

# 周视彩虹全息图中共轭像的抑制

蔡履中

国承山

(山东大学光学系, 济南 250100) (山东师范大学物理系, 济南 250014)

## 提 要

本文从理论和实验两方面分析了共轭像的干扰问题, 求得了共轭像强度对记录介质厚度及物光—参考光夹角的依赖关系, 并对普通  $6\ \mu\text{m}$  干板给出了抑制共轭像的条件.

**关键词** 彩虹全息图, 周视全息图, 共轭像, 全息图的体效应.

## 1 引 言

在全息术发展史上, 彩虹全息术具有重要的理论和实际意义<sup>[1~3]</sup>. 为了克服普通全息只能显示单侧像的缺点, 已发展出多种全视场彩虹全息技术. 其中柱面全息图需用能环绕物体的大的圆柱形记录介质<sup>[4]</sup>, 合成全息图则由大量条形基元全息图综合而成<sup>[5]</sup>, 制作工艺均相当复杂. 双侧全息图(透射—反射式或双透射式)制作过程大为简化, 但难以看到整个周视图像<sup>[6~8]</sup>.

利用彩虹全息术的基本原理, 将物光限制孔径由单缝改为环形, 可以得到周视全息图<sup>[9~11]</sup>. 但至今所见文献均未附实验结果的照片, 有的文献并客观地指出再现像质尚不够理想. 另外, 在已报道的实验工作中, 环形孔径均较小(直径在  $8\sim 15\ \text{cm}$ ), 这带来了两个问题: 1)

由于观察方向与干板法线夹角很小, 观察方式仍基本上属于顶视而非真正的周视. 2) 由于制作全息图时参考光垂直于干板, 物光则是经以参考光方向为轴的环形孔入射于干板, 根据全息学理论, 这样记录的全息图再现时任何一个侧面的原始像都将与另一侧面的共轭像重合, 造成相互干扰. 这是环形孔径周视全息图所固有的问题, 它可以成为使再现像质劣化的一个重要原因. 本文将从理论与实验两方面分析这一问题.

## 2 理论分析

环形孔径彩虹全息图的记录原理如图 1(a)所示, 其中  $H$  为全息干板,  $R$  为参考光,  $A$  为环形孔径,  $O_1, O_2$  表示通过环形孔径同一直径上相对两点  $A_1, A_2$  入射的物光. 在一步彩虹全息术中孔径  $A$  常为真实环形开孔通过成像器件在  $H$  右方所成实像, 这时可用与参考光相同的光  $C$  再现(图 1(b)). 由孔径相对参考光方向的轴对称性易见, 再现时在同一方向既可看到某一侧面的原始像  $O_1$ (或  $O_2$ ), 又可看到其相对面的共轭像  $O_2^*$ (或  $O_1^*$ ), 既原始像与共轭像将成对出现.

显然, 平面全息图无法抑制这种共轭像的影响, 欲达此目的必须利用全息图的体效应. 分

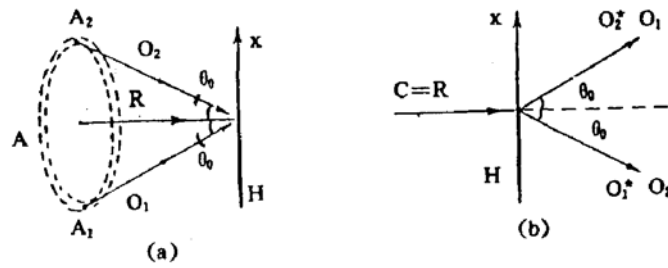


Fig. 1 Geometry of annular aperture rainbow hologram

(a) recording; (b) reconstruction

析全息图体效应的重要工具是耦合波理论<sup>[12]</sup>, 但该理论的计算比较复杂. 为简化分析和表示, 本文取参考光和物光均为平行光的情形, 且采用 Smith 的分析方法<sup>[13]</sup>.

由于  $O_1, O_2$  之间形成的干涉条纹的空间载波频率要比参考光  $R$  与单侧物光  $O_1$  或  $O_2$  形成的干涉条纹的空间载波频率高一倍, 故当用照明光  $C = R$  再现时, 物光  $O_1, O_2$  之间干涉条纹的衍射光大致在  $\pm 2\theta_0$  方向, 与物光  $O_1, O_2$  的  $\pm 1$  级像空间分离. 因此在分析一级像时可不考虑物光  $O_1, O_2$  之间的交叉干涉. 又由于物光  $O_1, O_2$  关于参考光  $R$  的对称性, 可只分析参考光  $R$  与单侧物光的作用, 对另一侧可得到相同的结论.

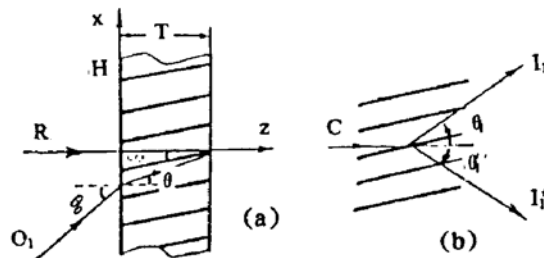


Fig. 2 (a) Formation of 3-D grating in recording step for one side object wave;

(b) reconstruction of primary image ( $I_1$ ) and conjugate image ( $I_1^*$ )

图 2(a)对单侧物光  $O_1$  示出了记录时体光栅的形成, 其中参考光  $R$  垂直于干板, 物光  $O_1$  在空气中入射角为  $\theta_0$ , 在介质中折射角为  $\theta$ , 记录波长为  $\lambda_0$ (空气中) 或  $\lambda = \lambda_0/n$ (介质中),  $n$  为介质折射率,  $T$  为乳胶厚度. 当采用与参考光  $R$  同方向的光  $C$  再现时,  $\pm 1$  级衍射光分别形成原始像  $I_1$  和共轭像  $I_1^*$  (图 2(b)). Smith 已指出, 对一般三维光栅, 在弱衍射近似下, 与原始像和共轭像相应的两项衍射光波的强度可分别表示为<sup>[13]</sup>

$$\left. \begin{aligned} I &= I_0 \sin^2 \{ [k'(l_i - l_c) + k(l_r - l_o)]T/2 \} \cdot \sin^2 \{ [k'(m_i - m_c) + k(m_r - m_o)]H \} \\ I' &= I_0 \sin^2 \{ [k'(l_i - l_c) - k(l_r - l_o)]T/2 \} \cdot \sin^2 \{ [k'(m_i - m_c) - K(m_r - m_o)]H \} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $I_0$  为一个由曝光量及调制度等决定的常数,  $k' = 2\pi/\lambda'$ ,  $\lambda'$  为再现光在介质中的波长,  $2H$  为全息片在  $x$  方向高度, 下标  $o, r, c, i$  分别表示物光、参考光、再现光和衍射光,  $l, m$  分别表示相应光束(介质中)在  $z, x$  方向的方向余弦.

对图 2 所示情形, 有

$$\left. \begin{aligned} (l_c, m_c) &= (l_r, m_r) = (1, 0), & (l_0, m_0) &= (\cos\theta, \sin\theta), \\ (l_i, m_i) &= (\cos\theta_i, \sin\theta_i), (\text{对原始像}) & (l_i, m_i) &= (\cos\theta_i, -\sin\theta_i), (\text{对共轭像}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中衍射角  $\theta_i$  和  $\theta_i$  均取正值. 这样(1)式可化为

$$I = I_0 \sin^2 C^2 \left\{ \left[ \frac{2\pi}{\lambda'} (\cos\theta_i - 1) + \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \cos\theta) \right] \frac{T}{2} \right\} \cdot \sin^2 C^2 \left[ \left( \frac{2\pi}{\lambda'} \sin\theta_i - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta \right) H \right] \quad (3)$$

$$I' = I_0 \sin^2 C^2 \left\{ \left[ \frac{2\pi}{\lambda'} (1 - \cos\theta_i) + \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \cos\theta) \right] \frac{T}{2} \right\} \cdot \sin^2 C^2 \left[ \left( \frac{2\pi}{\lambda'} \sin\theta_i - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta \right) H \right] \quad (4)$$

(3)、(4)式中第二项取极大值的条件为

$$\frac{\sin\theta_i}{\lambda'} = \frac{\sin\theta}{\lambda} \quad \text{或} \quad \frac{\sin\theta_i'}{\lambda'} = \frac{\sin\theta}{\lambda}, \quad (5)$$

显然,此条件即衍射角  $\theta_i$  或  $\theta_i'$  满足平面光栅方程. 第二项  $\sin C$  函数的展宽即宽度为  $2H$  的光栅在衍射角  $\theta_i$  (或  $\theta_i'$ ) 方向所形成的衍射主极大的宽度,它大致等于

$$\Delta\theta_i = \frac{\lambda'}{2H \cos\theta_i} \quad (6)$$

因  $2H \gg \lambda'$ ,  $\Delta\theta_i$  很小,故该  $\sin C$  函数可近似看作  $\delta$  函数而不考虑其宽度. 从而在满足光栅方程的条件下,强度  $I, I'$  由第一项  $\text{sinc}$  函数来决定.

### 2.1 当 $\lambda' = \lambda$ 时

这时光栅方程意味着  $\theta_i = \theta_i' = \theta$ , 由(3)式易见原始像强度  $I$  达到极大值  $I_0$ , 共轭像强度则为

$$I' = I_0 \sin^2 C^2 \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (1 - \cos\theta) T \right], \quad (7)$$

它恒比原始像强度小,其第一零点位置由下式确定:

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\lambda}{4T}. \quad (8)$$

显然,介质厚度  $T$  越小,所需  $\theta$  值越大.

对以上关系可作简单的物理解释:衍射像可以看作是由乳胶层中周期性干涉条纹层(图3中  $AB, A'B', A''B''$  等)的衍射光相干迭加而形成. 光栅方程保证了层间干涉是相长的,但每层衍射光在衍射方向  $\theta_i$  或  $\theta_i'$  的振幅仍要由单层衍射因子所决定,该因子与干涉层倾角  $(\theta/2)$ 、 $T, \theta_i$  或  $\theta_i'$  有关. 对共轭像,当  $\theta_i = \theta$ ,  $\lambda' = \lambda$ , 且满足(8)式的情况下,由几何计算容易证明. 从任一单层两端  $AB$  向  $\theta$  方向衍射的两平行光线 1、2 的光程差  $\Delta = BC - AD = \lambda$ , 故该方向单层衍射因子为零,从而共轭像强度为零.

### 2.2 当 $\lambda' \neq \lambda$ 时

当用白光再现时,一般地  $\lambda' \neq \lambda$ , 由光栅方程,不同  $\lambda'$  的色光向不同  $\theta_i$  方向衍射. 在满足(5)式的条件下,共轭像光波中  $\lambda'$  色光的强度为

$$I' = I_0 \sin^2 C^2 \left\{ (\pi T) / \lambda \left[ (1/\mu) (1 - \cos\theta_i) + (1 - \cos\theta) \right] \right\}, \quad (9)$$

式中  $\mu = \lambda' / \lambda$ . 因  $\lambda, \theta$  在记录过程中已经确定,再现光  $\lambda'$  越小,由光栅方程可知  $\theta_i$  越小;对给定  $T$ ,上式中  $\text{sinc}$  函数的宗量越小,  $I'$  越大. 换言之,在同样  $\theta$  值时,  $\lambda'$  越小,  $I'$  消隐所需  $T$  值越大. 故只要白光中最短波长  $\lambda_m$  的衍射像消隐,其他色像亦可消隐. 取记录波长(空气中)  $\lambda_0 =$

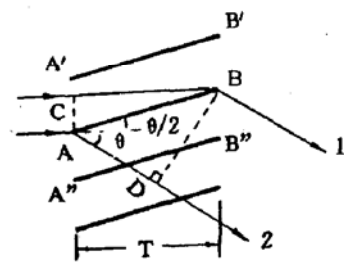


Fig. 3 Diffraction of a single layer of 3-D grating

632.8 nm, 再现最短波长(空气中)  $\lambda_m = 400$  nm, 可得  $\mu = \lambda_m / \lambda_0 = 0.63$ . 利用(9)式, 得共轭像消隐即  $I' = 0$  的条件是对所有可能的  $\mu$  值, 有

$$\frac{1}{\mu}(1 - \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \theta}) + (1 - \cos \theta) \geq \frac{\lambda}{T}. \quad (10)$$

依前述分析, 只需取  $\mu = 0.63$  代入上式即可得到各色共轭像均消隐时  $\theta$  与  $T$  所应满足的关系.

普通干板  $T = 6 \sim 7 \mu\text{m}$ , 约为 He-Ne 激光波长  $\lambda_0$  的 10 倍; 介质折射率  $n \approx 1.5$ , 此时  $\lambda/T = \lambda_0/nT \approx 0.067$ . 用  $\mu = 0.63$  以及不同  $\theta$  值代入(10)式试解, 可知大致在  $\theta > 21^\circ$  时该式得到满足. 由  $\sin \theta_0 = n \sin \theta$  可得相应的空气中物光 - 参考光夹角  $\theta_0 > 33^\circ$ .

以上分析中设物光  $O$  与参考光  $R$  均为平面波. 实际上, 物光束在干板上入射时总有一定的孔径角, 设为  $2\Delta\theta_0$ ; 在许多情况下,  $R$  也可选取会聚或发散光, 设其孔径角为  $2\Delta\theta_r$ , 如图 4 所示. 这时物光  $O$ 、参考光  $R$  轴线之间的夹角应为

$$\theta_{om} > 33^\circ + \Delta\theta_0 + \Delta\theta_r. \quad (11)$$

若取  $\Delta\theta_0 = 0 \sim 10^\circ$ ,  $\Delta\theta_r = 0 \sim 10^\circ$ , 则有  $\theta_{om} > 33^\circ \sim 53^\circ$ . 通常可取  $\theta_{om} \geq 45^\circ$ .

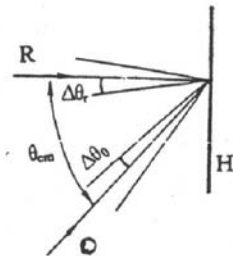


Fig. 4 The condition of eliminating conjugate image for object and reference beam with angular spread

### 3 实验结果与讨论

为明显看出物光 - 参考光夹角  $\theta_0$  对共轭像的影响, 实验根据原理图 1(a), 对  $O_1$ 、 $O_2$  分别取熊猫和十字缝透明片作物, 用天津 I 型干板作准像面彩虹全息图. 其记录光源为 He-Ne 激光, 缝宽为 4 mm,  $\Delta\theta_0 \approx 5^\circ$ , 参考光  $R$  为平行光. 再现时用平行白光从全息片后方正入射, 就可以在  $\pm \theta_0$  方向附近看到再现现象. 实验中取  $\theta_0 = 20^\circ$ 、 $30^\circ$  和  $60^\circ$  分别制作全息图, 在  $\pm \theta_0$  方向拍摄再现象. 图 5(a), 图 5(b) 分别为  $\theta_0 = 20^\circ$  时两对称方位的再现象, 可见原始像熊猫受到共轭像十字的严重干扰(图 5(a)), 反之亦然(图 5(b)). 图 5(c), 图 5(d) 则示出了  $\theta_0 = 30^\circ$ 、 $60^\circ$  时熊猫一侧的再现象, 可见  $\theta_0 = 30^\circ$  时共轭像(十字)已大大减弱,  $\theta_0$  越大共轭像越弱, 这与前文分析相符.

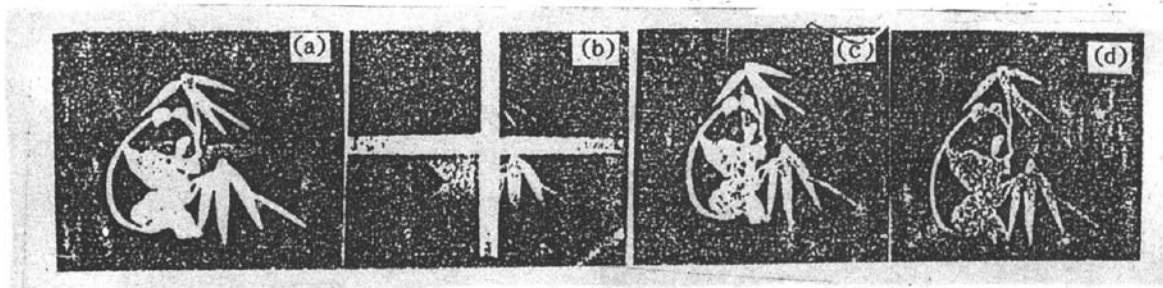


Fig. 5 Experimental demonstration of the dependence of effect of conjugate image upon the object-reference angle

必须指出, 在以上分析中忽略了  $I'$  中第一个  $\sin C^2$  函数侧瓣的影响, 实际上它们是存在的(尽管较弱). 故严格说来, 即使对较大的  $\theta_0$ , 原始像成像光躲过了共轭像  $\sin C^2$  函数的主瓣, 仍会受到其侧瓣的干扰. 事实上, 用激光再现时, 由于光强较大, 即令  $\theta_0 \geq 45^\circ$  仍会局部看到共轭

像;但用白光再现时,光强相对较弱,在  $\theta_0 \geq 45^\circ$  时侧瓣基本上不影响原始像的观察.

理论分析及实验均表明,在环形孔径周视全息图中必须考虑共轭像的影响问题,抑制共轭像必须利用全息图的体效应.对给定乳胶厚度的干板,物光—参考光夹角越大,或者对一定的物光—参考光夹角,乳胶厚度越大,则共轭像的影响越小.对普通  $6 \mu\text{m}$  干板,为使白光再现时共轭像的影响基本上可以忽略,  $\theta_0$  大致可取为  $\theta_0 \geq 45^\circ$  以上.作者曾经取  $\theta_0 = 47^\circ$  成功地拍摄了大角度环形孔径一步彩虹全息图,再现像清晰,无共轭像干扰<sup>[14]</sup>.

### 参 考 文 献

- [1] S. A. Benton, Hologram recording with extended incoherent sources. *J. O. S. A.*, 1969, **59**(11):1545~1546
- [2] H. Chen, F. T. S. Yu, One-step rainbow hologram. *Opt. Lett.*, 1978, **2**(4):85~87
- [3] 蔡履中,张幼文,彩虹全息图成像的傅里叶分析,物理学报,1982, **31**(8):1020~1029
- [4] H. Chen, M. Chen, Fabrication of a  $360^\circ$  astigmatic rainbow hologram. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(16):2474~2477
- [5] M. C. King, Multiple exposure hologram recording of a 3-D image with a  $360^\circ$  view. *Appl. Opt.*, 1968, **7**(8):1641~1642
- [6] P. Hariharan, Simple full-view rainbow holograms. *Opt. Engng.*, 1977, **6**(5):520~522
- [7] A. K. Aggrawal, S. K. Kaura, Full-view rainbow-reflection holograms. *Opt. & Laser Technol.*, 1987, **19**(2):209~213
- [8] L. Z. Cai, X. Y. Gao, Z. Lu *et al.*, One-step full-view rainbow holograms with conventional plates of  $6 \mu\text{m}$  emulsion. *Opt. & Laser Technol.*, 1991, **23**(4):229~232
- [9] 王典民,哈流柱,王民草,周视彩虹全息术,光学学报,1990, **10**(11):996~998
- [10] 王典民,哈流柱,王民草,周视彩虹全息术,应用激光,1991, **11**(1):17~18
- [11] 王典民,哈流柱,王民草,周视彩虹全息术—孔径共轭技术,应用激光,1992, **12**(2):54~55
- [12] R. J. Collier, C. B. Burckhardt, L. H. Lin, *Optical Holography*. New York:Academic Press, 1971:244~253
- [13] H. M. Smith 著,(中科院物理所译),全息学原理,北京:科学出版社,1972:71~83
- [14] L. Z. Cai, C. S. Guo, Large-angle one-step annular-aperture rainbow hologram. *Opt. Lett.*, 1992, **18**(1):69~71

## Elimination of the conjugate image in $360^\circ$ rainbow holography

CAI Luzhong

(Department of Optics, Shandong University, Jinan 250100)

GUO Chengshan

(Department of Physics, Shandong Normal University, Jinan 250014)

(Received 29 June 1992; revised 5 October 1992)

### Abstract

The effect of conjugate image in reconstruction of annular aperture rainbow hologram is analysed theoretically and experimentally. The dependence of conjugate image intensity upon the medium depth and the object-reference beam angle is derived. The condition of eliminating conjugate image for conventional  $6 \mu\text{m}$  plates is thus indicated. Based on this principle, the large viewing angle ( $47^\circ$ ) annular aperture one-step rainbow hologram without interference of conjugate image is realized for the first time.

**Key words**  $360^\circ$  hologram, rainbow holography, conjugate image, volume effect of hologram.