

# 光栅干涉二维合成孔径的实验研究

杨国光 徐明 叶钧

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

## 提 要

本文对一种成像系统——光栅干涉合成孔径成像系统进行了研究,证明这种频域成像系统具有高分辨,甚至超分辨的性能.用计算机控制的模拟点目标以及同步光栅扫描,完成了二维孔径合成实验,证明这种大瞬时光谱带宽的频谱孔径不受衍射极限限制,对空间点目标有极高的位置分辨率,存在超分辨的可能性.

**关键词** 光栅干涉术, 合成孔径, 超分辨.

## 1 引 言

高分辨成像包括超分辨成像一直是光学界所关注的基本问题之一.传统光学的概念是成像分辨率受光学孔径衍射效应的限制,提高分辨率必须增大光学系统的孔径.现代光学的发展,傅里叶光学把成像关系的空域分析和频域分析联系起来,光学系统的成像性能由空域中的点扩散函数(PSF)反映,在频域中由传递函数(CTF或OTF)反映,而二者成傅里叶变换关系.但由于传递函数仍由光瞳函数所决定,任何光学系统仍是一个低通滤波器,影响成像分辨的高频分量仍然被截止,所以对给定孔径和波长的光学系统,不管作什么处理,都不能增加通过的频率,但却提供了二种可以提高分辨率,实现超分辨的可能途径这就是:

- 1) 改变光瞳函数,例如加位相板等以改善系统的点扩散函数;
- 2) 采用合成孔径的方法,即利用改变光瞳各部分间的位相关系,使光瞳函数傅里叶变换所得的点扩散函数优于等效孔径的点扩散函数.

本文叙述第二种途径,拟用光栅干涉合成孔径的方法,即通过二块光栅的位相调制,对第三块光栅干涉和通过此光栅的扫描合成二维孔径.这种光栅合成孔径与合成孔径雷达(synthetic aperture radar)及光学相控列阵(optical phased array)<sup>[1]</sup>相比,除结构简单,易于实用化外,还有光栅副是消色差的,有较宽的瞬时光谱带宽,可获得很好的信噪比,而且光栅的扫描可实现孔径的二维填充,这是其它方法难于实现的.本文叙述这种系统的理论,讨论瞬时光谱带宽,频谱口径,成像分辨率等.初步的模拟实验证明了理论的可行性并获得很高的位置分辨率外,还可利用其频域特性进行目标的高灵敏度特征识别,高精度跟踪等工程目标的实现.文中最后指出此系统存在的一些不足和正在改进的方向.

收稿日期:1992年7月13日;收到修改稿日期:1992年11月16日

\* 本课题受国家自然科学基金高技术资助.

## 2 二维合成像分析

光栅干涉合成成像的概念及方法首先由 Tai 于 1986 年提出<sup>[2]</sup>. 其光学系统如图 1 所示. 位于远方的点目标  $\alpha_0$ , 其辐射由位于坐标为  $(x, y)$  的探测平面上的光栅  $G_1, G_2$  接收,  $G_1, G_2$  称天线光栅, 其口径为  $A$ , 间距为  $S$ , 距物面的距离为  $R$ . 光栅  $G_3$  称为合成光栅, 距天线光栅距离为  $d$ , 其干涉信号经透镜  $L$  后由探测器  $D$  接收. Tai 根据部分相干理论, 在远场条件下导出:

$$\left. \begin{aligned} \mu_{12}(\mu, v) &= k \iint_{\Sigma} I(\alpha, \beta) \exp[i2\pi(\mu\alpha + v\beta)] d\alpha d\beta \\ \mu &= (x_1 - x_2)/R\lambda, \quad v = (y_1 - y_2)/R\lambda, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $k$  为常数,  $I(\alpha, \beta)$  为物点光强;  $\Sigma$  为物面积分域; (1) 式说明, 在探测面内的二探测光栅  $G_1, G_2$  的空间复相干度  $\mu_{12}(\mu, v)$  与物方辐射场的光强  $I(\alpha, \beta)$  呈傅里叶变换关系, 测定复相干度  $\mu_{12}(\mu, v)$ , 并通过逆傅里叶变换就可重建图像, 这时合成的是一维图像, 只能探测和提取目标

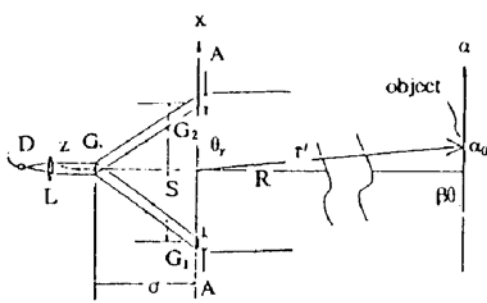


Fig. 1

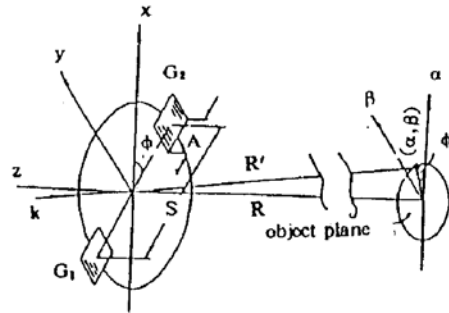


Fig. 2

的一维频谱. 现在我们讨论物面和探测面之间作相对转动, 即二维合成. 如图 2 所示. 当其它条件不变, 这时物平面内的点辐射目标其坐标为  $(\alpha, \beta)$ , 入射到探测平面的辐射场仍是平面波, 其波矢量为  $k(\gamma, \delta, \epsilon)$ , 二块探测光栅其连线与  $x$  轴之间夹角为  $\phi$ . 由平面波传输方程  $E = \sqrt{O(\alpha, \beta)} \exp(i, k, r)$ , 在探测平面上二探测光栅  $G_1, G_2$  处的平面波复振幅为:

$$E_1(x, y, z) = \sqrt{O(\alpha, \beta)} \cdot \exp[ik(-s \cos\phi \cos\gamma/2 - s \sin\phi \cos\delta/2 + R \cos\epsilon)] \quad (5)$$

$$E_2(x, y, z) = \sqrt{O(\alpha, \beta)} \cdot \exp[ik(-s \cos\phi \cos\gamma/2 + s \sin\phi \cos\delta/2 + R \cos\epsilon)] \quad (6)$$

此二个复振幅通过  $G_3$  产生干涉. 考虑到  $\cos\gamma = \sin\epsilon \cos\phi = \alpha/R$ ,  $\cos\delta = \sin\epsilon \sin\phi = \beta/R$ , 则得相干光强度  $I(\alpha, \beta)$  为

$$\begin{aligned} I(\alpha, \beta) &= C \cdot O(\alpha, \beta) \left[ 1 + \cos 2\pi \left( \frac{s\alpha}{R\lambda} \cos\phi + \frac{s\beta}{R\lambda} \sin\phi \right) \right] \\ &= C \cdot O(\alpha, \beta) \left[ 1 + \cos 2\pi(\mu\alpha + v\beta) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

式中  $\mu, v$  分别为被测空间频率.  $\mu = (s/R\lambda) \cos\phi$ ,  $v = (s/R\lambda) \sin\phi$  将 (7) 式在整个物辐射场  $\Sigma$  内积分, 则输出光强度为:

$$I(\mu, v) = \iint_{\Sigma} O(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \iint_{\Sigma} O(\alpha, \beta) \cos 2\pi(\mu\alpha + v\beta) d\alpha d\beta \quad (8)$$

如果将二孔径相干光之间附加  $\pi/2$  位相差, 则输出光强度成为:

$$I(\mu, v) = \iint_{\Sigma} O(\alpha, \beta) d\alpha d\beta + \iint_{\Sigma} O(\alpha, \beta) \sin 2\pi(\mu\alpha + v\beta) d\alpha d\beta \quad (9)$$

(8)式、(9)式表示物平面光强分布的傅里叶变换实部加常量偏置和傅里叶变换虚部加常量偏置,如果测量空间频率 $(\mu, v)$ 处的干涉光强,就得到物场分布的频谱图再经反变换,就得到物体的二维成像.

### 3 合成频谱口径

要在频谱空间内合成目标的像,就必须测出各目标点的空间频率 $(\mu, v)$ 处的干涉光强度,改变 $s$ (或 $\lambda$ )和 $\phi$ 值,就可以实现对 $\mu, v$ 的扫描.在一阶近似条件下, $s/(R\lambda) = (2Fd)/R$ ,对二维情况,被测空间频率可表示为:

$$\mu = \frac{2Fd}{R} \cos\phi, \quad v = \frac{2Fd}{R} \sin\phi$$

改变 $d$ 及 $\phi$ 值,仍可实现对 $\mu, v$ 扫描.具体来说,改变 $\phi$ ,即整个光栅系统光轴转动.同时改变 $d$ 光栅 $G_3$ 沿光轴移动,这时测得的干涉光强就对应各空间频率 $(\mu, v)$ ,这就是频谱口径的合成.合成频谱口径有二种方法:1) 探测系统作慢旋转,光栅 $G_3$ 作快速来回扫描,二维合成孔径如图3(a)所示;2) 探测系统作快速转动,而 $G_3$ 作缓慢平移,其合成孔径如图3(b)所示.一般来说,干涉系统的旋转角 $\phi$ 不大,所以这二种方法的合成频谱口径 $A_u \times A_v$ ,一般为扇形.已经证明<sup>[2~3]</sup>,光栅干涉系统由于瞬时光谱带宽比普通干涉法大5倍以上,所以将有更高灵敏度和信噪比.

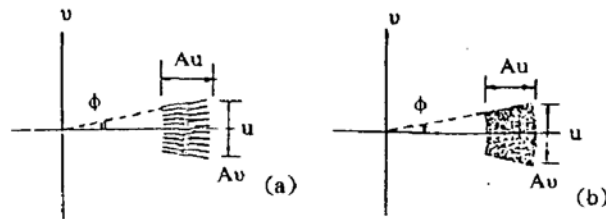


Fig. 3

### 4 合成孔径的分辨率

光栅干涉合成孔径系统的分辨率应与频谱口径探测到的目标频谱量有关,若物平面的光强分布为 $I(\alpha, \beta)$ ,则频谱光强为:

$$I(\mu, v) = \mathcal{F}[I(\alpha, \beta)]$$

若此系统的频谱口径为 $p(\mu, v)$ ,那么,其成像的光强为:

$$I'(\alpha, \beta) = \mathcal{F}^{-1}[p(\mu, v)] * I(\alpha, \beta) \quad (10)$$

式中“ $*$ ”为卷积运算符号.正因为存在 $\mathcal{F}^{-1}[p(\mu, v)]$ 这一项,使卷积后的物体像变得模糊.对线性系统, $\mathcal{F}^{-1}[p(\mu, v)]$ 就是干涉成像系统的点扩散函数,因此,点扩散函数实际上决定着系统的成像分辨率.

对光栅干涉系统,如果其转动角 $\phi$ 不大,频谱口径如图3所示,并作矩形近似,则成像的点扩散响应函数 $H(\alpha, \beta)$ 为:

$$\begin{aligned}
 H(\alpha, \beta) &= \mathcal{F}^{-1}[p(\mu, v)] = \int_a^{a+A_\mu} \int_b^{b+A_\nu} \exp[i2\pi(\mu\alpha + v\beta)] d\mu dv \\
 &= \exp\{i2\pi[\alpha(a + \frac{A_\mu}{2}) + \beta(b + \frac{A_\nu}{2})]\} \times \int_{-\frac{A_\mu}{2}}^{\frac{A_\mu}{2}} \int_{-\frac{A_\nu}{2}}^{\frac{A_\nu}{2}} \exp[-i2\pi(\mu\alpha + v\beta)] d\mu dv \\
 &= \exp\{i2\pi[\alpha(a + \frac{A_\mu}{2}) + \beta(b + \frac{A_\nu}{2})]\} A_\mu \cdot A_\nu \cdot \text{sinc}(\alpha A_\mu) \cdot \text{sinc}(\beta A_\nu) \quad (11)
 \end{aligned}$$

因为点扩散函数的一级极小位置决定了系统分辨率,根据瑞利判据,光栅干涉成像系统的位置分辨率应为:

$$\left. \begin{aligned}
 \rho_a &= \frac{1}{A_\mu} = \frac{R}{2FAd} \doteq \frac{R\lambda^2}{8A\lambda} \\
 \rho_B &= \frac{1}{A_\nu} = \frac{R}{4Fdtan(\frac{\Delta\phi}{2})} \doteq \frac{R\lambda}{2s\sin(\frac{\Delta\phi}{2})}
 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(12)式说明,增加探测光栅的间距  $s$ ,可以很快提高系统分辨率,而普通成像系统直接增大透镜口径则是比较困难的.上面的讨论是  $\Delta\phi$  不大的情况,如果使光栅干涉系统以一定角速度旋转,同时  $G_3$  作周期扫描,这时频谱口径将不是扇形而是一个圆环,其最小的极限分辨率可通过解下列方程式得到:

$$a^2 J_1(\pi\rho a) - b^2 J_1(\pi\rho b) = 0 \quad (13)$$

式中  $J_1$  为一阶贝塞耳函数,  $a, b$  为频谱口径的外径和内径,  $\rho$  为系统 PSF 的一级极小位置的半径.近似的算法由系统的  $a, b$  值查贝塞耳函数表.实例:  $\lambda = 10 \mu\text{m}$ ,  $A\lambda = 4 \mu\text{m}$ ,  $s = 100 \text{mm}$ , 算得  $a = 10^5/(8R)$ ,  $b = 10^5/(12R)$ , 查贝塞耳函数表,得此系统的极限分辨角为:

$$\psi_a^* = \psi_B^* = \frac{3.374}{\pi} \times \frac{2 \times 10^5}{aR} \doteq 17'' \quad (14)$$

与普通的单孔径透镜成像系统相比,当  $\lambda = 10 \mu\text{m}$ , 入瞳口径  $D = 100 \text{mm}$ , 其衍射极限分辨角为:

$$\psi^* = 1.22 \lambda\rho/D = 24'' \quad (15)$$

光栅干涉系统的理论分辨率约高于透镜成像系统理论分辨率的 1.4 倍,因此,光栅干涉系统有可能成为一种超分辨成像系统.

## 5 实 验

为证实上述理论而进行了下列实验,实验系统如图 4 所示.实验内容的第一阶段为二个:

1) 物场相对探测系统旋转时光强的变化; 2) 光栅  $G_3$  作线性扫描时,输出光强的变化.因为这二个运动是光栅干涉成像系统在频域内合成二维孔径的基本运动,对证明光栅干涉成像原理是必要的.图 4 中探测光栅是 3 ( $G_1$ ) 及 4 ( $G_2$ ), 扫描光栅是 5 ( $G_3$ ), 干涉光强由透镜 9 收集后送到探测器(目前用光电倍增管),然后将变化的光强信号送入计算机(IBM-286)处理.同时,计算机通过二个步进电机 6 及 14,分别使物场 13 作旋转及离轴运动以及导轨 7 同步的实现光栅  $G_3$  的扫描运动.物场由 He-Ne 激光器 10 或用多色的卤钨灯 15 进行照明.物场的点目标经  $f = 550 \text{mm}$  的准直物镜 1 模拟成 10 km 左右的远方目标而进行实验.

设物平面内仅有一个点辐射光源(图 2),其坐标为  $(a_0, o)$ ,即位于  $\alpha$  轴上(即使不位于  $\alpha$  轴上,仍可通过旋转坐标系,使其  $\beta = 0$ ),这时通过光栅干涉系统的光强分布为:

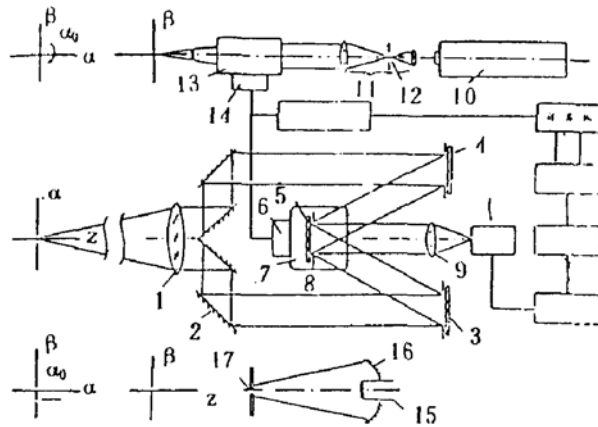


Fig. 4 (1) collimating lens (2) reflector (3),(4) detect gratings (5) scan grating (6) stepping motor (7) guide (8) diaphragm (9) lens (10) He-Ne laser (11) Beam expander (12) filter pinhole (13) point source rotating system (14) stepping motor (15) Xenon arc lamp (16) ball Mirror (17) hole

$$I(\alpha_0) = O(\alpha_0) \left[ 1 + \cos 2\pi \left( \frac{2Fd\alpha_0}{R} \cos \phi \right) \right] \quad (16)$$

当探测系统以角频率  $\omega$  围绕光轴作转动, 而光栅  $G_3$  以速度  $v$  作平移扫描, 即  $\phi = \omega t + \phi_0$ ,  $d = vt + d_0$ , 其中  $\phi_0$  为初始偏转角,  $d_0$  为光栅  $G_3$  距探测平面的初始距离, 则(16)式可写成:

$$I(\alpha_0) = O(\alpha_0) \left\{ \left[ 1 + \cos 2\pi \left( \frac{2F(vt + d_0)\alpha_0}{R} \cos(\omega t - \phi_0) \right) \right] \right\} \quad (17)$$

5.1 当  $\omega = 0, v \neq 0$

探测系统静止不动, 而光栅  $G_3$  作线性扫描, 则

$$I(\alpha_0) = O(\alpha_0) \left\{ \left[ 1 + \cos 2\pi \left( \frac{2F(vt + d_0)\alpha_0}{R} \cos \phi_0 \right) \right] \right\} \quad (18)$$

输出光强随  $G_3$  的线性运动而呈正弦变化, 变化周期随  $\alpha_0$  的大小而变化, 如图 5 所示. 只要  $\cos \phi_0 \neq 0$ , 就可以在一维情况下实现对点目标位置的探测.

5.2 当  $\omega \neq 0, v = 0$

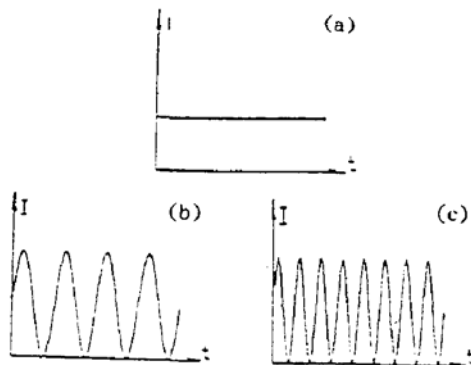


Fig. 5

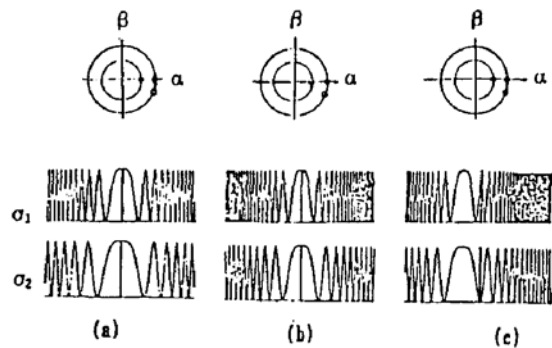


Fig. 6

探测系统绕光轴转动而  $G_3$  不扫描, 则有:

$$I(\alpha_0) = O(\alpha_0) \left\{ \left[ 1 + \cos 2\pi \left( \frac{2Fd_0\alpha_0}{R} \cos(\omega t - \phi_0) \right) \right] \right\} \quad (19)$$

输出光强的变化与  $d_0, \alpha_0$  及  $\phi_0$  有关. 对一定的  $d_0$ , 变化关系如图 6 所示. 图中表示光栅  $G_3$  位于  $d_1$

及  $d_2$  之间,且  $d_1 > d_2$  时的输出光强变化. 即当  $d$  增大,信号频率增高如图 6(a) 所示; $d$  不变时,  $\alpha_0$  增大,信号中心平移且频率增大,如图 6(b) 所示当  $\phi_0$  增大时,则信号的对称中心变化,如图 6(c) 所示,这就可高灵敏地,高分辨地确定点目标的空间位置,实现对目标的实时探测,跟踪及识别.

实验 1:物点静止不动,光栅  $G_3$  作前后扫描. 理论上得图 5 所示的光强曲线;实验结果如图 7 所示. 扫描总长 0.6 mm,步长 0.01 mm,实验曲线说明数据有一定重复性,但正弦规律不明显,吻合性较差,这说明  $G_3$  的扫描导轨必须有较高的精度(实验用的导轨精度为 0.01 mm).

实验 2:物点旋转,  $G_3$  不扫描. 理论上得图 6 所示的光强变化,实验结果如图 8 所示. 图 8(a) 是光点转动直径约 2 mm 时的光强输出曲线,图 8(b) 是光点转动直径约 4 mm 时的光强输出曲线. 这说明实验是成功的,证明了光栅干涉成像的基本构想是成立的.

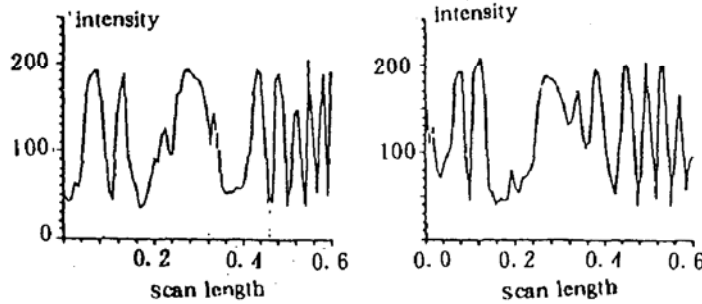


Fig. 7

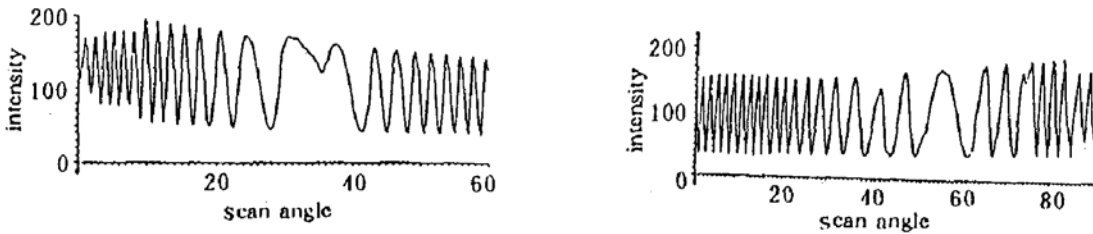


Fig. 8

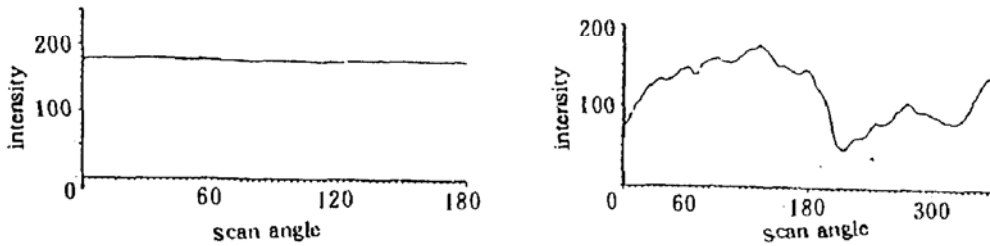


Fig. 9

实验 3:点目标位置分辨率. 此实验是用精度 0.01 mm 的读数显微镜将光点旋转机构的光轴与转轴调整到重合,即透镜旋转一周,在读数显微镜中光点不变动. 然后置于光栅干涉系统中作为物点进行探测. 首先使光点不旋转,在相同测量时间内对输出光强进行测定,得图 9(a) 所示的曲线,它基本上是一条直线,说明光点不动,输出应是恒定的,然后,利用计算机控制的步进马达使光点旋转,并作光强测定,得图 9(b) 的曲线. 从曲线中看出,输出光强的变化周期约为  $180^\circ$ ,其位置的分辨能力以  $1/10$  周期估计,则可达到  $1 \mu\text{m}$  以下,实验系统中,二块探测

光栅  $G_1, G_2$  的间距  $s = 120$  mm, He-Ne 激光波长  $\lambda = 632.8$  nm, 平行光管(图 4 中 1)  $f = 550$  mm, 计算爱里斑的理论值为  $7 \mu\text{m}$  这说明光栅干涉系统对点目标的位置分辨率是极高的, 超过了衍射极限.

## 6 应用前景

由理论和实验的初步结果, 证明光栅干涉成像系统具有下列特点和可能的应用:

1) 对点目标具有很高的位置分辨率, 且结构简单, 经济可靠, 有可能优先将它应用于空间技术, 即用于高灵敏的发现, 探测和跟踪空间点目标. 例如, 用于空间防御导引系统上.

2) 光栅干涉成像的基本特点是在频域内合成孔径. 频域成像具有许多独特的优点, 除高分辨外, 还可以通过目标的特征频谱而进行特征识别, 特别对空间防御技术中的诱饵进行识别, 这方面的研究在国内外还比较少见, 今后将是我们重点研究的内容之一.

3) 对非相干的多色场, 光栅干涉成像系统具有较大的瞬时光谱带宽, 是一个结构简单的实时傅里叶变换器, 能实时地对物场进行一维和二维傅里叶变换, 在光学实时信息处理上是一个新的开始.

### 参 考 文 献

- [1] Janets Fender, Phased array system. *Proc. SPIE*, 1986, 643;
- [2] Anthony, M, Tai, Passive synthetic aperture imaging using an achromatic grating interferometer. *Appl. Opt.*, 1986, 25(18):3179~3188
- [3] C. C. Lemmi, Joan, M. Simon, J. O. Ratto, Synthesis of asymmetric profiles from a double grating interferometer. *Appl. Opt.*, 1986, 25(18):3171~3178
- [4] L. M. Kani, J. C. dainty, Super-resolution using the Gerchberg algorithm. *Opt. Commun.*, 1988, 68(1):11~17
- [5] D. Casasent, J. Slask, Optical track initiator for multitarget tracking. *Appl. Opt.*, 1988, 27():4546~4553
- [6] N. Carender, D. Casasent, Point target detection location and track initial optical labresults. *Proc. SPIE*, 1991, 148:35

## Experimental studies on 2-D synthetic aperture grating imaging interferometer

YANG Guoguang    XU Ming    YE Jun

(National Modern Optics Important Lab. Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 13 July 1992; revised 16 November 1992)

### Abstract

A imaging system named synthetic aperture grating interferometer is described. This system is a spatial frequency imaging with high resolution or super high resolution. The result of the experiment matches the theory so exactly that we can come to the conclusion that the space positional resolution for a point target of this system is very high, nearly accesses the diffractive limitation.

**Key words** grating interferometry, synthetic aperture, super-resolution.