

# 波片相位延迟量精密测量新方法

徐文东 李锡善

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要** 利用旋转波片的偏振干涉技术, 结合机械-光学旋光调制器对光相位的调制, 通过判断方波信号的有无, 可精密地确定被测波片相位延迟的数值。机械-光学旋光调制器的使用, 大大简化被测样品和测试装置中四分之一波片光轴方位的调整, 也显著地提高了装置测量的灵敏度和波长测量范围。对环境不作特殊控制, 依据本方法建立的测试装置的相对测量误差可小于千分之五。

**关键词** 机械-光学旋光调制器, 相位调制, 锁相放大。

## 1 引 言

波片的相位延迟取决于波片的厚度和面形、光轴的准确方位、应力双折射、光的入射方向以及环境温度等许多因素, 因而应直接测量波片的相位来评价波片的质量。现有的大部分波片测量方法都基于这样的思想: 已知进入波片前的光的偏振状态和波片光轴方位, 测量通过波片后的光的偏振状态, 应用偏振光的理论就可以计算出波片的相位延迟。对这一思想的进一步研究集中在以下两个方面: 一是如何准确地测量出射光的偏振状态; 二是如何简化测量结果的计算。本文针对这两个问题提出了一种新的高精度测量波片的方法。这种方法具有下列优点: 1) 利用旋转偏振器件对相位进行补偿的办法, 消除了对出射光椭圆长短轴的寻找和相应光强的测量, 使其精度仅依赖于对干涉极值点的判断和转角的读数误差。2) 在转角读数误差的影响上, 由于补偿相位对应于偏振器件较显著的转角, 中等精度的度盘就可满足要求了。3) 在干涉极值点的判断上, 采用机械-光学旋光调制器对干涉相位进行调制, 它不仅有效地减小了光路及电路噪声的影响(利用锁相放大器的滤波作用), 而且将信号随相位变化的灵敏度从最低点移至最高点。4) 方便了被测样品和装置中四分之一波片的光轴方位的调整。5) 由于波片相位值与检偏器的旋转角度之间有简单的倍数关系, 相位的复杂计算因此被消除了。

## 2 基本原理

测量装置的光学系统原理图如图1所示。白光通过单色仪1和干涉滤光片2后产生所需波长的准单色光, 经准直后入射到可手动旋转的起偏器3上。以竖直方向定为x方向, 水平

方向为 $y$ 方向, 起偏器的起偏方向可假设为 $\theta$ . 经过机械-光学旋光调制器4后, 光束的偏振面以 $\theta$ 为中心左右摆动. 这样的偏振光通过光轴方位与 $x$ 轴成 $45^\circ$ 的四分之一波片5后成为两个相位被调制、偏振方向分别与 $x$ 和 $y$ 轴平行的线偏振光. 若样品6的光轴与 $x$ 或 $y$ 轴平行, 那么两束光将以 $o$ 光和 $e$ 光的方式经过样品, 使样品的相位直接叠加在原有相位差上. 两束光通过透光方向为 $45^\circ$ 的检偏器7后发生干涉. 调整起偏器方位角使探测器8得到的方波信号为零(可用锁相放大器进行检测), 此时若不加调制, 干涉将发生在极值点(亮点或暗点), 从起偏器旋转的角度可得到样品相位值.

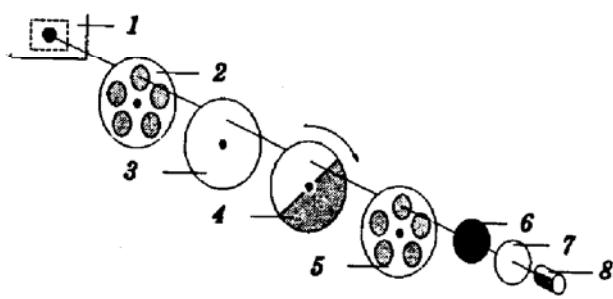


Fig. 1 Optical configuration of the instrument

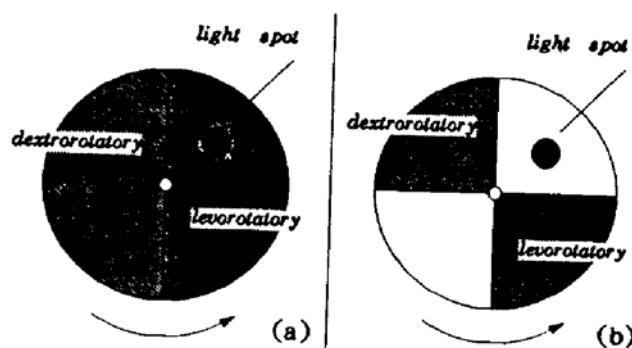


Fig. 2 Modulators made up with dextrorotatory and levorotatory quartzs

其中, 机械-光学旋光调制器是由两个厚度相同的半圆石英晶片组成, 两晶片分别由左右自然旋光的石英晶体加工而成, 如图2(a)所示. 两晶片装在一个金属圆筒内, 由微型马达通过齿轮带动, 使偏心通过的线偏振光的振动方位受到调制. 石英晶体有较宽的光谱透过宽度, 并表现较显著的自然旋光性质(一毫米的石英晶体可产生 $20^\circ\sim 80^\circ$ 的旋转). 在白光透过率以及调制幅度上明显优于磁光调制器.

## 2.1 相位的补偿和调制

下面用琼斯矩阵证明: ① 线偏振光通过旋转的机械-光学旋光调制器以及光轴与 $x$ 方向成 $45^\circ$ 的四分之一波片后, 成为偏振方向相互垂直相位被调制的两束线偏振光; ② 改变入射线偏振光的偏振方向, 可对通过样品后的上述两束光的位相进行补偿, 使干涉发生在极值点(最亮或最暗).

若光所通过的各偏振元件的琼斯矩阵可表示为:

$$S_i = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}, \quad H_r = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \mp \sin \alpha \\ \pm \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

$$H_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}, \quad H_s = \begin{bmatrix} \exp(j\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

其中 $S_i$ 、 $H_r$ 、 $H_p$ 、 $H_s$ 分别表示起偏器、机械-光学旋光调制器、 $45^\circ$ 放置的四分之一波片、被测量样品的琼斯矩阵, 那么将各偏振元件的琼斯矩阵代入, 经过计算, 通过被测样品后光的偏振态可表示为:

$$S_o = \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{bmatrix} = H_s H_p H_r S_i = \frac{-\exp[-j(\theta \pm \alpha)]}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \exp[j(2\theta \pm 2\alpha + \beta + \pi/2)] \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$E_{ox}$  在检偏器透光轴方向的分量为:  $E_{xx} = (\sqrt{2}/2) E_{ox}$ .

$E_{oy}$  在检偏器透光轴方向的分量为:  $E_{yy} = (\sqrt{2}/2) E_{oy}$ .

探测器接收的光强为  $I = |E_{xx} + E_{yy}|^2$ , 将有关公式代入, 得

$$I = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\theta \pm 2\alpha + \beta + \pi/2)] = \frac{1}{2} [1 + \cos \phi] \quad (1)$$

可见, 透过被测样品的光的相位可方便地由机械-光学旋光调制器调制(改变  $2\alpha$ ); 且可由旋转起偏器来精密地补偿(改变  $2\theta$ ).

## 2.2 极值点的判断

下面介绍干涉极值点的判断及其灵敏度, 以及检偏器旋转角与被测波片相位的对应关系, 这里采用了锁相干涉的一些概念.

从(1)式可知, 当不加调制, 旋转起偏器使  $\phi = 2\theta + \beta + \pi/2 = 0$  或  $\pi$  时, 干涉将发生在极值点(最亮或最暗)处(图 3 上的 O 点), 从起偏器旋转的角度  $\theta$  可得到被测波片相位值  $\beta$ :

$$\beta = -2\theta - \pi/2(\text{亮点}), \quad \text{或 } \beta = -2\theta + \pi/2(\text{暗点}). \quad (2)$$

但是, 从(1)式知道, 在极值点, 光强随  $\phi$  的变化(因而随起偏器的角度变化)的灵敏度为零, 而且对直流光强的测量通常需要对噪声和电路漂移进行复杂的处理. 为克服这些缺点, 加入了机械-光学旋光调制器. 若上面的干涉发生在极值点, 加调制后探测器接收的信号为直流信号:

$$I_+ = \cos^2[(2\theta + 2\alpha + \beta + \pi/2)/2] = I_- = \cos^2[(2\theta - 2\alpha + \beta + \pi/2)/2]$$

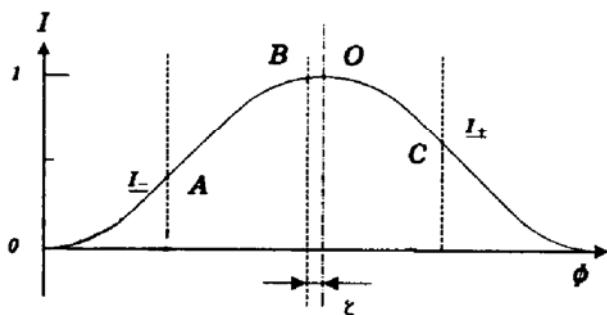


Fig. 3 Variation of  $I$  with  $\phi$

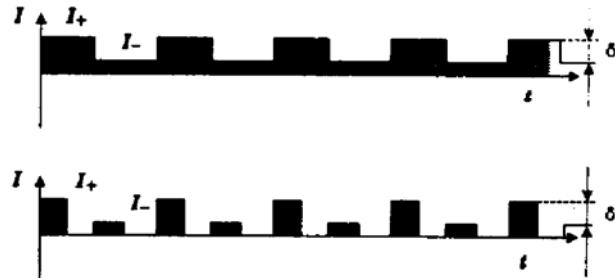


Fig. 4 Square waves obtained by photodetector

若未加调制时的干涉不发生在极值点(图 3 中的 B 点), 加调制后探测器接收的信号将为方波信号(图 4 的上部曲线所示, 其中  $I_+$  相应于图 3 中的 C 点,  $I_-$  相应于 A 点):

$$I_+ = \cos^2[(2\theta + 2\alpha + \beta + \pi/2)/2] \neq I_- = \cos^2[(2\theta - 2\alpha + \beta + \pi/2)/2]$$

假设  $I_+ > I_-$ , 那么上述方波可展开为(其中  $\delta = I_+ - I_-$ ):

$$I = I_- + (\delta/2) + (2\delta/\pi)[\sin \omega t + (1/3) \sin 3\omega t + (1/5) \sin 5\omega t + \dots] \quad (3)$$

由上可见, 对加调制前的干涉是否发生在极值点可通过观察加调制后探测器接收的方波信号是否为零来判断. 实际上是以方波信号的一倍频分量的有无来对方波的有无进行判断的, 以适应下面所述的另一种分划的调制器, 并给噪声抑制以足够余地. 从(3)式可看出, 以一倍频为准来检测方波的有无, 因而可判断加调制器前的干涉是否发生在极值点, 比以其它频率为准灵敏度至少高三倍. 位相呈零或  $\pi$  的变化, 由简单的锁相放大器(或窄带滤波器加双边带解调器)即可将一倍频的幅值和位相转化为直流电信号的相应幅值和正负, 并滤除噪声. 这

样可通过观察锁相放大器的输出，直观灵敏地决定位相补偿的情况。

令  $M = 2\theta + \beta + \pi/2$ 、 $N = 2\alpha$ ，那么，

$$\delta = |\sin(M) \sin(N)| \quad (4)$$

从正弦函数的性质知道，当加调制前的干涉发生在极值点时( $M = 0$ 或 $\pi$ )，加调制后 $\delta$ 随 $M$ 变化，因而随起偏器的角度变化的灵敏度为最高。从(4)式还可看出， $\delta$ 随 $M$ 变化的灵敏度并不是简单地随调制幅度的增大而增大。当 $N = 90^\circ$ 时，灵敏度最高。此时若处于极值点附近， $I_- = I_+ = \cos^2(N/2) = 1/2$ 。这表明上述调制器在减少平均光强在探测器中产生的散粒噪声方面并不具有优点。为此设计了图2(b)所示的调制器，这种调制器可方便地确定极值点是暗点还是亮点，比较接近于正弦调制(图4下部曲线)，平均光强下降一倍，但不考虑噪声的理论灵敏度略有下降。

### 3 误差分析

偏振光的描述是在一定的参考坐标下进行的，因此正确地选择参考坐标将有助于问题的简化，下面以四分之一波片的光轴方位为准来分析计算。

1) 起偏器：当起偏器的消光比不够理想时，

$$S_i = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} + \varepsilon_1 \begin{bmatrix} \cos(\theta + \pi/2) \\ \sin(\theta + \pi/2) \end{bmatrix}, \quad |\varepsilon_1| \ll 1$$

$$I = (1/2) [(1 + \varepsilon_1) - (1 - \varepsilon_1) \cos(2\theta \pm 2\alpha + \beta + \pi/2)]$$

可见起偏器的好坏只影响干涉信号的对比度。从(2)式可知起偏器的方位角误差(如读数误差)以二倍角直接反映在测量数据上。

2) 检偏器：当检偏器的消光比不够理想时， $E_{ox}$ 、 $E_{oy}$ 在与透光轴垂直的方向上的分量为：

$$- \varepsilon_2 \frac{\sqrt{2}}{2} E_{ox}, \quad \varepsilon_2 \frac{\sqrt{2}}{2} E_{oy}, \quad |\varepsilon_2| \ll 1$$

$$\text{则, } I = (1/2) [(1 + \varepsilon_2) - (1 - \varepsilon_2) \cos(2\theta \pm 2\alpha + \beta + \pi/2)]$$

可见检偏器的好坏也只影响干涉信号的对比度。而检偏器的方位角误差会引起两干涉光振幅的不等，在另一方面导致干涉信号对比度的下降(最暗点的直流光强不为零)。

3) 机械-光学旋光调制器：若调制器左右旋转角不等时(厚度不等时)，即：

$$\text{左旋: } H_{r+} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \\ +\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{右旋: } H_{r-} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & +\sin \alpha_2 \\ -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \varepsilon_3, \quad \varepsilon_3 \ll 1$$

左右旋角度也可同时表示为：

$$\alpha_{\pm} = [(\alpha_1 + \alpha_2)/2] \pm (\varepsilon_3/2)$$

从(1)式中可以看出， $\varepsilon_3$ 代表的误差将直接引入测量数据中，这是系统固定误差，通过校正，可以消除。

4) 四分之一波片：四分之一波片的相位值不为 $\pi/2$ 时，

$$H_s = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \exp(j\varepsilon_4) & \exp(j\varepsilon_4) - 1 \\ \exp(j\varepsilon_4) - 1 & 1 + \exp(j\varepsilon_4) \end{bmatrix}, \quad |\varepsilon_4 - \pi/2| \ll 1$$

经过计算,

$$I = (1/8) [k_2 \cos \beta + k_1 \cos \varepsilon_4 + k_1 \cos(\beta + \varepsilon_4) - k_2]^2 + (1/8) [k_2 \sin \beta + k_1 \sin \varepsilon_4 + k_1 \sin(\beta + \varepsilon_4)]^2$$

其中,  $k_1 = \cos(\theta \pm \alpha) + \sin(\theta \pm \alpha)$ ,  $k_2 = \cos(\theta \pm \alpha) - \sin(\theta \pm \alpha)$

误差曲线见图 5 ( $|\varepsilon_4 - \pi/2| = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ ).

5) 样品: 样品光轴方向有误差时,

$$H_s = \begin{bmatrix} \sin^2 \varepsilon_5 + \cos^2 \varepsilon_5 \exp(j\beta) & (1/2) \sin 2\varepsilon_5 [\exp(j\beta) - 1] \\ (1/2) \sin 2\varepsilon_5 [\exp(j\beta) - 1] & \cos^2 \varepsilon_5 + \sin^2 \varepsilon_5 \exp(j\beta) \end{bmatrix}$$

因  $\varepsilon_5 \ll 1$  则,

$$H_s = \begin{bmatrix} \varepsilon_5^2 + \exp(j\beta) & \varepsilon_5 [\exp(j\beta) - 1] \\ \varepsilon_5 [\exp(j\beta) - 1] & 1 + \varepsilon_5^2 \exp(j\beta) \end{bmatrix}$$

经过计算,

$$I = (1/4) [\varepsilon_5^2 \cos \delta + \cos(\beta + \delta) + \varepsilon_5 \cos \beta + \varepsilon_5 \cos(\beta + \delta) - \varepsilon_5 \cos \delta + \varepsilon_5^2 \cos \beta + 1 - \varepsilon_5]^2 + (1/4) [\varepsilon_5^2 \sin \delta + \sin(\beta + \delta) + \varepsilon_5 \sin \beta + \varepsilon_5 \sin(\beta + \delta) - \varepsilon_5 \sin \delta + \varepsilon_5^2 \sin \beta]^2$$

其中,  $\delta = (2\theta \pm 2\alpha + \pi/2)$

误差曲线见图 6 ( $|\varepsilon_5| = 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ$ ).

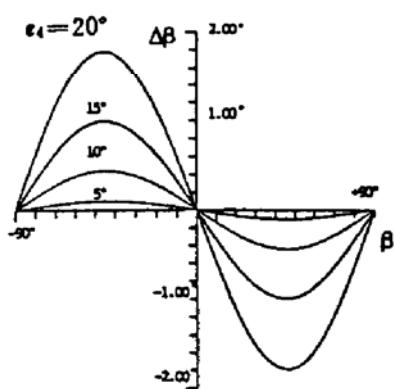


Fig. 5 Distributions of  $\Delta\beta$  with  $\beta$  and  $\varepsilon_4$

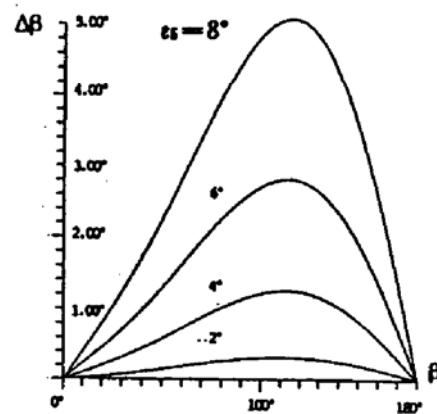


Fig. 6 Distributions of  $\Delta\beta$  with  $\beta$  and  $\varepsilon_5$

由误差分析可知, 采用普通的波片作测量元件可对高精度波片进行精密测量.

## 4 实 验

1) 实验结果表明: 放入已知相位延迟值的波片, 方波信号为零时起偏器的转角与相位延迟值有简单的线性关系如(2)式所示. 左右转动起偏器, 记录方波信号的幅值和相位. 从方波信号与转角的关系曲线可知, 方波信号为零时处于随转角变化的灵敏度最高点; 相位与起偏器的旋转方向有关(左旋或右旋). 拿开调制器, 左右旋转起偏器, 从探测器得到的直流信号大小可判断方波信号为零时对应于干涉极值点.

机械-光学旋光调制器的旋光角按 632.8 nm 波长设计为  $45^\circ$ . 在长波区域, 旋光角变小,

应寻找暗点来测波片；在短波区域，旋光角变大，寻找亮点来测波片，这样可减小平均光强对测量的影响。

2) 实验中测量起偏器和检偏器的消光比(632.8 nm)为 $2/1000\sim1/1000$ 。起偏器在整个有效面积内消光方向不一致小于 $0.05^\circ$ 。起偏器倾斜 $6^\circ$ 带来的最大误差小于 $0.05^\circ$ 。实验中测量机械-光学旋光调制器的左右旋光角的差异在632.8 nm波长时为 $0.01^\circ$ ，而在长波段要比此小一些，在短波段要比此大一些。由电机带动时，左右旋角度不等小于 $0.05^\circ$ 。通过更换和倾斜四分之一波片产生较大的和微小的相位偏差以及转动样品产生少量光轴方向偏差，反复测量后可证明：当四分之一波片相位误差小于 $5^\circ$ ，样品光轴方位误差小于 $1^\circ$ 时，带来的误差均小于 $0.1^\circ$ 。

综合以上实验结果：本装置的测量精度为 $0.4^\circ$ 。若经过特殊设计，精度还会提高，但此时，环境温度的效应会直接影响测量结果。

### 参 考 文 献

- [1] A. Stoffel, A mechanical modulator for use with precision ellipsometers. *Appl. Opt.*, 1967, 6(7) : 1279~1280
- [2] R. Crane, Interference phase measurement. *Appl. Opt.*, 1969, 8(3) : 538~542

## A New Method for Measuring Phase Delay of Wave Plate

Xu Wendong Li Xishan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 18 August 1993; revised 28 December 1993)

**Abstract** The phase delay of wave plate can be accurately measured by using a mechanics-optics rotatory modulator to modulate the phase between two interference optical beams. The mechanics-optics modulator makes it simple to adjust the optical axis of the quarter wave plate in the instrument and that of the sample being measured. In ordinary condition, the instrument based on this method has relative error less than 5%.

**Keywords** mechanics-optics rotatory modulator, phase modulation, lock-in amplification.