

用星点法检验波面的定量分析*

刘月爱

(Department of Electrical, Electronic, and Information Engineering, City University
Northampton Square, London EC1V 0HB, U. K)

提 要

本文提出了一种用星点法进行波面检验的定量分析方法. 文中给出了该方法的计算机模拟和实验室实验结果.

关键词 星点检验, 傅里叶变换, 指数滤波器.

引 言

星点检验是一种直接由成像效果来分析波面质量的方法^[1], 而由星点图分析波面就相当于由一个会聚透镜焦平面上记录的无穷远处点物的像强度分布来分析判断透镜光瞳面上的光场分布的复相位, 众所周知, 这个像强度分布就等于瞳面上的复振幅分布的傅里叶变换的模的平方. 因此, 如果这个傅里叶变换的振幅和相位分布都可知的话, 入瞳处的复相位分布就可以通过傅里叶逆变换运算求得了. 从而达到波面检测的目的. 然而, 由焦平面上探测到的光强分布只能得到上述傅里叶变换的模而不能得到其相位分布. 这就是所谓的“傅里叶相位问题”. 目前, 已有多种解决这一问题的方法^[2~9]. 本文试图利用其中的指数滤波器切趾法^[7]来解决星点检验的分析问题.

2 原 理

用指数滤波器切趾法进行星点图的分析需要探测两个焦平面上的强度分布. 其中一个为一般星点图, 另一个在探测时在瞳面上置放指数函数切趾滤波器, 这两个强度分布可分别为:

$$i(x, y) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} H(x', y') e^{-i2\pi\phi(x', y')} e^{-i2\pi(x x' + y y')} dx' dy' \right|^2 \quad (1)$$

$$i'(x, y) = \left| \iint_{-\infty}^{\infty} f(x', y') H(x', y') e^{-i2\pi\phi(x', y')} e^{-i2\pi(x x' + y y')} dx' dy' \right|^2 \quad (2)$$

式中 (x, y) 为焦面直角坐标, (x', y') 为瞳面坐标; $i(x, y)$ 和 $i'(x, y)$ 分别为不同滤波器和使用滤波器所探测到的焦面星点强度分布; $H(x', y')$ 为光瞳函数; $\phi(x', y')$ 为光瞳面上的相位分布; $f(x', y')$ 为指数滤波器的透过率函数:

收稿日期: 1992年9月26日; 收到修改稿日期: 1992年3月10日

* 本课题得到王宽城教育基金的资助.

$$f(x', y') = \begin{cases} e^{-(ax' - by')} & x'^2 + y'^2 \leq 1 \\ 0 & x'^2 + y'^2 > 1 \end{cases} \quad (3)$$

可以证明^[7], $\phi(x', y')$ 可以由方程式(1)和(2)唯一确定. 应该指出, 方程式(1)、(2)及(3)中所使用的瞳面及焦面坐标皆为归一化坐标. 瞳面归一化坐标的半径等于 1; 焦面归一化坐标等于实际坐标与光波波长和透镜焦距乘积之比并乘以光瞳半径.

具体求解可使用迭代法. 迭代过程由一系列的傅里叶正负变换组成. 在迭代过程中不断使用所探测到的两个星点强度以及已知的光瞳函数和滤波器透过率分布作约束. 图 1 示出了一种可行的迭代过程的框图. 首先输入瞳面复相位的一个估值, 比如一个随机分布或一个常数, 并定义复振幅的模在光瞳内的值为常数 1, 在光瞳外的值为 0. 然后对此瞳面复振幅估值进行傅里叶变换以得到焦面复振幅分布的一个估计. 进行上述变换之后, 将所得到的焦面复振幅的模由所测到的第一个星点图强度分布的平方根 $\sqrt{i(x, y)}$ 代替. 替换之后再行傅里叶逆变换, 使迭代过程再回到瞳面上. 这一次可以用指数滤波器的透过率函数来作约束. 加入这一约束条件之后, 再进行傅里叶正变换, 将迭代过程再一次带到焦平面. 然后将所得到的焦面复振幅的模由第二个星点像强度的平方根 $\sqrt{i'(x, y)}$ 代替. 之后, 再进行傅里叶逆变换, 把迭代过程再返回到瞳面上, 完成迭代过程的一个循环. 按照上述过程反复迭代, 直到迭代所得到的复振幅的模和其相应的约束之间的差别满足预先确定的误差条件时. 迭代过程才终止在瞳面上.

3 计算机模拟

在实际检测当中, 可以通过使用不同强度分布的滤波器来获得多于两个的星点图. 比如,

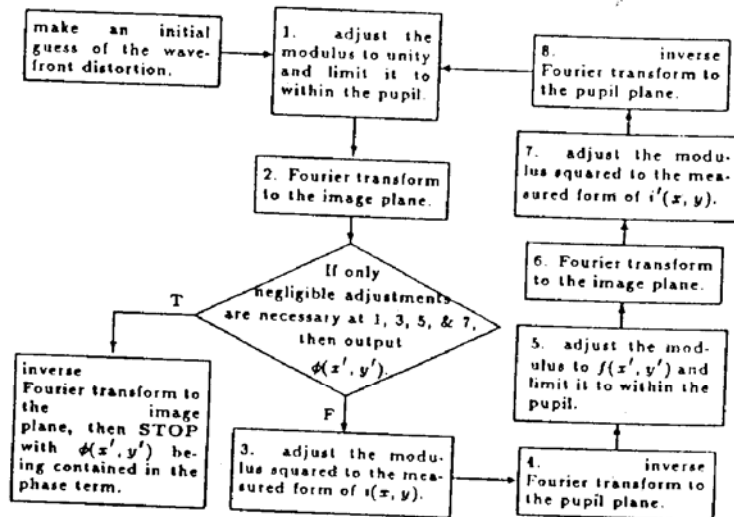


Fig. 1 Block diagram illustrating one of the possible iteration schemes for retrieving $\phi(x', y')$, from $i(x, y)$ and $i'(x, y)$

将滤波器在光瞳面上转动 90° , 就可以得到另一幅星点图. 通过大量的计算机模拟, 发现使用三个星点图进行约束迭代求解的收敛程度和速度都较使用两个星点图的结果要好. 本文将要给出的计算机模拟结果, 都是用三个星点像进行迭代求解的. 三个星点像分别为瞳无滤波器得到的星点像 $i(x, y)$, 瞳面放置滤波器 $f_1(x', y') = e^{-ax}$ 得到的星点像 $i''(x, y)$ 和瞳面放置滤波器 $f_2(x', y') = e^{-ay}$ 得到的星点像 $i'''(x, y)$. 迭代运算过程与图 1 所示的两个星像的迭代过程相似, 但要考虑到第三组约束条件.

图 2 给出了一例典型地用指数滤波器切趾法进行星点检验定量分析的计算机模拟结果.

所模拟的波面分布为 $\phi(x', y') = 0.5(x'^2 - y'^2)$. 图 2) 为三个模拟的星点像的定量结果. 其中图 2(a) 为无滤波的星点像, 图 2(b) 及图 2(c) 分别为用透过率函数为 $f_1(x', y') = e^{-3x'}$ 及 $f_2(x', y') = e^{-3y'}$ 的滤波器切趾滤波获得的星点像, 迭代运算得到的三个相应的焦面光强分布

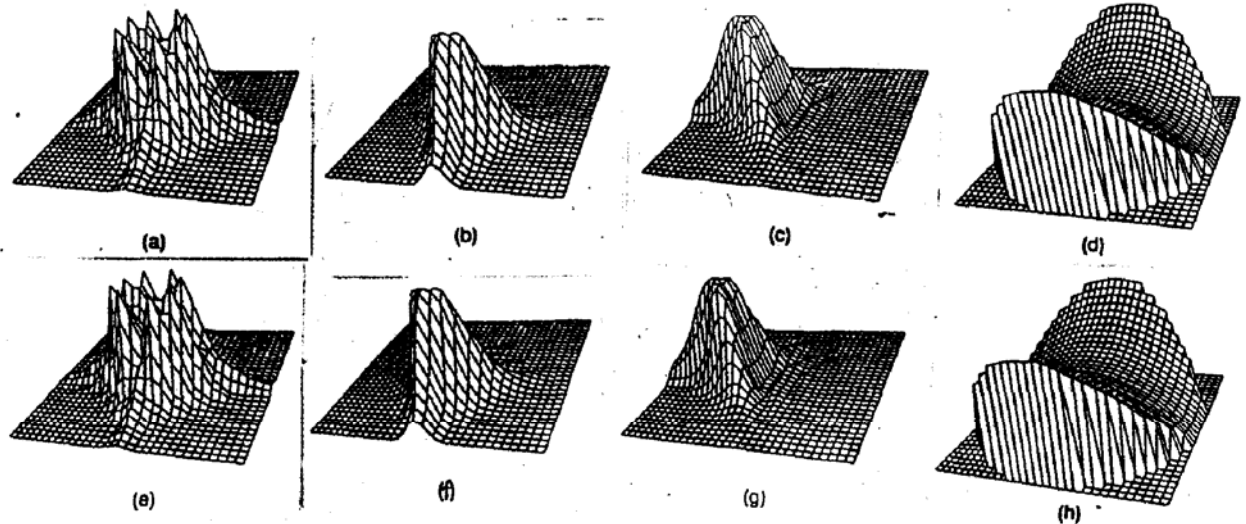


Fig. 2 Computer simulation of the proposed method. (a), (b) and (c) are the three "detected" star images obtained with a clear aperture and an x- and a y-filter respectively; (e), (f) and (g) are the reconstructions of (a), (b) and (c) respectively; (d) is the simulated wavefront distortion imposed at the pupil plane while obtaining (a), (b) and (c); (h) is the reconstructed wavefront

示于图 2(e)、图 2(f) 和图 2(g), 可以看出, 由迭代重建的三个星点强度分布与计算机模拟的三个相应的星点强度分布相差无几. 图 2(d) 为模拟使用的瞳面相位分布的三维立体图. 图 2(h) 为通过迭代运算得到的瞳面相位分布. 计算机分析表明, 图 2(h) 所示的重构波面与图 2(d) 所示的模拟波面之差的均方根值为 10^{-3} 的数量级. 这样级别的误差即使是在光学精密测量中也是可以忽略的.

在计算机模拟当中, 各星点像以 64×64 的数组表示; 光瞳则以 32×32 的数表示. 在图 2 及以后几个图示当中, 都只示出较中央的部分数据, 以利图形细节的分辩.

作者对大量不同像差分布进行了类似的计算机模拟, 其结果是令人满意的, 图 3 示出了一

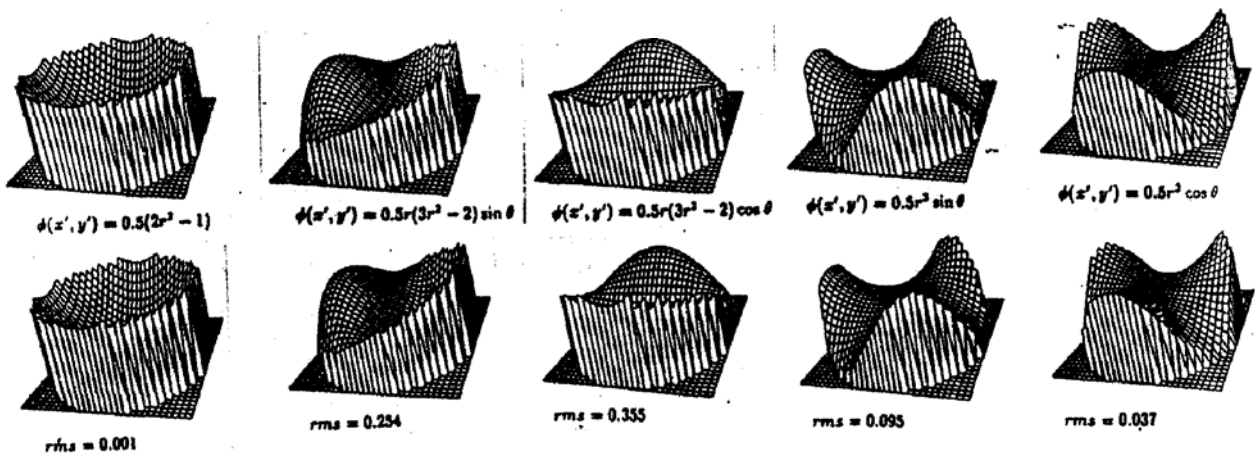


Fig. 3 The simulated wavefront distortions (upper) and their reconstruction (below)

组用各级 Zernike 多项式表示像差的计算机模拟结果. Zornike 多项式的系数皆为 0.5, 图 3 中

上行给出了五个模拟的瞳面相位误差,下行为相应的重构波面.当然,这些重构波面都是通过迭代运算求解的.模拟相位的数学表达式列在图中相应的波面三维图下.这些表达式各对应一种特定的几何像差,在图 3 中各重构波面下给出的 rms 值为重构波面与相应的模拟波面之差的均方根.

除上述标准像差外,作者还对大量的随机波面误差进行了计算机模拟.结果表明,以 64×64 的数据规模进行迭代运算,用指数滤波器切趾法进行星点图的定量分析可用于小像差的精密测量.指数滤波器的归化强度的有效范围为 $0.1 \sim 3.0$.

4 实验结果

在进行大量的计算机模拟的基础上,作者进一步对用指数滤波器切趾进行星点检验的定量分析方法进行了实验验证.被检对象为平行光线透过一平行平板时引起的波面误差.图 4 为所使用的实验装置示意图.由激光器出射的光束经透镜组 L_1 、 L_2 扩束准直后,照射在被检样板 S 上,光线透过样板后再由指数滤波器切趾,然后由透镜 L_3 会聚到 CCD 探测器上.当探测无切趾的星点图时,指数滤波器则从光路中拿走.探测到的各星点图由计算机存贮,以备进一步作数字处理.

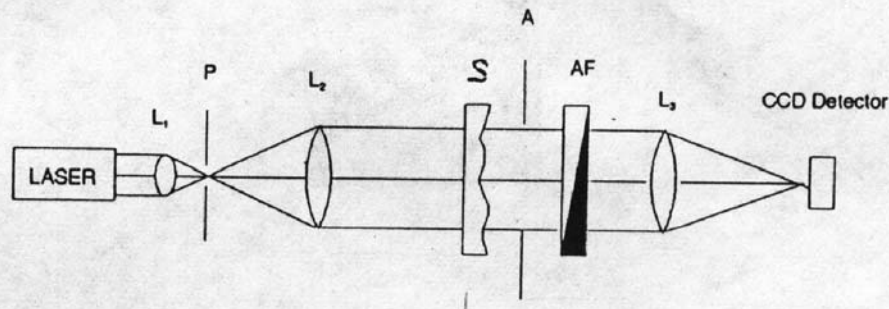


Fig. 4 The experimental arrangement. P—pinhole spatial filter, S—sample, A—aperture, Af—exponential filter

实验所使用的指数切趾滤波器由两块设计完全相同的直角光楔胶合而成.两楔块的折射率几乎相同.这样,在使用滤波器时,就不会在光路中引入线性波面误差.两光楔的差别在于它们具有不同的光吸收系数.因此,当一束均匀强度的平行光线透过滤波器时,其振幅会受到指数函数分布的衰减.衰减的程度由玻璃的厚度及材料的吸收决定.而光场的相位不会受到任何影响.

图 5 示出了一组实验所得的星点图.其中图 5(a)为无切趾的星点图;图 5(b)为在 x' 方向切趾得到的同一检测样品的星点图;图 5(c)为用与图 5(b)相同的滤波器在 y' 方向切趾所探测的星点图.在 x' 方向切趾时,所使用的滤波器透过率函数为 $f_1(x') = e^{-1.68y'}$;在 y 方向切趾

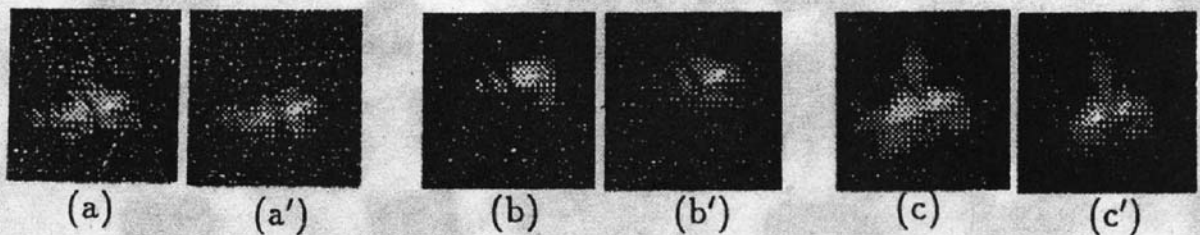


Fig. 5 The detected star images and their reconstructions. (a), (b) and (c) are the three detected focal-plane star images with a clear aperture, an x -filter, and a y -filter at the pupil plane, respectively. (a'), (b'), and (c') are their corresponding reconstructions reconstructed through the iteration method

时,相应的滤波器透过率函数为 $f_2(y') = e^{-1.68y'}$. 以图 5(a)、(b)及(c)所示的三个星点强度分布及已知的滤波器透过率函数作维束条件进行傅里叶正负变换的迭代运算之后,重建出的相应的三个星点图示于图 5(a')、(b')及(c'). 图 6(a)、(b)分别示出了所重建的波面的等高线图和三维立体图.

虽然图 5 的结果可以充分说明图 6(a)、(b)所示的重建波面的正确性,但这种证明毕竟只是自圆其说. 因此,为了更进一步证明指数滤波器切趾法进行星点检验定量分析的正确性,作者对上述实验结果进行了干涉检验验证. 即把所使用的检测样品用泰曼——干涉仪进行干涉检验,并分析检验结果与图 6(a)、(b)所示的星点分析的一致性. 图 6(c)为一幅用泰曼——格林干涉仪检验被样品的干涉图. 对该干涉图进行 Zernike 多项式拟合分析^[10~11],所得到的重构波面的等高线图如图 6(d)所示. 比较图 6(d)与(c),可以认为波面重构是成功的. 进一步将干涉检测当中引入的被面倾斜除去,得到的无倾斜波面的等高线图及三维立体图如图 6(e)、(f)所示. 比较这一干涉检验结果与图 6(a)、(b)所示的星点检验定量分析结果,可以看出,二者基本上是一致的. 因此可以说,用指数滤波器切趾法进行星点检验的定量分析是成功的.

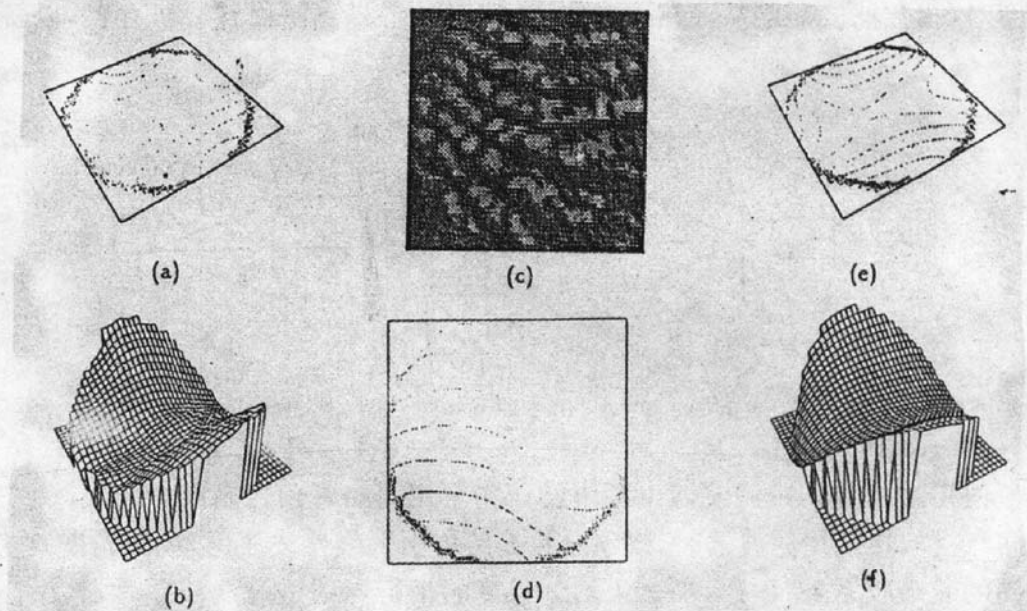


Fig. 6 Comparison of the quantitative wavefront analysis from star images and interferometry. (a): The contours of the wavefront distortion obtained through exponential-apodization wavefront sensing. (b) — The 3-D form of (a). (c) — The tilted fringes of the interferogram of the sample used for obtaining the speckles shown in Fig. (5). (d) — The tilted contours of the wavefront distribution reconstructed from fringe analysis. (e) — The same as (d) except that the general tilt of the wavefront has been removed. (f) — The 3-D form of (e)

5 结束语

星点检验是光学检测中的一个重要的检测方法,但由于星点图的定量分析一直没有很好解决. 因此使其使用受到限制. 本文所阐述的方法通过使用指数滤波器切趾来得到不同状态下的星点图,从而消除了一个波面与一个星点图对应当中的不确定因素,使星点图的定量分析得以实现. 文中所给出的各种模拟结果,都只局限于小像差的情况. 估计在大像差的情况下,若使

用较强的滤波器切趾并在迭代运算时采用较大的数据规模,大像差星点图的定量分析还是可以实现。

应该指出,用该方法进行星点图的实时定量分析难度还是很大的.因为该方法是通过一系列的傅里叶正负变换来迭代求解的.计算机模拟结果表明,一般的波面分析约需进行 100 次变换,如果这种傅里叶变换是用基 4 快速傅里叶变换算法来实现的,那么对于 $N \times N$ 的数据规模,进行一次傅里叶变换约需 $2N[(1.5\log_2 N - 4)N + 4]$ 次实数乘法运算^[12].对于上述计算机模拟使用的 $N=64$ 的数据规模来讲,分析一个波面约需进行 4×10^4 次的实数乘法运算.虽然目前的芯片技术可以在秒级的时间内完成这样的运算量,但造价也是很昂贵的。

本工作在进行过程中得到伦敦大学英皇学院的 John G. Walker 博士的精心指导和中国科学院光电技术研究所姜文汉研究员合作与支持,作者在此表示衷心感谢!

参 考 文 献

- [1] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, New York, John Wiley & Sons, 1978; 123
- [2] R. W. Gerchberg, W. O. Saxton, A paractical algorithm for the determination of phase from image and diffraction pictures. *Optik*, 1972, **35**; 237~246
- [3] D. L. Misell, A method for the solution of the phase problem in electron microscopy. *J. Phys. D*, 1973, **6**; L6~L9
- [4] W. O. Saxton, *Computer Technique for Image Processing in Electron Microscopy*, New York: Academic, 1978
- [5] G. Ross, M. A. Fiddy, H. Moezzi, The solution to the inverse scattering problem, based on fast zero location from measurement. *Optica Acta*, 1980, **27**; 1433~1444
- [6] G. Ross, M. A. Fiddy, H. Moezzi, The solution to the inverse scattering problem, based on fast zero location from two measurement. *Optical Acta*, 1980, **27**; 1433~1444
- [7] J. G. Walker, The phase retrieval problem—A solution based on zero location by exponential apodization. *Optica Acta*, 1981, **28**; 735~738
- [8] J. G. Walker, Computer simulation of a method for object reconstruction from stellar speckle interferometry data. *Appl. Opt.*, 1982, **21**; 3132~3137
- [9] N. Nakajima, Phase retrieval from two intensity measurement using the Fourier series expansion. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1987, **4**(1); 154~158
- [10] 刘月爱, 条纹分析中一种简单的 Zernike 多项式拟合方法. *光学学报*, 1985, **5**(4); 368~373
- [11] 刘月爱, 干涉条纹的数字分析. *光学工程*, 1985, **4**
- [12] O. E. Brigham, *The Fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1974; Chap. 12, P. 194

Quantitative wavefront analysis for star testing

LIU Yueai

(Department of Electrical, Electronic, and Information Engineering
Northampton square, London EC1V 0HB, U. K.)

(Received 26 September 1992; revised 10 March 1993)

Abstract

A quantitative wavefront analysis method for star testing is proposed. Both computer simulation and laboratory experiment results of the proposed method are presented.

Key words star testing, fourier transformation, exponential filter.