

# 耦合激光列阵的连续模型及其时空特性的研究

姜子平 Martin McCall

(Physics Department, Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BZ)

## 提 要

继对整体耦合激光列阵的讨论<sup>[1]</sup>,本文介绍作者最近对局部耦合激光列阵的研究结果.文中采用连续的近似方法,推导出描述耦合激光列阵的连续模型.正如数字计算结果所表明,耦合激光系统是另外一个很典型的“光学流体”系统.本文还对如何设计耦合激光系统,使之具有高功率、单模输出并保持良好的光束特性,进行了定性的讨论.对波导式耦合的本征不稳定性,运用孤子理论进行了初步的分析,进而讨论了耦合激光列阵中的孤子波现象及其应用.

**关键词** 激光列阵, 时空动力学, G-L方程.

## 1 导 言

由于半导体生长技术的飞跃发展,使之上百至千个光电元件或半导体激光器集成在一小块半导体单晶材料上<sup>[2]</sup>,而这种激光器件具有较高单模输出功率,且体积小,将有广泛的应用前景.同时,正如早已被实验证实的那样<sup>[3,4]</sup>,耦合激光系统具有很复杂的时间-空间行为,是一种典型的“光学流体”系统(optical hydrodynamics).通常对耦合激光列阵(特别是导波式耦合)的静态,可以用所谓的“超模”(supermode)理论来描述<sup>[5,6]</sup>.因此,近来有人<sup>[7]</sup>发现激光列阵“超模”的稳定性与同系统的大小(耦合激光的数目)有关,并指出波导式耦合的系统是本征的不稳定.除此之外,在耦合激光系统中,已发现了大量的不稳定现象,如自发的自感应湍流(self-induced turbulence)、巡回混沌(chaotic itinerance)<sup>[8]</sup>以及同步混沌<sup>[9]</sup>.由于耦合激光数目的增大,研究的方法,要么是采用统计的方法<sup>[1]</sup>,要么是利用连续的近似.目前为止,共有三种连续模型:Riccati方程<sup>[7]</sup>来描述复振幅及载流子的变化规律,扩散方程来描写场相位的变化并考虑本征频率的分布<sup>[10]</sup>和复系数的Ginzburg-Landau(GL)方程来描述复振幅的超快变化规律<sup>[11]</sup>.

本文是作者近来一系列研究耦合激光系统的工作之一.作者已从数学上证明了N个耦合激光系统实际上相当于N个耦合非线性振子,其动态行为可以直观地表示为在N维螺陀面上的运动<sup>[12]</sup>.我们还首先利用协同学的方法,对整体耦合(global coupling,即每一元素都同其它各元素相耦合)的自组织现象及其相位锁定现象进行了研究<sup>[1]</sup>.同时也证实了波导式耦合系统的不稳定性,这同实验所观察的现象及其它理论研究的结果相符.本文所考虑的情况与文献[1]

相反,即局部耦合的情况.当耦合的激光数目  $N$  足够大,可以近似地认为整个系统是连续分布,这就导致出连续模型——GL 方程.

## 2 耦合激光列阵的连续模型——GL 方程

对耦合激光列阵,仍可沿用半经典的激光理论.对于  $N$  个相邻的耦合激光列阵,第  $n$  个激光的动态行为可以用下列方程来描述<sup>[12]</sup>:

$$\frac{dQ_n}{dt} = \frac{1}{2}(G_n - \Gamma_n)Q_n - i\Omega_n Q_n + k_n(Q_{n-1} + Q_{n+1}), \quad n = 1, \dots, N. \quad (1)$$

式中  $Q_n$  为第  $n$  个耦合激光的复振幅,  $\Gamma_n (= 1/\tau_p, \tau_p$  为腔中的光子寿命) 为对应的损耗,  $k_n$  为耦合系数,  $G_n$  为腔中的光增益, 而  $\Omega_n$  为腔的共振频率. 后两者表征了粒子数反转或载流子密度、激光频率、及泵浦功率. 为简单起见, 忽略载流子浓度的动态性质, 利用下列光增益公式<sup>[13]</sup>:

$$G = \frac{1}{\tau_p}(P - \beta|Q|^2), \quad (2)$$

式中  $P$  为泵浦功率,  $\beta$  为饱和系数. 致于腔中的共振频率, 可以写成下列形式<sup>[14]</sup>:

$$\Omega = \omega_{th} + \frac{1}{2}\alpha(G - \Gamma). \quad (3)$$

$\omega_{th}$  为在阈值功率下的激光频率,  $\alpha$  为谱线增宽因子, 是半导体材料特有的一物理参数. 在以下的讨论中, 我们假定各耦合激光的  $P, \omega_{th}, \alpha$  及  $\tau_p$  都是相同的.

当耦合激光的数目  $N \gg 1$  时, 要想求得方程(1)的解析解几乎是不可能. 因此, 除了统计方法之外<sup>[1]</sup>, 人们很自然就会想到连续的近似方法, 即取相邻两耦合激光距离  $k \rightarrow 0$  的极限. 此时可以把耦合项作成是沿耦合激光分布方向  $x$  的二阶导数. 所以我们去掉下标, 认为光场  $Q$  是时间和激光分布空间的连续函数. 再应用参数变换:

$$\begin{aligned} \tau &= t/\tau_p, & \zeta e^{i\theta} &= k\tau_p \eta e^{i\theta}, & \Lambda(r) &= (\omega_0 - \omega_{th})\tau_p, \\ p(r) &= 1/2(P + 4\eta\tau_p \cos \theta), & Q &= \psi e^{i(-\omega_0\tau_p - 1/2\alpha P + 2\eta\tau_p \sin \theta)\tau}, \end{aligned}$$

则耦合激光列阵的动态特性可用下列连续模型即复系数的 Ginzburg-Landau 方程描写:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = (p + i\Lambda)\psi + \zeta e^{i\theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\beta}{2}(1 - i\alpha)|\psi|^2\psi. \quad (4)$$

值得一提是耦合常数本身是一复数, 其中实部是由于耦合对增益的微扰, 而虚部是由于对折射率的微扰或者可能是人为折射率的变化. 在这里, 耦合强度  $\zeta$  和耦合角度  $\theta$  都是同耦合机理及器件的几何结构有关.

## 3 相干态的线性稳定性分析

实际的耦合激光列阵器件, 要求具有高功率、单模输出, 并且要求激光束的远场分布为单一光斑, 从而可以采用常规的光学方法进行光束处理. 为此, 相干态解(即各耦合激光都是同相位工作状态)的讨论, 就变得很为重要. 为简单起见, 忽略掉  $p, \Delta$  的空间分布效应, 则方程(4)的相干态解或各向同性解可写为:

$$\psi_0 = \sqrt{\frac{2p}{\beta}} e^{i(\alpha p x + \phi^0)} \quad (5)$$

为讨论  $\psi_0$  的线性稳定性, 假定微扰解可以写成为:

$$\psi = \psi_0(t)(1 + B(t, x)). \quad (6)$$

把(6)式代入方程(4)后, 简化后只保留  $B$  的线性项, 则有下列方程:

$$\frac{\partial B}{\partial \tau} = \zeta e^{i\theta} \nabla^2 B - \frac{\beta}{2} (1 - i\alpha) |\psi_0|^2 (B + B^*); \quad (7)$$

其中  $B^*$  是  $B$  的复共轭, 又假定  $B$  可以分解为:

$$B(t, x) = B_1 e^{(ikx + \lambda t)} + B_2 e^{(-ikx + \lambda^* t)} \quad (8)$$

式中  $B_1$  与  $B_2$  是两复数,  $k$  为空间波数,  $\lambda$  为本征增加率. 把(8)式代入(3)式, 不难求得本征方程:

$$\begin{bmatrix} \lambda + k^2 \zeta e^{i\theta} + p(1 - i\alpha) & p(1 - i\alpha) \\ p(1 + i\alpha) & \lambda + k^2 \zeta e^{-i\theta} + p(1 + i\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2^* \end{bmatrix} = 0. \quad (9)$$

其中本征解为:

$$\lambda = -(p + k^2 \zeta \cos \theta) \pm \sqrt{(p + k^2 \zeta \cos \theta)^2 - k^2 \zeta [k^2 \zeta + 2p(\cos \theta - \alpha \sin \theta)]}. \quad (10)$$

通过分析本征值的实部, 在波数  $k$  很小时, 可以有三条结论:

1) 当  $\cos \theta > \alpha \sin \theta$  时, 则相干态解只在有限的空间波带内是线性稳定的. 或者, 当耦合角  $\theta \in [0, \tan^{-1}(1/\alpha)]$ , 各耦合激光才能同相位工作.

2) 当  $\cos \theta \approx \alpha \sin \theta$  时, 上面所提到的有限稳定区域渐渐消失.

3) 当  $\cos \theta < \alpha \sin \theta$  时, 相干态解完全失稳. 值得一提的是, 耦合角  $\theta = \pi/2$ , 即波导式耦合就是在这不稳定区域内.

同时, 还可以定量得出以下稳定波的区域:

$$k^2 > k_c^2 = \frac{2}{\zeta} (\alpha \sin \theta - \cos \theta) \quad (11)$$

可见,  $k = 0$  是最后一个失去稳定. 以上的稳定性讨论可以更清楚地由图 1 表明. 在图中, 通过变化耦合角  $\theta$ , 来观察本征值实部同波数  $k$  的关系. 当耦合角较小时, 相干态解在整个波数空间都是稳定的. 随着耦合角度的增大, 相干态解在某一区域内失稳, 随后当耦合角  $\theta$  接近  $\pi/2$  时, 整个区域都变成不稳定.

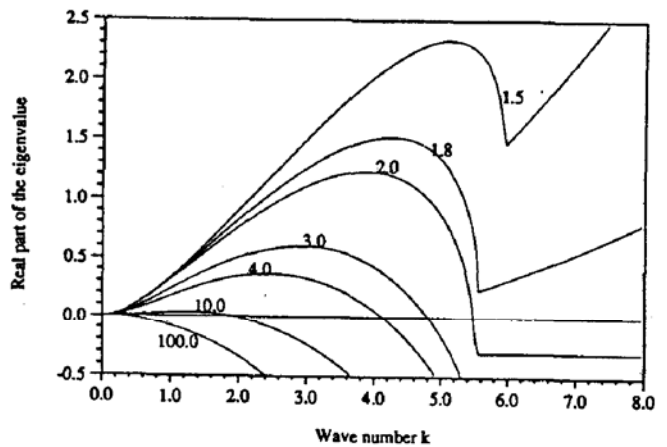


Fig. 1 The growing rate of a eigenvalue varies as function of sideband wave number, at a set of coupling phase  $\theta = \pi/n$ , where the value of  $n$  indicated in the graph and other parameters are  $\zeta = 0.1$ ,  $pump = 0.3$ ,  $\alpha = 5.0$ . Note the  $\theta = \pi/2$  marks the boundary of finite and infinite instable modes

#### 4 耦合激光阵列的时空行为

这一节我们对方程(4)进行数字求解,采用有限差分的方法以及第一类(Dirichlet)边界条件,固定系统的大小为  $L = \pi$ . 尽管当系统很大时,边界效应对整个系数的时空行为影响不大,但是应该认识到,状态的具体细节均同边界条件及初始条件有关. 在计算中,固定  $p = 0.3, \alpha = 5.0$  及  $\beta = 1.0$ . 通过变化耦合角度  $\theta$  及耦合强度  $\zeta$ (或耦合系数的大小),整个系统的振动强度可表现为:稳定均匀的光强分布(稳定的相干态)、动态振荡、丝状分布以及时空混沌. 而整个系统的位相,可由相位锁定到非均匀分布及涡旋. 在耦合角很小时,相干态解首先主导整个耦合激光系统,此时每一激光都是锁定在同一位相,整个系统就象一个大激光一样,并且总光强同  $N^2$  成正比. 然而,继续增加耦合角时,相干态解失稳,变为周期振荡如图 2(a)所示. 然后又演变成更加复杂的振荡行为[图 2(b)]及二个明显的丝状振荡结构图 2(c). 当耦合角增加到  $\theta = \pi/2.3$ , 整个系统表现出时空的不稳定如图 2(d)所示,以及之后的三个明显的丝状振荡结构[图 2(e)]. 当  $\theta \rightarrow \pi/2$ , 整个系统最后演变成为时间-空间的混沌状态,即湍流现象如图 2f 所示. 同时,系统的位相分布也取决于耦合角. 当耦合角很小时,整个系统处于位相锁定的状态. 随着耦合角度的增加,整个系统首先是分解出几个子系统,而位相的锁定实现于每个子系统中. 之后,由于这种相位锁定的子系统也不存在,使之整个系统的远场光强分布变得复杂而不稳定. 这一点的确证实我们上面所得的结论,即波导式耦的本征型不稳定性.

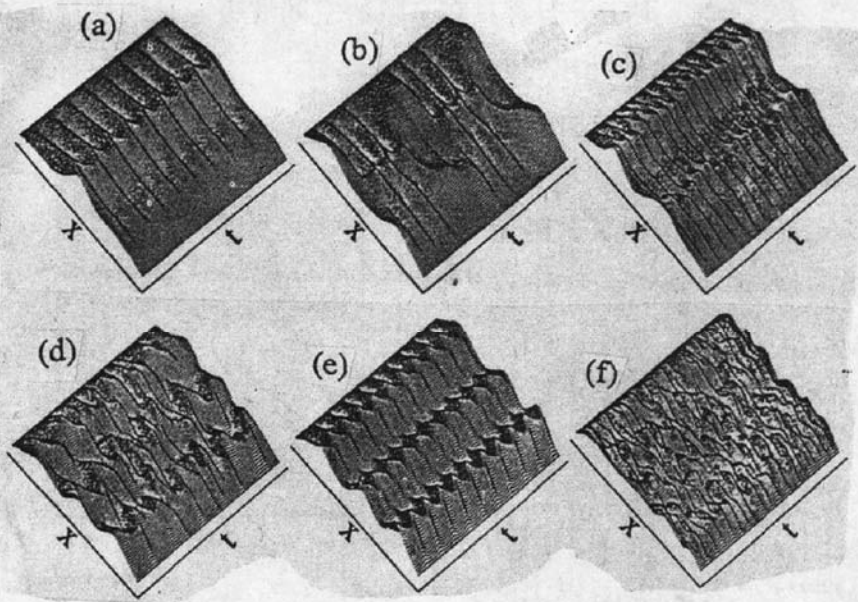


Fig. 2 By tuning the phase of coupling, a set of time series plots of 20 ps duration are shown, where each has been taken after transient effects have died out. The phase of coupling is (a).  $\pi/4.0$ , (b).  $\pi/3.0$ , (c).  $\pi/2.4$ , (d).  $\pi/2.3$ , (e).  $\pi/2.2$ , and (f).  $\pi/2.1$ , respectively. The other parameters are  $\zeta = 0.1$ ,  $pump = 0.3$ ,  $\alpha = 5.0$  and  $L = \pi$

#### 5 耦合激光系统中的空间孤子行为

实际上,如果把耦合系数重新定义为:

$$\zeta e^{i\theta} = k_1 + ik_2 \quad (12)$$

则,方程(4)可以被重新写为:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + |\psi|^2 \psi = i \frac{p - |\psi|^2}{\alpha} \psi + i \in \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (13)$$

其中  $\beta = 1$ ,  $\tau \rightarrow \tau\alpha$ ,  $x \rightarrow \sqrt{\alpha/2k_1}x$ ,  $\zeta = k/2k_2$ . 使明显是 NLS 的一般形式, 并且耦合是起到类似色散的作用, 而由  $\alpha$  因子引起的非线性项起到类似自聚焦作用. 同时, 耦合系统还存在另外一对互相制约的因素, 即泵浦与非线性饱和效应及实耦合系数引起的项. 按照惯例, 孤子的能量定义为:

$$E = \int |\psi|^2 dx \quad (14)$$

则利用能量守恒定律, 有

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{2p}{\alpha} E - \frac{2}{\alpha} \int |\psi|^4 dx - 2 \in \int \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 dx \quad (15)$$

如果假定孤子具有下列形式,

$$\psi = \beta e^{i \frac{p}{2} \tau} \operatorname{sech}(\beta x), \quad (16)$$

则

$$\frac{d\beta}{d\tau} = \frac{2}{\alpha} \beta \left[ p - \frac{2}{3} (1 + \in) \beta^2 \right] \quad (17)$$

式中  $\beta$  为时间  $\tau$  的函数. 可见, 通过调整耦合系统的泵浦功率, 介质材料及耦合方式等, 光束的宽度可以被压缩, 扩宽或分解成多个孤子等现象, 如图 3 所示. 同时, 值得一提的是, 方程(13)不但可用来描写耦合激光系统, 而且也可以用来描写光束耦合的被动元件中的非线性波传播的过程. 其典型例子是一束相互耦合的光纤或波导器件.

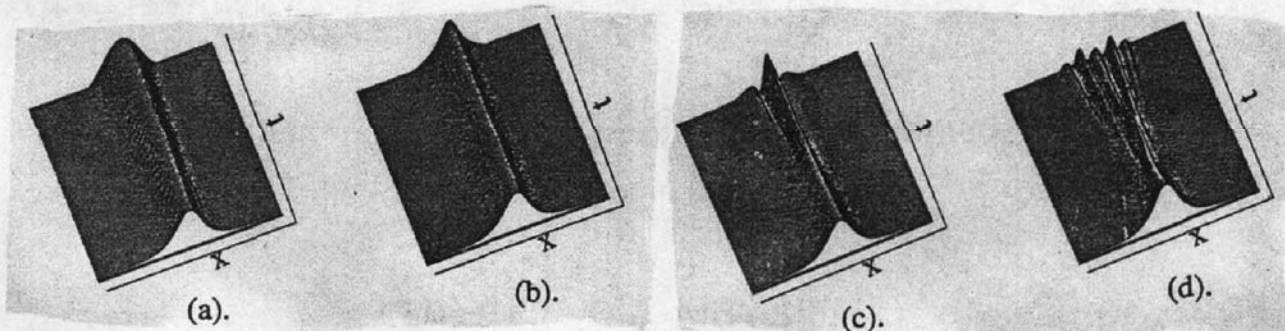


Fig. 3 A set of the first 3 ps evolutions after injected a light beam with amplitude distribution as  $\psi_0 = N \operatorname{sech}(x)$ , where (a)  $N = 0.1$ , (b)  $N = 0.5$ , (c)  $N = 1.0$ , and (d)  $N = 2.0$ . The other parameters are  $\in = 0.0$ ,  $\text{pump} = 0.3$ ,  $\alpha = 5.0$  and  $L = 5\pi$

## 6 结束语

本文介绍了耦合激光阵列的连续模型, 利用局部稳定性分析的方法对相干态的稳定性进行了讨论. 并数字模拟耦合激光系统的复杂时空行为, 表明耦合激光系统是另一典型“光学流体”. 进一步阐明了波导式耦合的不稳定性机理. 对耦合系统中的非线性波现象及其应用进行了初步的讨论.

## 参 考 文 献

- [1] Z. Jiang, M. McCall, Numerical simulation of coupled laser system consisting of a large number of elements. *J. O. S. A. (B)*, (accepted)
- [2] M. S. Zediker, D. J. Krebs, J. L. Levy *et al.*, Two-dimensional laser array technology comparison; 'stack-and-rack' vs. monolithic. *Proc. SPIE*, 1988, **893**; *High Power Laser Diodes and Applications*, 21~24
- [3] R. E. Elliott, R. K. Defreez, T. L. Paoli *et al.*, *IEEE J. Quant Electron.*, 1985, **QE-21**(6):598~602
- [4] R. K. Defreez, D. J. Bossert, N. Yu, J. M. Hunt *et al.*, *Photon. Tech. Letter*, 1989, **1**:209~211
- [5] J. K. Butler, D. E. Ackley, D. Botez, Coupled-mode analysis of phase-locked injection laser arrays. *Appl. Phys. Lett.*, 1984, **44**(3):293~295
- [6] E. Kapon, J. Katz, A. Yariv, Supermode analysis of phase-locked arrays of semiconductor lasers. *Optics Letters*, 1984, **10**(4):125~127
- [7] P. K. Jakobsen, R. A. Indik, J. V. Moloney *et al.*, Diode-laser array modes; discrete and continuous models and their stability. *J. O. S. A (B)*, 1991, **8**:1674~80
- [8] K. Otsuka, Self-induced phase turbulence and chaotic itinerancy in coupled laser systems. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**:329~332
- [9] L. Rahman, H. G. Winful, Synchronization of chaotic orbits in semiconductor laser arrays. *OSA Proceedings on Nonlinear Dynamics in Optical System*, N. B. Abraham, E. M. Garmire, P. Mandel, eds. Washington, DC: Optical Society of America. 1991, **7**:110~113
- [10] A. A. Golubentsev, V. V. Likhanskii, A. P. Napartovich, Phase-locking of a two-dimensional laser array with random detuning of eigenfrequencies. *Proc. SPIE*, 1990, **1219**; *Laser-Diode Technology and Applications II*, 220~226
- [11] Z. Jiang, M. McCall, Coupled laser systems and The Complex Landau-Ginzburg equation. in *International Conference on Quantum Electronics Technical Digest Series*, 1992, **9**:342
- [12] Z. Jiang, M. McCall, Theoretical study of coupled laser systems. *Journal of Modern Optics*, 1992, **39**:159~172
- [13] O. Hirota, Y. Suematus, Noise Properties of injection lasers due to reflected wave. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1979, **QE-15**(3):142~149
- [14] G. P. Agrawal, N. K. Dutta, *Long-wavelength semiconductor lasers*. New York: Van Nostrand Reinhold Co. 1986

## Continuum model of coupled laser array and its spatio-temporal behaviour

JIANG Zhiping      Martin McCall

(Physics Department, Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BZ)

(Received 1992; revised 1992)

### Abstract

Under a continuum approximation we derive a complex Ginzburg-Landau equation to describe the the fast-time dynamics of a set of locally coupled lasers. Its spatio-temporal behaviour has been studied analytically and numerically. Spatial soliton solutions have been derived.

**Key words** laser arrays, spatio-temporal dynamics, Ginzburg-Landau equation.