

X光全息术的记录方式对其分辨率的影响

朱佩平 陈建文 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 201800)

提 要

本文从分析X光全息图的两种具体的记录方式入手,考虑记录介质的点扩散函数和全息图的尺寸在不同的记录方式中,对X光全息图的分辨率的影响.结论是,在完全相干光的条件下,X光无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离不可能小于记录时用的X光聚束器的焦斑或滤波小孔的半径,而X光同轴全息图不可能获得比记录介质的截止频率更高的分辨率.

关键词 X光全息术, 分辨率, 同轴全息图, 无透镜傅里叶变换全息图.

1 引 言

从Gabor^[1]发明全息术以来,早在1952年,Baez^[2]就提出X光全息显微镜的设想.1972年,Aoki和Kikuta分别以4.48 nm的CKe线和6 nm同步辐射源,用狭缝做参考源首先拍摄了一维无透镜傅里叶变换X光全息图.1974年,仍然是这两位日本人^[3]在同步辐射源和微聚焦X光管上,用波长为0.834 nm X光,以化学纤维和红血球为研究对象,拍摄了第一张同轴X光全息图,得到了分辨距离为4 μm 的重现象.1976年,Reuter和Mahr^[4]指出Aoki和Kikuta的实验中、分辨率如此之低的原因是,同轴全息术的孪生象和记录介质的影响.他们用菲涅耳波带片为X光聚束器,以玻璃丝为样品,记录了第一张(二维)无透镜傅里叶变换全息图,但是他们并没有获得更高的分辨率.1980年,Aristov等人^[5]为了提高记录介质的分辨率,第一次使用光刻胶记录了同轴X光全息图,并提出用计算机重现这种全息图.1986年,Howells等人^[6]在Brookhaven国家实验室,采用波荡器和高分辨率的光刻胶使同轴X光全息图的分辨率得到大幅度提高,分辨距离达到40 nm.同年,Trees等人^[7]在洛仑茨·利弗莫尔国家实验室,第一次使用X激光作为源记录了同轴X光全息图,分辨距离为5 μm .1990年,Jacobsen等人^[8]在Brookhaven国家实验室,利用波长为2.57 nm的同步辐射源,以生物为样品,记录了同轴X光全息图,使分辨距离达到56 nm.

从上述X光全息术的发展历史中可以看到,X光全息图的分辨率在不断地提高.但是,即使最好的实验结果也与X光的极限分辨率相差一个数量级.出现这种状况,原因之一是,X光的折射率略小于1,穿透性强,缺乏适当的物质制造X光透镜和X光分束器,使X光全息的记录方式仅局限在同轴全息记录方式和无透镜傅里叶变换全息记录方式;原因之二是,缺乏高

分辨率和高灵敏度的记录介质;原因之三是,目前获得的 X 光源的相干性太差^[9]. 本文从分析 X 光全息两种记录方式入手,假设 X 光源发出的是完全相干光,考虑记录介质的点扩散函数和全息图的尺寸在不同的记录方式中,对 X 光全息图分辨率的影响.

2 全息学的基本公式

如图 1 所示. 设记录、冲洗是线性的,参考光和再现光相同,经过推导可得反映全息图记录和再现过程的基本公式^[10]

$$U(u', v') = C \iint_{A_0} a_0(u, v) \exp \left\{ -\frac{ik}{Z} [(u' - u)u + (v' - v)v] \right\} dudv \iint_{A_1} M(f_x, f_y) \exp \left\{ \frac{ik}{Z} [(u' - u)x + (v' - v)y] \right\} dx dy \quad (1)$$

(1)式中 C 为常量; A_1 表示全息图的面积. 全息图为矩形,边长分别为 L_x 和 L_y . (u', v') 为象点座标; (u, v) 为物点座标; (x, y) 为全息图上座标; Z 为物和全息图的距离,也为象和全息图距离; $M(f_x, f_y)$ 是记录介质的光学传递函数,它是记录介质的点扩散函数 $m(x, y)$ 的傅里叶变换; f_x 和 f_y 分别为

$$\left. \begin{aligned} f_x &= \frac{x - u}{\lambda Z} - \frac{x - u_r}{\lambda Z_r} = \frac{x}{\lambda Z} + \frac{u_r}{\lambda Z_r} - \frac{u}{\lambda Z}, \\ f_y &= \frac{y - u}{\lambda Z} - \frac{y - v_r}{\lambda Z_r} = \frac{y}{\lambda Z} + \frac{v_r}{\lambda Z_r} - \frac{v}{\lambda Z}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $\bar{Z}^{-1} = Z^{-1} - Z_r^{-1}$. 其物理意义是,来自点 (u_r, v_r) 的空间频率为 $f_{rx} = (u_r - x)/\lambda Z_r$ 、 $f_{ry} = (v_r - y)/\lambda Z_r$ 的参考光波,和来自点 (u, v) 的空间频率为 $f_{ox} = (u - x)/\lambda Z$ 、 $f_{oy} = (v - y)/\lambda Z$ 的物光波,在记录介质平面上点 (x, y) 处干涉形成空间频率为 $f_x = f_{rx} - f_{ox}$ 、 $f_y = f_{ry} - f_{oy}$ 的干涉条纹.

基本公式是在记录介质的截止频率 f_c 满足下列条件

$$f_c \geq 3 / \sqrt{|\lambda Z|} \quad (3)$$

的情况下推导出来的. 对无透镜傅里叶变换全息记录方式来说,理论上这个条件是绝对满足的,因为 $\bar{Z}^{-1} = 0$. 对同轴全息记录方式来说,设 $\lambda = 3 \text{ nm}$, $Z = 400 \text{ } \mu\text{m}$ ^[9], $Z_r \geq 10Z$,这要求记录介质的截止频率 $f_c \geq 3000 \text{ mm}^{-1}$,现在一般的 X 光全息图的记录介质都可以达到这个要求.

基本公式反映全息图的记录和再现是一个两次点扩散过程. 第一次是记录介质的点扩散函数 $m(x, y)$ 对物光波和参考光波的干涉条纹的扩散,从而使携带物体信息的高频干涉条纹记录不下来. 第二次是由于全息图的有限大小而引起的孔衍射、对记录在全息图上的物体信息的衍射扩散,从而使物体面上距离小于全息图通光孔径的零级衍射半径的高频信息损失掉.

从基本公式可以看到,因为含有随着物点座标 (u, v) 的变化的指数因子

$$\exp \left\{ -\frac{ik}{Z} [(u' - u)u + (v' - v)v] \right\}$$

所以一般来说,实际全息图的记录和再现过程不是一个空间不变的变换过程. 如图 2 所示. 但是在一定条件下,这个指数因子可以忽略. 这一点将在下面讨论无透镜傅里叶全息图和同轴全

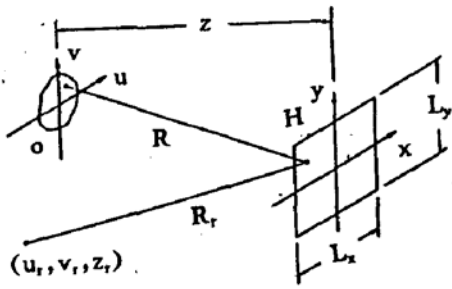


Fig. 1

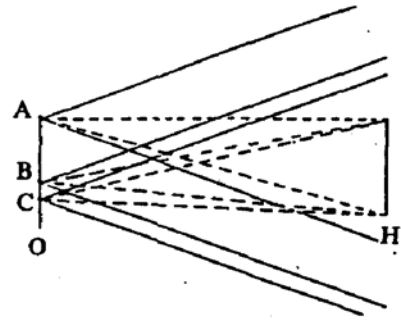


Fig. 2

息图时做具体分析.

3 X 光无透镜傅里叶变换全息图

对无透镜傅里叶变换全息图 $Z = Z_r$, $f_x = (u_r - u)/\lambda Z$, $f_y = (v_r - v)/\lambda Z$, 代入(1)式经运算得到

$$U(u', v') = C \iint_{A_0} dudv a_0(u, v) M\left(\frac{u_r - u}{\lambda Z}, \frac{v_r - v}{\lambda Z}\right) \exp\left\{-\frac{ik}{Z}[(u' - u)u + (v' - v)v]\right\} \\ L_x L_y \sin C\left[\frac{kL_x}{2Z}(u' - u)\right] \sin C\left[\frac{kL_y}{2Z}(v' - v)\right] \quad (4)$$

从(4)式可知,对于无透镜傅里叶变换全息图来说,记录和再现的整个过程的点扩散函数就是全息图通光孔径的衍射扩散函数,为

$$h(u', v'; u, v) = CL_x L_y \sin C\left[\frac{kL_x}{2Z}u'\right] \sin C\left[\frac{kL_y}{2Z}v'\right] \exp\left[-\frac{ik}{Z}(u'u + v'v)\right] \quad (5)$$

上述点扩散函数不是空间不变的,它带有随着物点座标 (u, v) 变化的指数项.其原因在于,全息图截取的物点光波的空间频率是随着物点变化而变化的.设物的中心在 (u_0, v_0) , 当 $|u - u_0| < L_x/8$, $|v - v_0| < L_y/8$ 时,破坏空间不变的指数因子可做如下处理^[10]

$$\exp\left\{-\frac{ik}{Z}[(u' - u)u + (v' - v)v]\right\} \approx \exp\left\{-\frac{ik}{Z}[(u' - u)u_0 + (v' - v)v_0]\right\} \quad (6)$$

$$h(u', v'; u, v) = CL_x L_y \sin C\left[\frac{kL_x}{2Z}u'\right] \sin C\left[\frac{kL_y}{2Z}v'\right] \exp\left[-\frac{ik}{Z}(u'u_0 + v'v_0)\right] = h(u', v') \quad (7)$$

此时的扩散函数是空间不变的,即全息图对任意位置的物点的衍射扩散函数都相同.将此结果代入 $U(u', v')$, 有

$$U(u', v') = a_0(u', v') M\left(\frac{u_r - u'}{\lambda Z}, \frac{v_r - v'}{\lambda Z}\right) * h(u', v') \quad (8)$$

(8)式为描述无透镜傅里叶变换全息图的记录和再现整个过程的数学表达式.根据这个表达式,无透镜傅里叶变换全息图的成象过程可以看作,一个物点的物波先经过一个和物点座标 (u, v) 成线性关系的振幅衰减滤波器,然后由全息图的通光孔径衍射扩散成一个以原物点座标 (u, v) 为中心的像斑.从这个表达式还可以看出,物点 (u, v) 和全息图上记录的干涉条纹的空间频率 $(u_r - u)/\lambda Z$, $(v_r - v)/\lambda Z$ 是一一对应.只要干涉条纹的空间频率小于记录介质的截止频

率,记录介质的光学传递函数对全息图的分辨率就无任何影响.也就是说,只要物体面积不是很大,干涉条纹的最高空间频率不超过记录介质的截止频率,无透镜傅里叶变换全息图就可以记录下携带物体信息的全部干涉条纹,从而使记录介质的点扩散不引起物体信息的损失.光学传递函数 $M(f_x, f_y)$ 一般是随着空间频率 f_x, f_y 的增大而单调减小,由于离参考光源最远的物点在全息图上形成的干涉条纹的空间频率最高,所以其象的亮度衰减得也最厉害.

以上讨论表明,无透镜傅里叶变换全息图的分辨率仅取决于记录了物体信息的全息图的大小.由矩形孔零级衍射斑半径可知,无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离为

$$\Delta u \sim \frac{\lambda Z}{L_r}, \quad \Delta v \sim \frac{\lambda Z}{L_r} \quad (9)$$

上述结果是在记录无透镜傅里叶变换全息图时、参考点源为几何点的前提下得到的.当参考点源为几何点时,对记录了物体信息的全息图的面积大小没有限制.实际上,X光聚束器在物平面内产生的参考点源是有大小的.这一因素使记录了物体信息的全息图的面积有一个上限,从而使X光无透镜傅里叶变换全息图的分辨率也有一个上限.下面就来考虑参考点源的半径对无透镜傅里叶变换全息图的分辨率的影响.

设X光聚束器产生的焦斑或滤波小孔的半径为 δ ,则参考点源在全息记录介质上的衍射图样就是一个角半径为 $\theta_s = 0.61 \lambda / \delta$ 的爱里斑,其半径为 $r_s = 0.61 \lambda Z / \delta$.这个爱里斑便决定了X光无透镜傅里叶变换全息图的最大记录面积.当全息记录介质面积足够大时,这个爱里斑的分布区域就是记录物体信息的全息图的区域.因此,对用半径为 δ 的参考点源记录的X光无透镜傅里叶变换全息图,其与物点对应的扩散象斑的最小角半径为 $\theta_r = 0.61 \lambda / r_s$,其半径为

$$Z\theta_r = 0.61 \lambda Z / r_s = \delta \quad (10)$$

由此,便可得到X光无透镜傅里叶变换全息图的最小分辨距离为 δ .根据这个结论,可知在得到符合高精度条件的X光聚束器和滤波小孔以前,X光无透镜傅里叶变换全息图不可能达到极限分辨率.

4 X光同轴全息图

对同轴全息图,物中心在 $(0,0)$, $u_r = v_r = 0$, $|Z_r| > |Z|$, $f_x = [(x-u)/\lambda Z - x/\lambda Z_r] = [x/\lambda Z - u/\lambda Z]$, $f_y = [(y-u)/\lambda Z - y/\lambda Z_r] = [y/\lambda Z - v/\lambda Z]$.同样代入(1)式经运算得到

$$U(u', v') = C \iint_{A_0} dudva_0(u, v) \exp \left\{ -\frac{ik}{Z} [(u' - u)u + (v' - v)v] \right\} \iint_{-\infty}^{\infty} dx' dy' m(x', y') \exp \left[ik \left(\frac{u}{Z} x' + \frac{v}{Z} y' \right) \right] L_r L_s \sin C \left[\frac{kL_r}{2Z} \left(\frac{u' - u}{Z} Z - x' \right) \right] \sin C \left[\frac{kL_s}{2Z} \left(\frac{v' - v}{Z} Z - y' \right) \right] \quad (11)$$

从(11)式可以看出,同轴全息图也有破坏空间不变的指数因子.但是当 $|u| < (L_r/8)$, $|v| < (L_s/8)$ 时,破坏空间不变的指数因子可做如下处理^[10]

$$\exp \left\{ -\frac{ik}{Z} [(u' - u)u + (v' - v)v] \right\} \approx 1 \quad (12)$$

得

$$h(u', v') = CL_z L_y \sin C \left(\frac{kL_z}{2Z} u' \right) \sin C \left(\frac{kL_z}{2Z} v' \right). \quad (13)$$

将(13)式代入 $U(u', v')$, 有

$$U(u', v') = \iint_{A_0} dudv a_0(u, v) m \left(\frac{u' - u}{Z} \tilde{Z}, \frac{v' - v}{Z} \tilde{Z} \right) h(u' - u, v' - v) \quad (14)$$

当

$$a_0(u, v) \begin{cases} \neq 0 & |u| < \frac{L_x}{8}, \quad |v| < \frac{L_y}{8} \\ = 0 & |u| > \frac{L_x}{8}, \quad |v| > \frac{L_y}{8} \end{cases}$$

时, 积分区域可以从 A_0 扩展到无穷, 即 $\iint_{A_0} \Rightarrow \iint_{-\infty}^{\infty}$, 得

$$U(u', v') = a_0(u', v') * m \left(\frac{\tilde{Z}}{Z} u', \frac{\tilde{Z}}{Z} v' \right) h(u', v') \quad (15)$$

这便是描述同轴全息图的记录和再现整个过程的数学表达式. 从这个表达式可以看出. 同轴全息图的成象过程是一个两次点扩散过程. 第一次发生在记录过程. 从数学表达式上看, 每一物点 (u, v) 经过记录介质的点扩散函数 $m(\tilde{Z}u/Z, \tilde{Z}v/Z)$ 的作用, 变成一个扩散斑而被记录下来; 就物理过程而言, 实际上是携带物体高频信息的高频干涉条纹, 即类似于菲涅耳波带片上外围波带的干涉条纹, 由于记录介质的点扩散作用而没有被记录下来, 从而使全息图的分辨率下降. 第二次发生在再现过程. 由于全息图尺寸的限制, 物面上距离小于 $\Delta u \sim \lambda Z/L_x$, $\Delta v \sim \lambda Z/L_y$ 的高频信息将因为衍射扩散而损失掉.

同轴全息图的分辨率取决于记录介质的分辨率和全息图通光孔径的衍射分辨率中较低的一个. 设记录介质的最小分辨距离为 Δr_{\min} . 根据数学表达式中记录介质的点扩散函数 $m(\tilde{Z}u/Z, \tilde{Z}v/Z)$ 算得记录过程能分辨的两物点之间的最小距离为

$$\Delta \rho_{\min} = \frac{Z}{\tilde{Z}} \Delta r_{\min} = \frac{Z_r - Z}{Z_r} \Delta r_{\min} \quad (16)$$

对 X 光同轴全息图来说, $|Z_r| \gg |Z|$, $\Delta \rho_{\min} \approx \Delta r_{\min}$, 即记录过程的分辨率约等于记录介质的分辨率. 根据菲涅耳波带片分辨率的计算方法, 和记录下来的最密干涉条纹, 算得记录过程能分辨的两物点之间的最小距离为

$$\Delta \rho_{\min} = 1.22 \Delta r_{\min} \quad (17)$$

两种算法得到的数量级是一致的. 全息图通光孔径衍射所能分辨的两物点之间的最小距离为

$$\Delta u \sim \frac{\lambda Z}{L_x}, \quad \Delta v \sim \frac{\lambda Z}{L_y} \quad (18)$$

从以上讨论可知, 在全息图记录介质面积足够大的情况下, 同轴全息图不可能提供比记录介质截止频率更高的分辨率. 因此, 在获得足够高分辨率的记录介质之前, 记录介质的截止频率是 X 光同轴全息图的分辨率达不到极限分辨率的一个重要因素.

5 结 论

通过以上的分析和比较可知,在全息图记录介质面积足够大的条件下,X光无透镜傅里叶变换全息图的分辨率受X光聚束器的焦斑或滤波小孔的半径限制,X光同轴全息图的分辨率受记录介质的分辨率的限制.

参 考 文 献

- [1] D. Gabor, A new microscopic principle. *Nature* (London), 1948, **161**:777~778
- [2] A. V. Beaz, A study in diffraction microscopy with special reference to x-rays. *J. Opt. Soc. Am.*, 1952, **42**(10): 756~762
- [3] S. Aoki, S. Kikuta, X-ray holographic microscopy. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1974, **13**(9):1385~1392
- [4] B. Reuter, H. Mahr, Experiments with fourier transform holograms using 4.48 nm x-rays. *J. Phys.*, 1976, **E9**: 746~751
- [5] V. V. Aristov, Holography of microobjects in soft x-rays. *Opt. Commun.*, 1980, **34**(3):332~336
- [6] M. Howells *et al.*, X-rays holograms at improved resolution: a study of zymogen granules. *Science*, 1987, **238**: 514~517
- [7] J. E. Trees, Demonstration of x-ray holography with an x-ray laser. *Science*, 1987, **238**:517~519
- [8] C. Jacobsen *et al.*, X-ray holographic microscopy using photoresists. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(10):1847~1861
- [9] A. Kozma, J. S. Zelenka, Effect of film resolution and size in holography. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, **60**(1):34~43

Effect of recording methods on resolution in X-ray holography

ZHU Peiping CHEN Jianwen XU Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai, 201800)

(Received 1992; revised 1992)

Abstract

This paper starts with analysing the two special recording methods of X-ray holography, and considers the effect of the impulse response of recording material and the size of hologram on the resolution of X-ray hologram. The conclusion is that the smallest resolving distance of X-ray lensless Fourier transform hologram can not be smaller than radius of the focus spot of the X-ray condenser or the filter aperture used in recording, and the resolution of X-ray in-line hologram can not be higher than the cutoff frequency of recording material, when X-ray source is coherent.

Key words X-ray holography, resolution, in-line hologram, lensless Fourier transform hologram.