

# 局域互联神经网络的关联存储\*

张家军 张 莉 阎大鹏 贺安之

(南京理工大学应用物理系, 南京 210014)

## 提 要

基于全局互联的 Hopfield 模型, 本文提出了局域互联关联存储的新概念. 与全局互联相比, 局域互联具有较小的关联矩阵, 因而, 有利于用现有的空间光调制器加以实现. 同时, 计算机模拟结果表明, 它仍然具有全局关联存储的能力.

**关键词** 光学人工神经网络, Hopfield 模型, 局域互联神经网络.

## 1 引 言

在众多的神经网络中, Hopfield 模型<sup>[1]</sup>由于数学公式简单, 物理意义明确而格外受到人们的重视. 到目前为止, 人们已提出了各种改进的 Hopfield 模型<sup>[2~6]</sup>, 并给出了各种光学实现方法<sup>[7~13]</sup>. 然而, 除了全息方法<sup>[8]</sup>以外, 目前已报道的矢量-矩阵相乘器所模拟的人工神经网络通常只有几十个神经元<sup>[7, 10, 11]</sup>. 即使是所谓“大型”神经网络也只有  $48 \times 48$  个神经元. 光学实现离散型大型神经网络的主要困难是目前还没研制出具有极高分辨率的空间光调制器. 为了缓解这个困难, 人们又提出时间分割复用技术<sup>[14, 15]</sup>. 但是, 这种方法是更多的运行时间为代价的. 本文将提出局域互联神经网络模型. 从而使得光学实现大型神经网络成为可能.

一般认为信息存储有两种方式. 一种是按位置存储, 其特点是某一信息只能存在存储介质的某个区域内, 存储单元之间无任何联系. 另一种是按内容存储, 或称分布式存储. 其特点是信息存储于分布结构中, 每个存储单元都与其它单元互联. 局域互联神经网络的信息存储方式是上述两种基本方式的折衷. 它的每个神经元只与其邻域内的神经元互联, 而不是与网络中所有的神经元互联. 这样, 局域互联神经网络就兼有上述两种方式的特点. 换言之, 一个信息只能存在于网络的某一片区域内. 而在一个区域内, 信息又是按分布存储的.

## 2 局域互联神经网络

在全局互联神经网络(以下简称全局网)中, 输出面上的每一个神经元都与输入面上所有的神经元互联. 而在局域互联神经网络(以下简称局域网)中, 输出面上的每一个神经元仅与输入面上相应的邻域内的几个神经元互联如图 1 所示.

收稿日期: 1992 年 11 月 5 日

\* 本项目得到南京理工大学青年基金的资助.

## 2.1 定 义

局域网定义为:一组  $M$  个  $N$  维的双极二值矢量,存储于互联矩阵中:

$$W_{ij} = \sum_{m=1}^M v_i^{(m)} v_{i+j_0}^{(m)} (1 - \delta_{i+j_0}) \quad (1)$$

$$(i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, P)$$

$$j_0 = \begin{cases} 0 & 1 \leq i \leq d \\ i - d - 1 & d < i < N - d \\ N - P & N - d \leq i \leq N \end{cases} \quad (2)$$

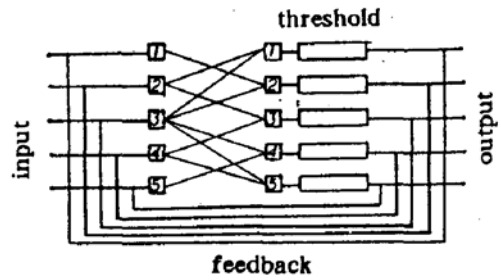


Fig. 1 Diagram of local interconnection neural network

式中  $d$  为局域区的半径,  $P = 2d + 1$  为局域区的大小. 其迭代过程可写为:

$$v_i(\text{下一状态}) = f\left(\sum_{j=1}^P W_{ij} v_{j+j_0}\right) \quad (3)$$

式中  $f(\cdot)$  为阈值函数. 由上述定义可知, 局域网忽略了远程互联, 而保留了近程互联. 输出面上的每个神经元只与输入面上的  $P$  个神经元互联, 它有状态取决于与它相邻的  $P$  个神经元的状态. 互联矩阵  $W$  共有  $NP$  个元素. 所以,  $P$  越小,  $W$  就越小. 当  $P = N$  时, 可以得出

$$W_{ij} = \sum_{m=1}^N v_i^{(m)} v_j^{(m)} = t_{ij} \quad (4)$$

式中  $t_{ij}$  为全局网的互联权重, 也就是说, 此时局域网变成了全局网, 可见, 局域网更具一般性.

## 2.2 两种网络互联矩阵之间的对应关系

设  $T = [T_1, T_2, \dots, T_N]^T$ ,  $T_i = \{t_{ij}\}$   $(i, j = 1, 2, \dots, N)$  (5)

并设  $W = [W_1, W_2, \dots, W_N]^T$ ,  $W_i = \{\omega_{ij}\}$   $i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, P)$  (6)

则

- 1) 当  $1 \leq i \leq d$  时,  $W_i = \{t_{ij}\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, P$
- 2) 当  $d < i < N - d$  时,  $W_i = \{t_{i+j-d-1}\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, P$
- 3) 当  $N - d \leq i \leq N$  时,  $W_i = \{t_{i+j-N-P}\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, P$

因此, 从整体上说,  $W$  只是  $T$  的一部分.

## 2.3 两种网络对同一给定输入的输出

由于每个  $W_i$  都是其相应的  $T_i$  的一部分, 所以,  $\sum_{j=1}^P W_{ij} v_{j+j_0}$  也总是  $\sum_{j=1}^N t_{ij} v_j$  的一部分. 例如, 当  $d < i < N - d$  时,  $j_0 = i - d - 1$ , 局域网的矢量-矩阵之积为:

$$v_i = \sum_{j=1}^P \omega_{ij} v_{j+d+i-1} \quad (7)$$

而全局网的矢量-矩阵之积为

$$v_i = \sum_{j=1}^N t_{ij} v_j \quad \text{或} \quad v_i = v_i + \sum_{j=1}^{i-d-1} t_{ij} v_j + \sum_{j=i+d+1}^N t_{ij} v_j \quad (8)$$

可见,  $v_i$  只是  $v_i$  的一部分, 其原因是很直观的, 因为  $v_i$  集中了所有  $N$  个神经元的贡献, 而  $v_i$  只收集了  $P$  个神经元对它的贡献.

这样看来, 似乎局域网的每个神经元只受其周围  $P$  个神经元的影响, 而与其余的  $(N - P)$  个神经元的状态无关. 其实也不尽然, 随着迭代过程的进行, 远程的  $(N - P)$  个神经元的影响将逐渐传过来. 所以说, 局域网仍有全局关联存储的能力.

### 2.4 局域网的存储容量

人们知道全局网的存贮容量为  $M_c = 0.15 N^{[1]}$ , 因此局域网能够存储的矢量应不超过  $M_c = 0.15 P$ . 也就是说, 局域网的存储量较小一些. 但是对于大型神经网络来说, 可存贮的数目很大, 相应地局域网的存储容量也相当可观.

## 3 数值模拟与分析

首先给出一例, 来说明局域网的关联矩阵  $W$  与全局网关联矩阵  $T$  之间的关系.

如图 2(a) 所示, 三个二值双极矢量存于全局互联网的关联矩阵  $T$  中, 根据 Hopfield 模型规则,  $T$  为  $20 \times 20$  的矩阵, 如图 2(b) 所示. 如果这三个矢量存于局域网中, 并设  $P = 11$ , 则  $W$  是  $20 \times 11$  矩阵如图 2(c) 所示. 显然, 矩阵  $W$  仅是图 2(b) 所示矩阵  $T$  中两条虚线之间的元素重新组合而成. 它说明局域网是利用近区内的互联建成的, 它忽略了对远区中神经元的互联.

```

1:  -1  1 -1 -1 -1  1 -1 -1 -1  1 -1 -1 -1  1 -1 -1  1  1  1 -1
2:  1 -1  1 -1  1 -1  1 -1  1  1  1  1 -1 -1  1 -1 -1 -1  1 -1
3:  1  1  1  1 -1 -1 -1  1 -1 -1 -1  1 -1 -1 -1  1 -1 -1 -1  1

```

(a) stored vectors

<pre> 0 -1 3 1 1 -3 1 1 1 -1 1 3 -1 -3 1 1 -3 -3 -1 1 -1 0 -1 1 -3 1 -3 1 -3 -1 -3 -1 -1 1 -3 1 1 1 -1 1 3 -1 0 1 1 -3 1 1 1 -1 1 3 -1 -3 1 1 -3 -3 -1 1 1 1 1 0 -1 -1 1 3 -1 -3 -1 1 1 -1 -1 3 -1 -1 -3 3 1 -3 1 -1 0 -1 3 -1 3 1 3 1 1 -1 3 -1 -1 -1 1 -1 -3 1 -3 -1 0 -1 -1 -1 1 -3 1 3 -1 -1 3 3 1 -1 1 -3 1 -1 3 -1 0 -1 3 1 3 1 -1 3 -1 -1 -1 1 -1 1 1 1 3 -1 -1 0 -1 -3 -1 1 1 1 -1 3 -1 -1 -3 3 1 -3 1 -1 3 -1 3 -1 0 1 3 1 1 -1 -3 -1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -3 1 1 1 -3 1 0 1 -1 -1 1 1 -3 1 1 3 -3 1 -3 1 -1 3 -1 3 -1 3 1 0 1 1 -1 3 -1 -1 1 -1 3 -1 3 1 1 -3 1 1 1 -1 1 0 -1 -3 1 1 -3 -3 -1 1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 0 1 1 1 1 1 1 -1 -3 1 -3 -1 -1 3 -1 -1 1 -1 -3 1 0 -1 -1 3 3 1 -1 1 -3 1 -1 3 -1 3 -1 3 1 3 1 1 -1 0 -1 -1 -1 1 -1 1 1 1 3 -1 -1 1 3 -1 -3 -1 1 1 -1 1 0 -1 -1 -3 3 -3 1 -3 -1 -1 3 -1 -1 -1 -1 -3 1 3 -1 -1 0 3 1 -1 -3 1 -3 -1 -1 3 -1 -1 -1 -1 -3 1 3 -1 -1 3 0 1 -1 -1 -1 -1 -3 1 1 1 -3 1 3 1 -1 -1 1 1 -3 1 1 0 -3 1 1 1 3 -1 -1 1 3 -1 -3 -1 1 1 -1 -1 3 -1 -1 -3 0 </pre>	<pre> 0 -1 3 1 1 -3 1 1 1 -1 1 -1 0 -1 1 -3 1 -3 1 -3 -1 -3 3 -1 0 1 1 -3 1 1 1 -1 1 1 1 1 0 -1 -1 1 3 -1 -3 -1 1 -3 1 -1 0 -1 3 -1 3 1 3 -3 1 -3 -1 0 -1 -1 -1 1 -3 1 -3 1 -1 3 -1 0 -1 3 1 3 1 1 1 3 -1 -1 0 -1 -3 -1 1 -3 1 -1 3 -1 3 -1 0 1 3 -1 -1 -1 -3 1 1 1 -3 1 0 1 -3 1 -1 3 -1 3 -1 3 1 0 3 -1 3 1 1 -3 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -3 1 -3 -1 -1 3 -1 -1 1 1 -3 1 -1 3 -1 3 -1 3 1 1 1 1 3 -1 -1 1 3 -1 -3 -3 1 -1 1 -1 0 -1 -1 -3 1 -1 -1 1 0 -1 -1 1 1 -1 1 -1 -3 1 0 -1 -1 3 3 1 3 1 1 -1 0 -1 -1 -1 -3 -1 1 1 -1 0 -1 -1 -3 1 -1 -1 1 0 1 1 1 1 -1 1 -1 -3 1 0 -1 -1 3 3 1 3 1 1 -1 0 -1 -1 -1 -3 -1 1 1 -1 0 -1 -1 -3 1 -1 -3 1 3 -1 -1 0 3 1 -1 1 -1 -3 1 3 -1 -1 3 0 1 -1 3 1 -1 -1 1 1 -3 1 1 0 -3 -3 -1 1 1 -1 -1 3 -1 -1 -3 0 </pre>
---	--

(b) WMT of GINN

(c) IWMW of LINN, P=11

-1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1	initial input
-14 12 -14 -4 -12 14 -12 -6 -8 0 -8 0 -8 0 0 0 0 0 6 0	product
-1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 1 -1 1 1 1 1 1 1 1	estimate } 1st iteration
-1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 1 -1	2nd iteration
-1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1 -1	3rd iteration

(d) retrieval process of LINN

-1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1	initial input
-9 13 -9 -5 -13 9 -13 -5 -13 5 -13 -9 -9 15 -13 -5 15 15 11 -5	threshold
-1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 -1 1 1 1 -1	estimate } 1st iteration

(e) retrieval process of GINN

Fig. 2 Comparison of LINN with GINN

作者做了许多局域关联存贮的模拟实现. 一个典型的例子如图 2(d)所示. 输入矢量与它最相象的矢量之间的汉明距离为 4. 在三次迭代中, 汉明距离依次减为 4, 1, 0. 而对于同样的输入, 全局互连网络一次就收敛到正确的存贮矢量, 如图 2(e)所示. 与全局网相比, 局域网由于具有较小的吸收半径, 所以它通常需要多次迭代才能收敛到稳定状态.

### 3.1 局域网的关联存贮能力

选用了一组 64 维 +1 和 -1 均匀分布的矢量作为训练样本. 图(3)所示为识别率与局域区大小的关系曲线, 其中  $SNR = 7$ . 从图 3 可以看出, 当  $M = 2$  时, 为了能够正确关联存贮, 所需最小局域区大小为  $P_{min} = 11$ , 即使  $M = 6$ , 最小局域区也只需 25. 这就是说, 在 64 个神经元的局域互连网中存储 6 幅 64 维的矢量, 局域区的半径只需  $d = 11$ . 因此, 为了对这 6 个矢量进行正确的关联存贮, 并不需要  $64 \times 64$  的互连, 仅  $64 \times 25$  的互连就足够了.

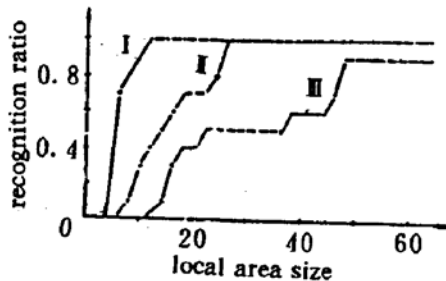


Fig. 3 Recognition ratio via local area size

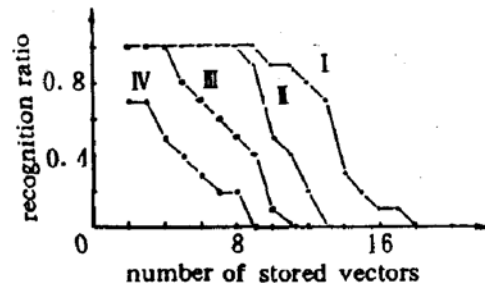


Fig. 4 Recognition ratio via number of stored vectors

大量的数值模拟结果表明, 当这存贮矢量数目  $M < 0.15 P$  时, 局域互连网与相应的全局互连网具有同样的关联存贮能力. 这是一个很有用的结论. 因为在许多场合, 网络中只需存贮几个矢量(或图像), 但同时神经元的数目却很大. 局域网肯定对这种应用有吸引力.

### 3.2 局域网中存贮容量与局域区大小的关系

图 4 为识别率与存贮矢量个数的关系曲线. 初始条件与上例一样. 一号曲线所示  $P = N$ , 即为全局互连网可以看到全局网中最多能存贮  $M_{max} = 9$ , 近似于  $0.15 N$ . 当  $P = 39$  时,  $M_{max} = 8$ , 而当  $P = 21$  时,  $M_{max} = 4$ , 这表明存贮容量随局域区的减小而减小. 当局域区太小, 如  $P = 11$  时就不能保证正确的关联存贮了.

应该指出的是, 尽管在许多应用中需要实现大型的神经网络. 如  $N = 512 \times 512$ . 但是通常不需要存贮高达  $0.15 N$ , 如 39231 个矢量(或图象), 这种情况下使用局域神经网络是十分有利的. 所需要最小局域区的大小可由所要存贮的矢量个数决定.

## 4 结束语

本文给出了局域互连神经网络模型, 并将它与全局互连的 Hopfield 模型进行了比较. 在满足存贮容量限制的情况下, 局域互连网现全局互连网具有同样的关联存贮能力. 而且局域互连神经网络具有较小的互连矩阵, 易于用现有的空间光调制器加以实现. 作者认为局域互连的神经网络适合于那些具有较小训练样本的大型神经网络的应用场合. 很容易将本文的思想推广到二维情况. 并且只需稍作改动, 过去已有的各种光学实现方法都可用实现局域互连神经网络.

## 参 考 文 献

- [1] J. J. Hopfield, Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA.*, 1982, **79**:2554~2558
- [2] B. Macukow, H. H. Arsenault, Optical associative memory model based on neural networks having variable interconnection weights. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(5):924~928
- [3] S. Oh, T. Yoon, Kim, Associative-memory model based on neural networks; modification of Hopfield model. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(1):74~76
- [4] M. I. Sezan, H. Stark, S. Yeh, Projection method formulations of Hopfield-type associative Memory neural networks. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(17):2616~2622
- [5] W. Zhang, K. Itoh, J. Tanida *et al.*, Hopfield model with multistate neurons and its optoelectronic implementation, *Appl. Opt.*, 1991, **30**(2):195~200
- [6] Y. Zhang, X. Wang, G. Mu, Neural network model for unequally distributed neuron states. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(17):3289~3294
- [7] N. H. Farhat, D. Psaltis, A. Prata *et al.*, Optical implementation of the Hopfield model. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(10):1469~1475
- [8] E. G. Paek, D. Psaltis, Optical associative memory using Fourier transform holograms. *Opt. Eng.*, 1987, **26**(5):428~433
- [9] J. Jang, S. Jung, S. Lee *et al.*, Optical implementation of the Hopfield model for two-dimensional associative memory. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(3):248~250
- [10] T. Lu, S. Wu, X. Xu *et al.*, Two-dimensional programmable optical neural network. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(22):4908~4913
- [11] F. Yu, T. Lu, X. Yang *et al.*, Optical neural network with pocket-size liquid-crystal television. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(15):863~865
- [12] 张家军, 张 莉, 贺安之, 阎大鹏, Two-dimensional inner-product model for auto-, hetero- associative memory and its new optoelectronic implementation. *Microwave and Opt. Technol. Lett.*, 1992, **5**(7):321~325
- [13] K. Noguchi, Large-scale two-dimensional optical Hopfield associative memory using an incoherent optical free-space interconnection. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(14):1110~1112
- [14] M. Oita, J. Ohta, S. Tai *et al.*, Optical implementation of large-scale neural networks using a time-division-multiplexing technique. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(4):227~229
- [15] F. Yu, X. Yang, T. Lu, Space-time-sharing optical neural network. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(4):247~249

## Locally interconnected neural network for associative memory

ZHANG Jiajun    ZHANG Li    YAN Dapeng    HE Anzhi

(Nanjing University of Science and Technology, Department of Applied Physics, Nanjing 210014)

(Received 5 November 1992).

## Abstract

Based on the globally interconnected Hopfield model, a new concept of locally interconnected associative memory is proposed in this paper. Compared with the globally interconnected, locally interconnected neural network has a smaller interconnection weight matrix (IWM), therefore, it can be easily implemented with commercially available spatial light modulators. Moreover, computer simulations indicate that it still possesses the global association ability.

**Key words** optical neural network, Hopfield model, local interconnection.