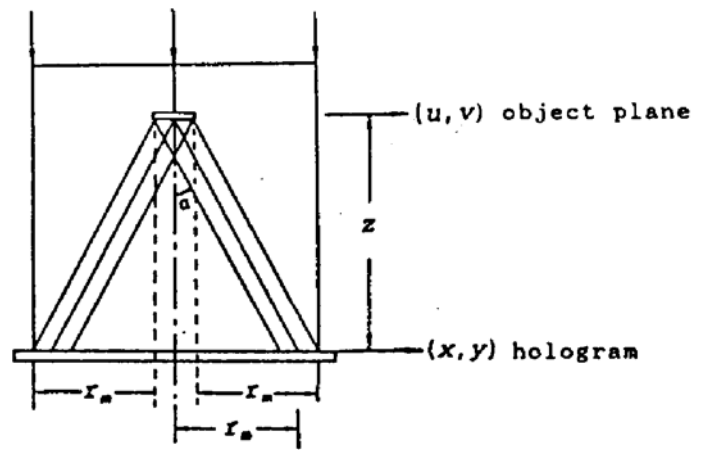


Fig. 3 The schematic of recording X-ray in-line hologram

由图 3 可知, 在记录介质面积足够大、样品尺寸足够小, 不足以影响参考光的条件下, 因为记录介质的截止频率的限制, 每一物点的全息图的半径都相同, 每一个物点和其点全息图的相对位置都相同, 所以记录过程中各物点是等同的, 没有一个物点是特殊的, 因而自动满足空间不变的条件. 从各物点发出的物光和参考光的光程差、在各点全息图的边缘上最大. 从物平面传播到全息图上的参考光的光程为

$$L_r = z \quad (18)$$

从各物点传播到各点全息图边缘上的光程为

$$L_o = (z^2 + r_m^2)^{1/2} \quad (19)$$

因而要求 X 光束的时间相干长度 L_c 满足

$$L_c \geq |L_r - L_o| = r_m^2/2z = 0.186\lambda^2 z/\Delta d_i^2 \quad (20)$$

$$\lambda/\Delta\lambda \geq 0.186\lambda z/\Delta d_i^2 \quad (21)$$

这和 Jacobsen 等人关于 X 光束的相干长度和 X 光同轴全息图的最小分辨距离 Δd_i 的平方成反比, 和样品到记录介质的距离成正比的结果一致. 当 λ 、 f_o 和 z 确定后, 便可求出最小分辨距离 Δd_i 所要求的相干长度和单色性.

4 讨 论

前面分别计算了 X 光无透镜傅里叶变换全息术和 X 光同轴全息术对 X 光束的相干性的要求, 下面应用所得结果对获得了较高分辨率的两个 X 光全息实验进行讨论.

4.1 Jacobsen 等人做的 X 光同轴全息实验

1990 年 Jacobsen 等人^[3]在 Brookhaven 实验室, 采用同步辐射源, 拍摄了以光刻胶为记录介质的生物样品 X 光同轴全息图, 然后用电子显微镜放大, 数字法再现, 据报道以相干长度为 $1.5 \mu\text{m}$ 的 X 光源获得了分辨距离为 56 nm 的结果. 把其实验数据和结果 $\lambda = 2.57 \text{ nm}$, $z = 400 \mu\text{m}$, $\Delta d_i = 56 \text{ nm}$, 代入(22)式, 可得所要求的相干长度为

$$L_c \geq 0.16 \mu\text{m} \quad (22)$$

根据计算结果, 可知用相干长度为 $1.5 \mu\text{m}$ 的 X 光束获得分辨距离为 56 nm 的结果是绰绰有余的. 如果不考虑 X 光同轴全息图的双生象和再现时象差的影响, 相干长度为 $1.5 \mu\text{m}$ 的 X 光束具有获得更高分辨率的潜力.

4.2 McNulty 等人做的 X 光无透镜傅里叶变换全息实验

1992 年 McNulty 等人^[3]在美国国家同步辐射实验室采用同步辐射源, 以金箔(厚度 250 nm)制作的波带片和辐条靶作样品, 用 CCD 记录 X 光无透镜傅里叶变换全息图. 他们用焦斑半径为 60 nm 的非涅耳波带片产生参考点源, 用光阑挡住样品的零级衍射光斑, 以免引起 CCD 探头的饱和, 数字法再现, 据报道以相干长度为 $0.7 \mu\text{m}$ 的 X 光束获得了分辨距离为 60 nm 的结果. 其实验数据和结果 $\lambda = 3.4 \text{ nm}$, $f = 1.32 \text{ mm}$, $z = 160 \text{ mm}$, $d_{\text{max}} = 12 \mu\text{m}$, $\Delta d_f = 60 \text{ nm}$ 代入(12)式, 可得所要求的相干长度为

$$\begin{aligned} L_c &\geq 0.186(\lambda^2 f/\Delta d_f^2) + 0.61(\lambda d_{\text{max}}/\Delta d_f) - 0.5(d_{\text{max}}^2/z) \\ &= 0.788 \mu\text{m} + 0.41 \mu\text{m} - 0.45 \times 10^{-3} \mu\text{m} \approx 1.2 \mu\text{m} \end{aligned} \quad (23)$$

根据计算结果, 可知由非涅耳波带片引起的光程差是物波和参考波之间的最大光程差的主要部分, 由此可知用相干长度为 $0.7 \mu\text{m}$ 的 X 光束对获得分辨距离为 60 nm 的结果似乎太短了.

参 考 文 献

- [1] J. Solem and G. Chapline, X-ray biomicroholography. *Opt. Eng.*, 1984, 23(2): 193~203
- [2] 王之江, 伍树东, 成像光学. 北京: 科学出版社, 1991: 221~229
- [3] C. Jacobsen et al., X-ray holographic microscopy using photorists. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, 7(10): 1847~

1861

- [4] 朱佩平, 陈建文, 徐至展, X 光全息术的记录方式对其分辨率的影响. *光学学报*, 1993, 13(8): 717~722
- [5] J. Trebes *et al.*, Measurement of the spacial coherence of a soft-x-ray laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, 68(5): 588~591
- [6] M. 玻恩, E. 沃尔夫, *光学原理*, 北京: 科学出版社, 1981: 671~676
- [7] 王绍民等著, *激光光学导论*. 杭州: 杭州大学出版社, 1991: 37
- [8] I. McNulty *et al.*, High-resolution imaging by Fourier Transform X-ray holography. *Science*, 1992, 258(15): 1009~1012

Effects of the Coherence on the Resolution in X-Ray Holography.

Zhu Peiping Chen Jianwen Xu Zhizhan Xiao Tiqiao
Kou Leigang Wang Zhijiang

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 20 June 1993)

Abstract The effects of the coherence of X-ray beams on the resolution of X-ray holograms are theoretically analyzed. The conclusion is that the temporal coherence length required for X-ray beams is a quadratic function of the resolution and the size of specimen in X-ray lensless Fourier transform holography; and the temporal length required for X-ray beams is proportional to the square of the resolution in X-ray in line holography.

Key words spatial coherence, temporal coherence, resolution, X-ray holography, lensless Fourier transform hologram, in-line hologram.