

基于 PIV 评价的光瞳超分辨理论与技术*

张 晓

(中国科学院空间科学与应用研究中心, 北京 100030)

杨国光 程上彝

(浙江大学国家现代光学仪器重点实验室, 杭州 310027)

摘 要 随着成像探测技术的发展,对光学系统的分辨能力提出了更高的要求,用传统的光学理论需增大光学系统口径才能满足要求,在对尺寸、重量和价格有限制的实际系统中往往很难实现.基于瑞利判据作为 PIV 指标的光瞳超分辨技术,可以在不增加光学系统口径的条件下提高系统分辨率.由于本技术可以用光瞳滤波器的形式以硬件实现,成像探测过程不必增加额外的工作时间.在理论分析的基础上,设计了实际的超分辨光瞳,并给出了计算机模拟和实验的结果.

关键词 超分辨, 光瞳, PIV.

1 引 言

超分辨是指对因受光学系统有限孔径限制而丢失的代表了物体细节的高频信息的恢复而言的.光瞳超分辨技术是通过光学系统的光瞳函数进行适当的修正,即采用特定结构的光瞳滤波器,使光学系统具有一定的超分辨能力.

对光学分辨的定量量度一般选用瑞利判据,即一物点的衍射图样的中心极大落于另一物点衍射图样的第一级极小上,则表明刚可分辨^[1].也就是说,系统点脉冲响应(单位点目标的衍射图样)的中心极大到第一级极小的距离 Δ_{01} 反映了该系统分辨两个点源分离程度的能力.实际上,两个物点“可分辨”和“不可分辨”之间的界限不是截然分明的,它不但取决于探测器的性能和观察者的状况,还取决于目标的照明程度和像的对比度等因素.

本文首先提出了用于评价超分辨系统的性能的定量指标——PIV 值以及基于瑞利判据时的 PIV 具体表达,而后具体探讨如何产生实际的超分辨光瞳结构.

2 超分辨的性能评价

设 O 为目标物体的信息, I_s 为超分辨成像系统的输出像信息, I_r 表示经相应的普通成像系统获得的像信息.并假设 $\text{Error}\{\cdot\}$ 表示某种误差度量算子.超分辨成像系统的输入输出误差

* 国家自然科学基金高技术资助项目.

收稿日期:1993年7月8日;收到修改稿日期:1993年11月21日

(I/O 误差):

$$e_s = \text{Error} \{I_s - O\}. \quad (1)$$

普通成像系统的输入输出误差:

$$e_c = \text{Error} \{I_c - O\}. \quad (2)$$

把光学系统的普通光瞳用超分辨光瞳代替, 系统的 I/O 误差从 e_c 变成 e_s , 根据超分辨光瞳的作用, e_s 应该小于 e_c : $e_s < e_c$. 这就是实际超分辨问题对超分辨光学系统的性能要求.

显然, I/O 误差 e_s 表征了该超分辨系统的性能优劣, 为了在不同系统间作比较, 定义性能改进量 PIV (Performance Improvement Value):

$$\text{PIV} = e_c/e_s. \quad (3)$$

PIV 作为一种定量的相对量度, 直接给出了超分辨组件(如超分辨光瞳等)对于系统的物信息恢复和减少信息损耗所作的贡献. PIV 值越大, 该超分辨光学系统的超分辨性能就越高, 并且 PIV 值恒大于 1.

在基于点分辨率的超分辨系统分析中, 若以瑞利判据作为 I/O 误差的度量算子, 在仅考虑光学系统点脉冲响应主瓣大小时, 超分辨系统的 PIV 值 PIV_1 可表达成:

$$\text{PIV}_1 = \Delta_c/\Delta_s. \quad (4)$$

其中 Δ_c 为普通系统的点脉冲响应主瓣宽度, Δ_s 为超分辨系统的点脉冲响应主瓣宽度. $\Delta_c = 2\Delta_{c01}$, $\Delta_s = 2\Delta_{s01}$. Δ_{c01} 、 Δ_{s01} 分别是普通光学系统和超分辨光学系统的点脉冲响应中心极大到第一级极小的距离.

考虑到主瓣和边瓣能量的分配对光学系统性能的影响, 光学超分辨系统的 PIV 值 (PIV_2) 定义为:

$$\text{PIV}_2 = \Delta_c \times \dot{W}_c / (\Delta_s \times W_s). \quad (5)$$

主-边瓣能量比 W 定义为: $W = E_s/E_m$, 其中 E_s 为点脉冲响应边瓣能量, E_m 为点脉冲响应主瓣能量. 下标 c 表示普通光学系统, s 表示超分辨光学系统.

3 超分辨光瞳的原理和设计

根据 Frieden 的结论^[2], 由超分辨光瞳组成的光学系统在理论上能够成任意精度的像, 前提是假设: (1) 目标尺寸有限, 完全相干或完全非相干; (2) 像和物通过卷积相关联. 近轴成像时此假设自然满足. (3) 光学系统没有像差.

若物体 O 在 $[-X_0/2, X_0/2]$ 范围内存在, 且完全位于视场内, 则有:

$$O(x) = 0, \quad \text{当 } |x| > x_0/2. \quad (6)$$

在相干情形下, $O(x)$ 代表物体的振幅, 在非相干情形下, $O(x)$ 代表物体的光强度. 若 x_0 足够小, 等晕成像条件成立, 成像过程可以用线性空间不变的卷积过程描述:

$$i(x) = O(x) \otimes s(x), \quad (7)$$

其中假设成像放大倍率为 1, $i(x)$ 是像函数, $s(x)$ 是系统点脉冲响应函数, 且

$$s(x) = \begin{cases} a(x), & \text{相干情形} \\ |a(x)|^2, & \text{非相干情形} \end{cases} \quad (8)$$

其中 $a(x)$ 是系统振幅点脉冲响应函数.

对于有限大小的目标, 理想的成像条件 ($\text{PIV} = \infty$) 是下式关于全视场成立:

$$i(x) = c \otimes O(x), \quad c \text{ 是一个常量, } |x| \leq x_0/2. \quad (9)$$

由(8)、(9)、(11)三式可以导出:

$$s(x) = c \otimes \delta(x), \quad (10)$$

其中 $\delta(x)$ 是狄拉克(Dirac)函数.

可见, 只要寻找一种光瞳函数使得光学系统的点振幅响应 $a(x)$ 满足或近似满足下式:

$$a(x) = k \delta(x), \quad |x| \leq |x_0|, \quad k \text{ 是常数,} \quad (11)$$

就可以实现光学理想成像或超分辨成像. 由于一般光学系统的光瞳是圆形的, 因此需要寻找一个在单位圆域上的正交完备函数族作为基函数, 以便将光瞳面上的调制滤波器函数 $P(x, y)$ 展开. 由于一般光学系统的圆对称性质, 在设定采用圆对称型光瞳滤波器结构的情形下, 用极坐标 $P(\rho, \psi)$ 表示 $P(x, y)$. 选择泽尼克圆多项式作为基函数, 在单位圆域上展开:

$$P(\rho, \psi) = \begin{cases} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n G_n^m V_n^m(\rho, \psi), & \rho \leq 1, \text{ 且 } n-m \text{ 为偶数} \\ 0 & \rho > 1 \end{cases} \quad (12)$$

其中泽尼克圆多项式为:

$$V_n^m(\rho, \psi) = R_n^m(\rho) \exp(im\psi), \quad \rho \leq 1, \quad (13)$$

式中 $R_n^m(\rho)$ 称为泽尼克径向多项式, 或泽尼克多项式:

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{n-m}{2}} (-1)^s \frac{(n-s)! \rho^{n-2s}}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!}. \quad (14)$$

方便起见, 仅考虑振幅型光瞳, 则光瞳函数 $P(\rho, \psi)$ 可用 $R_n^m(\rho)$ 展开:

$$P(\rho, \psi) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n G_n^m R_n^m(\rho), \quad (15)$$

式中 G_n^m 是实系数, n, m 是非负整数, 且 $n-m$ 是偶数, $n \geq m$.

像面上的振幅点扩散函数 $h(r, \theta)$ 为:

$$h(r, \theta) = F\{P(\rho, \psi)\} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n G_n^m F\{R_n^m(\rho)\} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n G_n^m L_n^m(r), \quad (16)$$

其中 $F\{\cdot\}$ 表示二维傅里叶变换,

$$L_n^m(r) = 2\pi \int_0^1 R_n^m(\rho) J_0(2\pi r \rho) \rho d\rho, \quad (17)$$

其中 $J_0(x)$ 是第一类零阶贝塞耳函数. 由于圆对称函数的傅里叶变换仍为圆对称, 故 $h(r, \theta)$ 也是圆对称函数, h 与 θ 无关, 可以记作: $h(r)$.

设计二维圆对称的实际超分辨光瞳, 就是寻找一个最优的光瞳展开系数集合 $\{G_n^m\}$, 使得由下式定义的 Q 值达到最小:

$$Q = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} [h(r, \theta) - h_0(r, \theta)]^2 r dr d\theta \quad (18)$$

式中 $h_0(r, \theta)$ 是系统期望达到的振幅点扩散函数:

$$h_0(r, \theta) = \pi a \frac{2J_1(2\pi ar)}{2\pi ar} \quad (19)$$

其中 a 是光瞳半径, $a > 1$. $J_1(r)$ 是第一类一阶贝塞耳函数.

为了使 Q 值达到最小, 必须满足 $aQ/qG = 0$, 由此可以从(18)、(20)式获得如下的矩阵方程:

$$C \cdot G = B \quad (20)$$

其中系数矩阵 C 的各元素 C_{ijm} 为:

$$C_{ijm} = \int_0^{r_0} L_i(r) L_m^*(r) r dr. \quad (21)$$

r_0 是像面上所考虑的弥散盘半径. 另外, 常数向量 B 的各元素 B_{ij} 为:

$$B_{ij} = \int_0^{r_0} h_0(r, \theta) L_i(r) r dr \quad (22)$$

显然, 只要 C 矩阵和 B 向量一旦确定, 向量 $G = \{G_m^*\}$ 便可求得, 超分辨光瞳结构也就产生了. 由于在优化计算(20)式中仅考虑点脉冲响应形状的逼近, 没有考虑主-边瓣的能量分布, 因此虽然由(5)式定义的 PIV_1 值大于 1, 但由(6)式定义的 PIV_2 值有可能不大于 1, 即设计的超分辨光瞳并没有使得系统的综合分辨能力获得实质提高.

有两条途径可使 $PIV_2 > 1$. 一条途径是在(20)式中附加主-边瓣能量分配的优化条件项, 使(20)式成为条件最优化问题即寻找最优系数集合 $\{G_m^*\}$, 使 Q 最小, 且 $W_s < W_c$, 其中,

$$W_s = \frac{\int_{r_{c01}}^{\infty} \int_0^{2\pi} |h(r, \theta)|^2 r dr d\theta}{\int_0^{r_{c01}} \int_0^{2\pi} |h(r, \theta)|^2 r dr d\theta}, \quad W_c = \frac{\int_{r_{c01}}^{\infty} \int_0^{2\pi} |h_c(r, \theta)|^2 r dr d\theta}{\int_0^{r_{c01}} \int_0^{2\pi} |h_c(r, \theta)|^2 r dr d\theta}$$

式中, $h_c(r, \theta)$ 是相应的普通光学系统的振幅点脉冲响应, r_{s01} 、 r_{c01} 分别是超分辨系统和普通系统的振幅点脉冲响应的第一个零点的半径.

$$h_c(r, \theta) = \pi \cdot \frac{2J_1(2\pi r)}{2\pi r} \quad (23)$$

另一条途径是首先由优化(20)式设计光瞳结构 $P(\rho, \psi)$, 再根据 $h(r, \theta)$ 和 $h_0(r, \theta)$, 修正 $P(\rho, \psi)$, 使得修正后的振幅点脉冲响应 $h_m(r, \theta)$ 具有要求的 W_s 值.

4 计算机模拟和实验

根据以上的理论分析, 通过计算机数值计算设计了一些超分辨光瞳. 并用图像硬拷贝和照相法制作了实际的超分辨光瞳, 如图 1、图 2 所示. 采用前面所述的第二种途径来修正 $h(r, \theta)$. 结果如图 3 所示. 在超分辨光瞳的制作和实际光学成像过程中, 由于种种噪声和干扰的存在, 使得系统的超分辨效果受到很大影响, 还需要进一步的抗噪声研究, 其中较主要的是超分辨光瞳的精确制备.

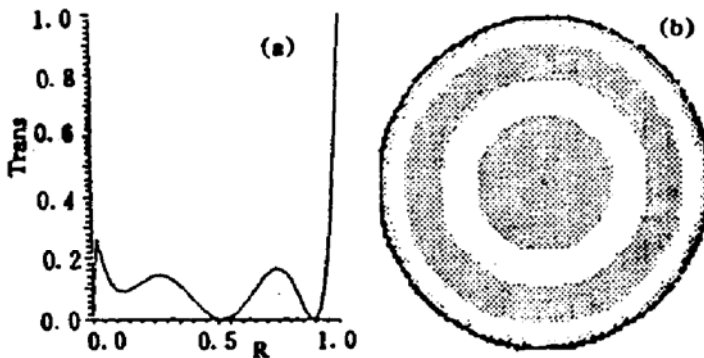


Fig. 1 Super-resolution pupil

(a) section drawing, (b) pupil struction

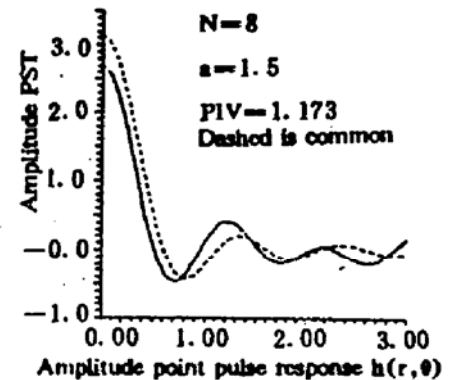


Fig. 2 Amplitude point pulse response $h(r, \theta)$

结 论 采用超分辨光瞳后, PIV 值有了明显的增加, 超分辨效果较为显著. 超分辨光瞳技术由于是纯光学硬件实现, 具有极高的处理速度, 一旦能够实用, 将对许多光学探测领域产生重大影响.

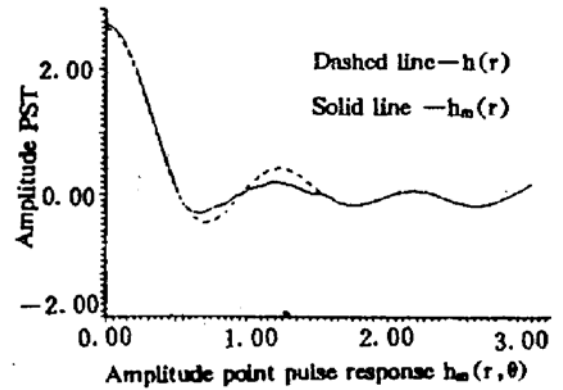


Fig. 3 Amplitude point pulse response $h_m(r, \theta)$

参 考 文 献

- [1] R. W. Ditchburn, 李增沛、徐 游、易 明译, 光学 I, 北京: 高等教育出版社, 1986, 278~279
- [2] B. Boy Frieden, On arbitrarily perfect imagery with a finite aperture. *Opt. Acta*, 1969, 16: 795~807

Theory and Technique of Pupil Super-Resolution Based on the PIV Evaluation

Zhang Xiao

(Center for Space Science and Applied Research, Academia Sinica, Beijing 100080)

Yang Guoguang Cheng Shangyi

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrument, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 8 July 1993; revised 21 November 1993)

Abstract The developing technology of imaging detection needs more higher resolution of optical systems. According to the traditional optical theory, the aperture should be enlarged to fit the requirement. But it is difficult to achieve this method in such a system with limited scale, weight and price. A pupil super-resolution technique based on the Rayleigh Criterion as a PIV index is studied and presented in this paper. This method can improve the system resolution without the enlargement of aperture of optical system. There is no additional time in the implementation with pupil filter in hardware mode. The real super-resolution pupils have been designed based on the theory analysis, and the results of computer simulations are also presented here.

Key words super-resolution, pupil, PIV.