

# 两维局域互联神经网络的关联存储\*

张家军 张莉 贺安之 阎大鹏  
(南京理工大学应用物理系, 南京 210014)

## 提 要

本文将局域互联神经网络的新概念推广到两维情形, 并对两维局域互联关联存储进行了理论分析和大量的计算机模拟. 结果表明, 两维局域互联神经网络的优点是, 在满足存储容量限制的前提下, 它与全局互联神经网络具有相同的关联存储能力, 而其互联权重矩阵要比全局互联网络小得多. 因而, 有利于使用现有的空间光调制器实现两维大规模的人工神经网络.  
关键词 神经网络, 局域互联, 关联存储.

## 1 引 言

目前现有的各种神经网络模型<sup>[1]</sup>, 大多数是基于全局互联的思想, 即输出层中的每个神经元与输入层或上一层中的每个神经元互联, 因而使得构成的整个网络的互联数目太大, 以至于实际应用中硬件上难以实现. 在文献<sup>[2]</sup>中, 作者提出了局域互联的新概念, 即输出层中的每个神经元仅与输入(或上一层)中的其相应位置上的邻域内的神经元互联. 由于连接区域的减小, 整个网络的互联权重数大为下降, 同时这样的网络仍然具有全局关联存储能力. 作者还提出了光学实现局域互联神经网络的三种方法<sup>[3]</sup>. 值得一提的是, Derrida 和 Nadal<sup>[4]</sup> 在研究神经网络的学习和遗忘特性时曾提出非对称的稀释模型, 这其中也包含了局域互联的思想. 本文将导出两维局域互联网络的数学公式, 进一步分析局域互联神经网络的特性. 对局域互联网络而言, 两维网络与一维网络有着本质的不同, 因为在这两种网络中每个神经元的连接区域是不同的. 显然在两维情况下, 局域互联的优点将更加突出, 其四维互联矩阵得到充分减小. 在不超过存储容量限制条件下, 虽然收敛速度有所下降, 但是全局关联存储能力却不受影响.

## 2 两维局域互联神经网络模型

在一个输入为  $N \times N$  的全局网<sup>\*\*</sup>中, 每个神经元都与  $N^2$  个神经元互联, 因此每个神经元的输出状态也由这  $N^2$  个神经元状态决定. 而在每一个输入为  $N \times N$  的局域网中, 每个神经元只与其邻域内的  $p \times q$  个神经元互联( $p \leq N, q \leq N$ ), 因此, 每个神经元的输出状态只由其邻域的  $p \times q$  个神经元决定.

收稿日期: 1993年1月18日; 收到修改稿日期: 1993年5月3日

\* 本研究得到江苏省自然科学基金的资助.

\*\* 本文中传统的 Hopfield 模型称为全局互联的 Hopfield 神经网络, 简称全局网, 相应地本文所提出的模型称为局域互联神经网络, 简称局域网

两维局域互联神经网络的信息存储算法定义为： $M$  幅  $N \times N$  的二值图像  $V_{ij}^m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) 存储于四维的局域互联权重矩阵  $W_{ijkl}$  中：

$$W_{ijkl} = \sum_{m=1}^M (2V_{ij}^m - 1)(2V_{i+k_0, j+l_0}^m - 1)(1 - \delta_{ij, i+k_0, j+l_0})$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, N, k = 1, 2, \dots, p, l = 1, 2, \dots, q)$$

$$k_0 = \begin{cases} 0 & (1 \leq i \leq r) \\ i - r - 1, & (r < i < N - r) \\ N - p & (N - r \leq i \leq N) \end{cases}$$

$$l_0 = \begin{cases} 0 & (1 \leq j \leq s) \\ j - s - 1 & (s < j < N - s) \\ N - q & (N - s \leq j \leq N) \end{cases}$$
(1)

式中  $r$  和  $s$  分别为沿横向和纵向神经元互联的最大半径,  $p = 2r + 1, q = 2s + 1$ , 所以  $p \times q$  就是每个神经元邻域的大小. 当  $p = q = N$  时, (1) 式可写为

$$W_{ijke} = \sum_{m=1}^M (2V_{ij}^m - 1)(2V_{ke}^m - 1)(1 - \delta_{ijke}) = t_{ijke}$$
(2)

式中  $t_{ijke}$  为两维全局互联的 Hopfield 模型的互联权重矩阵. 对于一个给定的初始输入  $V_{ij}$ , 局域网按下式进行迭代

$$V_{ij}(\text{下一状态}) = f\left(\sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q W_{ijkl} V_{i+k_0, j+l_0}^*\right)$$
(3)

式中  $f$  为阈值函数. 上面对两维局域网给出了严格的数学定义. 图 1 则对两维局域网给出了形象直观的解释. 图 1(a) 所示为  $N = 5$  全局网的情形, 为清楚起见, 图中只画出了网络中心的一个神经元的互联, 可以看出, 它与其它 24 个神经元都互联, 因此互联数为 24. 而图 1(b) 所示为局域网的情形,  $N = 5, r = s = 1$ , 即  $p = q = 3$ . 图中也只画出了网络中心的一个神经元的互联状态. 可以看到网络中心的神经元只与其邻域内的 8 个神经元互联, 互联数为 8, 而其它 16 个神经元通过改变邻域内的 8 个神经元状态, 与中心神经元间接在互联. 很显然当  $r = s = 2$  时  $p = q = 5$ , 此时局域网络就成为全局网, 所以两维全局网只是局域网的一个特例.

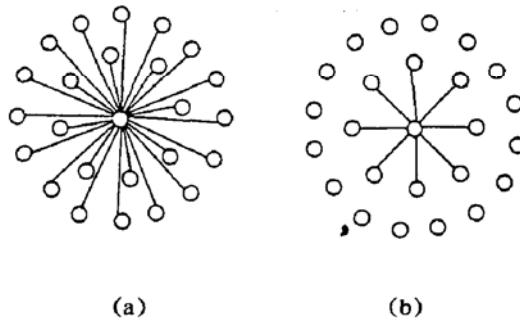


Fig. 1 Diagramm of two-dimensional global and local interconnection neural network

下面定量地导出二维局域网互联权重矩阵  $W$  与全局网互联权重矩阵  $T$  之间的数学关系. 设:

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_{N1} & t_{N2} & \dots & t_{NN} \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \dots & \omega_{1N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \omega_{N1} & \omega_{N2} & \dots & \omega_{NN} \end{bmatrix}$$
(4)

其中每个  $t_{ij}$  又是一个  $N \times N$  子矩阵:  $t_{ij} = \{t_{ijkl}\} (k, l = 1, 2, \dots, N)$ , 而每一个  $\omega_{ij}$  也是一个  $p \times q$

的子矩阵:  $\omega_{ij} = \{\omega_{ijk}\} (k = 1 \dots p, l = 1, 2 \dots q)$ . 根据对两维局域网的定义, (1)式的情形组合起来共有 9 种, 每一和情形都可得出  $\omega_{ij}$  与  $t_{ij}$  的具体关系式. 为了简单起见, 这里只讨论其中一种情况, 即当  $r < i < N - r, s < j < N - s$  时的情形. 此时  $k_0 = i - r - 1, l_0 = j - s - 1$ , 于是(1)式变成:

$$\omega_{ijk} = \sum_{m=1}^M (2V_{ij}^m - 1)(2V_{k+i-r-1, l+j-s-1}^m - 1)(1 - \delta_{ij, k+i-r-1, l+j-s-1}). \quad (5)$$

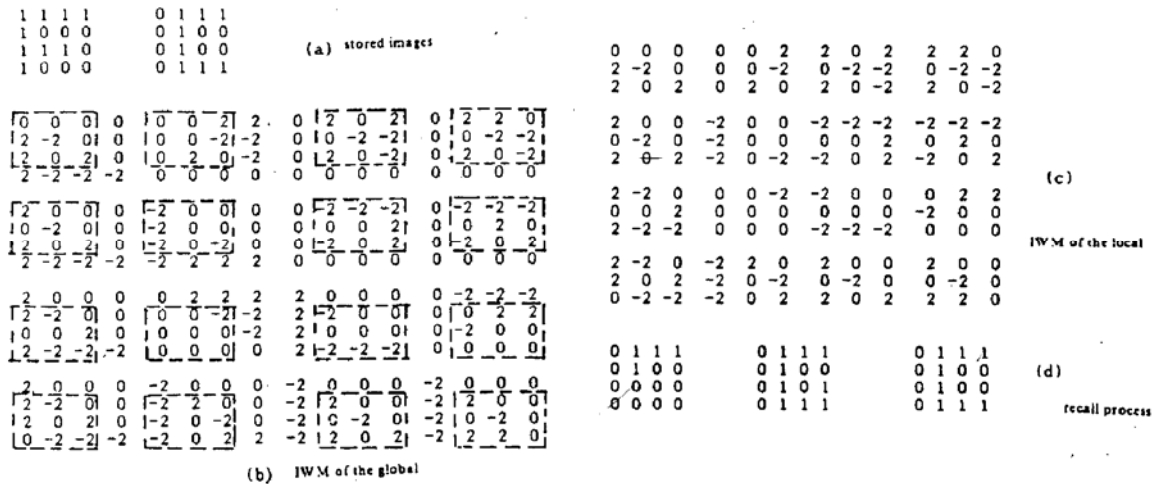


Fig. 2 Comparison of local interconnection network with the global

所以此时  $\omega_{ijk} = \{t_{jk+i-r-1, l+j-s-1}\} (r = 1, 2 \dots p, l = 1, 2 \dots q)$

这就是说  $\omega_{ij}$  选取了  $t_{ij}$  的部分元素而构成自身的. 事实上每一种情形下  $\omega_{ij}$  都是  $t_{ij}$  的一个部分, 因此整体上说  $W$  只是截取了  $T$  的一个部分.

图 2 所示为一具体的例子. 用图 2(a)所示的两幅图像 ("F", "C") 构成一个关联存储网络. 若为全局网, 则根据 Hopfield 模型规则, 互联权重矩阵应为  $4 \times 4 \times 4 \times 4$ , 如图 2(b)所示. 若为局域网取  $r = s = 1$ , 即  $p = q = 3$ , 互联权重矩阵  $4 \times 4 \times 3 \times 3$ , 如图 2(c). 仔细比较一下, 很容易发现两个互联权重之间的元素对应关系. 事实上将图 2(b)互联权重矩阵  $T$  中框于虚线内元素组合到一起, 就构成了图 2(c)所示的矩阵  $W$ , 这表明  $W$  舍去了  $T$  中反映远程互联强度的元素, 而只保留与其邻域内神经元互联的权重. 图 2(d)为局域网恢复过程. 输入图像与它最相似的图像之间汉明距离为 4, 在三次迭代中汉明距离依次减为 4, 1, 0. 而对于同样的初始输入, 全局网两次就能收敛到正确的存储图像, 因此, 局域网的收敛速度比全局网要慢一些.

### 3 数值模拟

为了研究两维局域互联神经网络的关联存储性能, 作者进行了大量的计算机仿真. 结果表明, 网络的收敛性及存储能力不仅与所存储的图像结构有关, 而且与所定义的互联邻域的形状及局域区测度  $p, q$  的大小有关. 为简单计, 下面主要讨论邻域为正方形时的情形. 并使用了两组训练样本对网络进行数值模拟. 一组是正交性较好的, 如图 3 所示, 每幅图大小为  $16 \times 16$ , 其 36 幅. 另一组则是随机存储模式, +1 和 -1 都以 1/2 的概率在图中的任意位置出现. 图的大小也是  $16 \times 16$ . 关联存储所用的每一个初始输入都是存储的样本经随机破坏后所得, 并保

证每个初始输入都含有 32 个噪声点(即被破坏的点). 经过 320 次关联存储模拟后, 得出了图

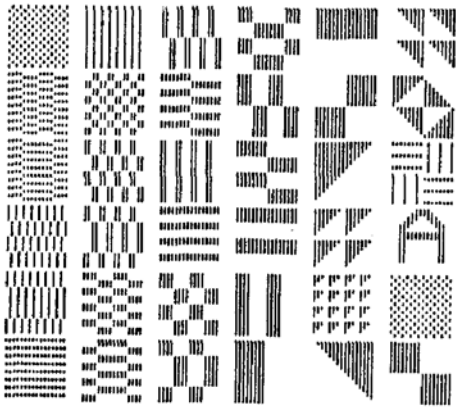


Fig. 3 The stored sample images(M=36)

4 所示的统计平均结果. 图中每个点都是 20 次识别结果的平均值, 共有 10 幅图像存储在网络中. 曲线 I 和 II 分别对应于正交样本和随机样本. 由曲线 I 可以看出, 当  $r = 5$ , 即局域区大小为  $11 \times 11$  时, 网络就能对所存储的 10 幅图像进行正确的关联存储. 因此, 整个网络的互联权重只需  $256 \times 121$  个, 而不是  $256 \times 256$  个. 曲线 II 表明了相同的结论. 只是当  $r < 5$  时, 存储随机样本的局域网要比存储正交样本的局域网识别率差一些. 这一点表明, 当存储样本的正交性较差时, 应使互联区域略大一些, 以保证正确的识别率.

影响识别率的另一个重要因素是存储图像的数量. 客观存在限制了局域半径可能取的最小值.

图 5 所示为正确识别率与存储图像数目的关系曲线. 曲线 I 和 II 分别代表  $r = 5$  的局域网和全局网的特性曲线. 存储样本是图 3 所示的样本, 初始输入图像也是含有 32 个随机噪声点的图像, 曲线中的每一个点都是 20 次平均的结果. 比较图中两条曲线可以发现, 当  $M \leq 15$  时, 局域网与全局网具有同样的关联存储能力. 一般情况下, 局域网的存储容量与局域区的大小应满足定量关系<sup>[2]</sup>:  $M_L < 0.15 p \times q$ ,  $M_L$  表示最大存储图像数. 因此, 当需要存储的图像数  $M$  一定时, 就可由下式确定最小邻域半径. 设  $p = q$  则

$$r_{\min} = \frac{1}{2} (\sqrt{\frac{M}{0.15}} - 1)$$

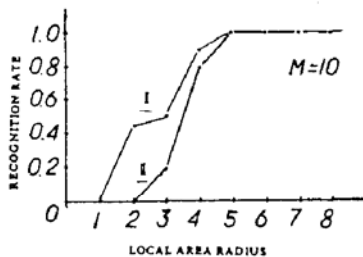


Fig. 4 Recognition rate via local area radius

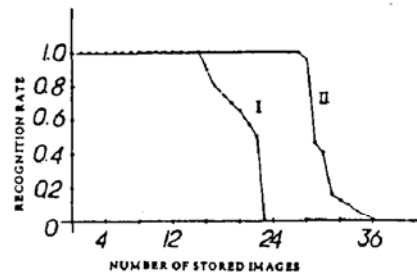


Fig. 5 recognition rate via number of stored images

### 4 实验模拟

为了更直观地演示两维局域互联神经网络的特性, 作者在一个由 AST486/33 和 CA-C540 组成的图像处理系统上进行了实验模拟. 结果如图 6 和表所示. 图 6(a) 是三幅存储图像, 图 6(b) 是全局互联网的关联过程. 图 6(c)、(d) 和 (e) 分别是局域互联网在  $p = 25, 13$  和  $11$  时的联想过程.

Table 1 The data of experimental simulation

network model	interconnection area	interconnection matrix	recall number	operating time(sec)	hamming distance
global interconnection	$64 \times 64$	$4096 \times 4096$	2	486	99,0,0
local interconnection	$25 \times 25$	$1600 \times 1600$	2	59	99,0,0
	$13 \times 13$	$832 \times 832$	5	35	99,56,31,2,0,0
	$11 \times 11$	$704 \times 704$	7	32	99,72,58,47,33,17,0,0

表面上看来,全局互联网只需两次迭代就可完成联想记忆,似乎是最优的,但是,有两个重要事实值得注意: 1) 全局互联网的运行时间是 486 sec,而  $p=11$  的局域互联网,尽管用了 7 次迭代,但总的运行时间才 32 sec. 2) 全局互联网的互联矩阵太大,目前世界上还没有分辨率达  $4096 \times 4096$  的空间光调制器. 而  $p=11$  的局域互联网所要求的  $704 \times 704$  的互联矩阵是很容易满足的. 该实验模拟结果表明,局域互联网络由于减少了互联权重而大大地降低了运算量. 更重要的是,由于它具有较小的互联矩阵,因而它在实际应用中具有可实现性

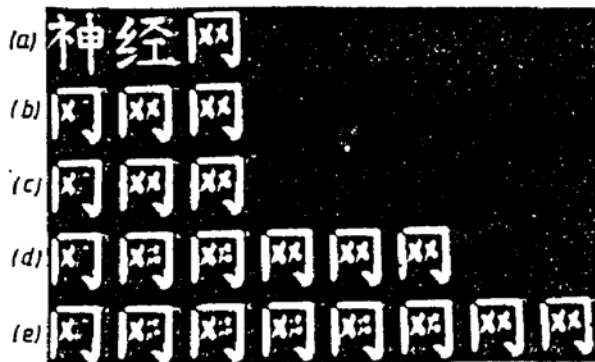


Fig. 6 Simulated experimental results of locally interconnected neural network for associative memory.

- (a) three  $64 \times 64$  stored images,
- (b) the recall process with IWM of  $4096 \times 4096$
- (c) the recall process with IWM of  $1600 \times 1600$ ,
- (d) the recall process with IWM of  $832 \times 832$ ,
- (e) the recall process with IWM of  $704 \times 704$

## 5 结束语

本文导出两维局域互联神经网络模型的数学公式,并通过计算机模拟,分析研究了两维局域互联网络的关联存储特性. 局域网保留了全局网中近域内神经元的互联,加上反馈迭代作用,因而局域网仍具有全局关联能力. 同时由于它舍弃了远程互联权重,因而局域的互联矩阵大为减小.

### 参 考 文 献

- [1] P. D. Wasserman, *Neural network computing: Theory and Practice*, (Van Nostrand Reinhold, New York, 1989)
- [2] 张家军, 张莉, 闫大鹏等, 局域到联神经网络的关联存储, *光学学报*, 1993, 13(8)
- [3] 张莉, 张家军, 贺安之等, 一维局域互联存储的光学实现, *光学学报*, 1993, 13(10)
- [4] B. Derrida, J. P. Nadal, Learning and forgetting on asymmetric, diluted neural network, *J. Statistical Physics*, 1987, 49(5/6):993

## Two-dimensional local interconnection neural network for associative memory

ZHANG Jiajun    ZHANG Li    HE Anzhi    YAN Dapeng

(*Nanjing University of Science and Technology, Department of Applied Physics, Nanjing 210014*)

(Received 18 January 1993; revised 13 May 1993)

### Abstract

The new concept of local interconnection neural network (LINN) is extended to two-dimensional case. Theoretical analysis and large number of computer simulations on 2-D LINN associative memory are presented. It is concluded that under the limitation of storage capacity LINN has the same associative memory ability as global interconnection neural network (GINN). Moreover, the LINN has a much smaller interconnection weight matrix compared with GINN. Therefore, 2-D LINN makes it possible to realize a large scale neural network by using presently available spatial light modulators.

**Key words** neural network, local interconnection, associative memory