

光子加速器的理论研究

余 玮 马锦秀 徐至展 盛政明

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

提 要

研究了光子加速器(即利用等离子体中的朗缪尔波实现光脉冲频率上转换)所涉及的基本物理问题. 文中导出了在存在朗缪尔波的情况下, 光脉冲频率对于等离子体本底密度及电子密度扰动的依赖关系, 并就最大频率转换、光脉冲俘获、波的加速位相(accelerating phase)以及位相滑动(phase slippage)效应进行讨论.

关键词 光子加速器, 朗缪尔波, 频率上转换.

1 引 言

自70年代末开始, 对于利用等离子体中的朗缪尔(Langmuir)波加速电子的可能性已作了充分的研究. 等离子体电子加速器主要有拍频波加速器和尾波场加速器两种, 它们用不同的方式在等离子体中生成相速度为 v 的大振幅朗缪尔波. 沿朗缪尔波传播方向注入的速度与 v 相近的电子将被朗缪尔波所“俘获”(trap), 其中处于加速位相的电子将在朗缪尔波的强电场的作用下得到明显的加速, 直到被加速后的电子不再与波保持同步. Wilks 等人^[1]在电子加速器的基础上进一步提出: 一个脉宽远小于 $\lambda_L/2$ (λ_L 为朗缪尔波波长)的光脉冲以适当的位相进入朗缪尔波, 其频率将发生上转换. 由于频率正比于光子能量, 这一设想被称为光子加速器. 目前, 光子加速器已迅速发展为激光-等离子体相互作用研究的一个重要分支.^[1,3~5]

本文对涉及光子加速器的基本物理问题作进一步探讨.

2 理论推导

考虑在本底密度为 n_0 的均匀等离子体中, 存在密度振幅为 n_1 的朗缪尔波, 相应的等离子体频率可表示为^[1]

$$\left. \begin{aligned} \omega_p^2(x, t) &= 4\pi e^2 n(x, t) / m = \omega_{p0}^2 \{1 + \epsilon \sin[k_L(x - v_p t)]\}, \\ v_p &= \omega_L / k_L, \quad \epsilon = n_1 / n_0, \quad \omega_{p0} = 4\pi c^2 n_0 / m, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 n 为电子密度, v_p 为朗缪尔波的相速度, ω_L, k_L 为其频率与波数. 下标 0 表示有关物理量在 $n = n_0$ 时的值. 为了使问题简化, 引入与朗缪尔波同步运动(即以相速度 v_p 运动)的坐标系, 用上标 ' 代表波坐标系中的物理量. 在该坐标系中, 等离子体频率^[1]

$$\omega_p^2(x') = \omega_{p0}^2 [1 + \epsilon \sin(k_L' x')]. \quad (2)$$

仅随空间变化而与时间 t' 无关. 在这种情况下, 入射等离子体的光脉冲频率和色散关系将保

持不变,^[1,3]由于色散关系在各种坐标系中形式不变,故得到:

$$\omega' = \omega_0, \quad -k'^2 c^2 + \omega'^2 = \omega_p^2, \quad (3)$$

其中 ω_0 可视作频率-波数矢的模. 由(3)式解得波坐标系中光脉冲的波数与群速度分别为

$$\left. \begin{aligned} k' &= \pm k_0 \sqrt{1 - \alpha \sin(k_L x')} \\ \alpha &\in (c^2/v_p'^2 - 1), \quad v_p' = (v_{p0} - v_p)/(1 - v_{p0}v_p/c^2), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

在脉宽远小于 1/2 波波长的前题下,光脉冲的位置坐标 x_m 可由方程

$$\frac{dx_m}{dt'} = \pm v_p' \sqrt{1 - \alpha \sin(k_L x_m)} \quad (5)$$

解出. 用洛仑兹变换将(3)式变换到实验室坐标系,得到

$$\omega - v_p k = \omega_0 - v_p k_0, \quad -k^2 c^2 + \omega^2 = \omega_p^2 \quad (6)$$

不难证明,若将波视为以 v_p 推进的分层介质,则(6)式可直接由运动边界的位相匹配条件^[6]导出. 事实上, Wilks 等^[1]在计算 $\delta\omega/\delta x$ 时就已间接地应用了这一关系式. 值得注意的是,由(6)式组成的方程组可直接得到光脉冲的频率. 考虑到当 $\omega_p = \omega_{p0}$ 时, $\omega = \omega_0$, 由(6)式解得

$$\left. \begin{aligned} \omega/\omega_0 &= \left\{ \begin{aligned} \gamma^2 [1 - V_p V_{p0} - V_p \sqrt{(V_p - V_{p0})^2 - \Delta(\omega_p^2)/\omega_0^2 \gamma^2}] & (\omega_p^2/\omega_0^2 \geq \gamma^{-2}), \\ \gamma^2 [1 - V_p V_{p0} + V_p \sqrt{(V_p - V_{p0})^2 - \Delta(\omega_p^2)/\omega_0^2 \gamma^2}] & (\omega_p^2/\omega_0^2 < \gamma^{-2}) \end{aligned} \right\} \\ \gamma &= (1 - V_p^2)^{-1/2}. \quad V_p = v_p/c. \quad V_{p0} = v_{p0}/c = (1 - \omega_{p0}^2/(1 - \omega_{p0}^2/\omega_0^2))^{1/2}. \quad \Delta(\omega_p^2) = \omega_p^2 - \omega_{p0}^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由(6)式还可求得实验室坐标系中的光脉冲群速度为

$$V_g = ck/\omega = [1 - (\omega_0/\omega)(1 - V_p V_{p0})]/V_p \quad (8)$$

3 讨 论

在朗谬尔波相速度 V_p 及相对振幅 ϵ 给定的条件下,光脉冲的频率取决于 ω_p^2/ω_0^2 和 $\Delta(\omega_p^2)/\omega_0^2$. 前者正比于等离子体本底密度 n_0 , 后者正比于电子密度扰动 $\Delta n/n_0$. 在实验中可改变这两个参量以获得连续可调的频率转换. 图 1 显示了 $V_p = 0.98$, $\epsilon = 0.2$ 时,光脉冲频率 ω/ω_0 对于 ω_p^2/ω_0^2 的依赖,图中实验及虚线分别描述 $\Delta(\omega_p^2)/\omega_0^2 = \pm \epsilon$, 即光脉冲行经朗谬尔波波峰与谷底时的频率. 图中的 a、b 两点分别代表:

$$\omega_p^2/\omega_0^2 = \gamma^2(1 + 2\epsilon - \epsilon/\gamma^2 \mp 2V_p \sqrt{\epsilon^2 + \epsilon}/(\gamma^2 + \epsilon))^2. \quad (9)$$

图 2 显示了 $V_p = 0.98$, $\epsilon = 0.2$ 时,光脉冲频率 ω/ω_0 对于 $\Delta(\omega_p^2)/\omega_0^2$ 的依赖关系,图中曲线对应于 $\omega_p^2/\omega_0^2 = 0.01, 0.05$ 及 0.1 , 针对这三种情况. 图 3 画出了光脉冲相对于朗谬尔波的位置变化. 这是在坐标系中根据(5)式计算得到的,相应的等离子体频率由(2)式给出. 光脉冲的频率取决于其行经处的等离子体电子密度. 最大频率转换(包括上移及下移)出现在光脉冲行经朗谬尔波波峰与谷底时,如图 1 中的实线与虚线所示. 图 1 的区间 I ($\omega_p^2/\omega_0^2 \leq a$) 光脉冲超前于朗谬尔波,在区间 III ($\omega_p^2/\omega_0^2 \geq b$) 滞后于朗谬尔波. 在光脉冲相对于朗谬尔波运行的过程中,其频率在图 1 虚、实线给出的上下限之间作周期性变化.(参见图 2、3)值得注意的是图 1 中的实线在区间 II ($a < \omega_p^2/\omega_0^2 < b$) 出现断裂,这表明在该区间光脉冲不可能逾越波峰,它将被限制在

$$\omega_p^2 \leq \omega_{p0}^2 [1 + \gamma^2 (V_p - V_{p0})^2 / (1 - V_{p0}^2)] \quad (10)$$

的朗谬尔波波谷来回振荡,其频率相应地作周期性变化.(参见图 2、3)当被俘获的光脉冲被朗谬尔波反射时,其频率为

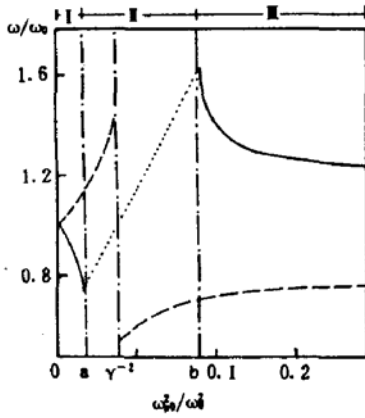


Fig. 1 The dependence of the frequency of radiation pulse on $\omega_{p0}^2/\omega_0^2(\alpha n_0)$, where $V_p = 0.98$, $\epsilon = 0.2$, — $\Delta(\omega_p^2)/\omega_p^2 = \epsilon$, --- $\Delta(\omega_p^2)/\omega_p^2 = -\epsilon$, $\Delta(\omega_p^2)/\omega_p^2 = \gamma^2((V_p - V_{p0})^2/(1 - V_{p0}^2))$

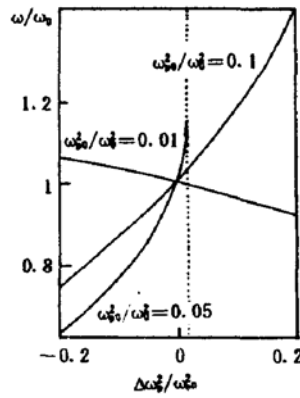


Fig. 2 The dependence of the frequency of radiation pulse on $\Delta(\omega_p^2)/\omega_p^2(\alpha \Delta n/n_0)$, where $V_p = 0.98$, $\epsilon = 0.2$, $\omega_{p0}^2/\omega_0^2 = 0.01$, 0.05 and 0.1 .

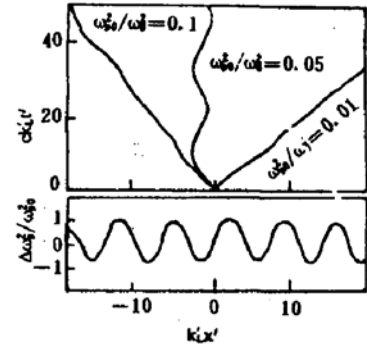


Fig. 3 propagation of radiation pulse with respect to langmuir wave, where $V_p = 0.98$, $\epsilon = 0.2$, $\omega_{p0}^2/\omega_0^2 = 0.01$, 0.05 and 0.1

$$\omega/\omega_0 = \gamma^2[1 - V_p \sqrt{1 - \omega_{p0}^2/\omega_0^2}] \tag{11}$$

如图 1 中虚点线所示. 该点线与虚线一起给出了区间 II 内光频振荡的上下限. 这种“光脉冲俘获”现象与等离子体电子加速器中的“电子俘获”相类似. 我们知道, “电子俘获”对于电子加速最为有利. 对于光子加速, 图 1 显示了两个最有利的区域: 一个位于 $\omega_{p0}^2/\omega_0^2 < \gamma^{-2}$, 相应的最高频率可达

$$\omega/\omega_0 = 1 + V_p \sqrt{\epsilon} \tag{12}$$

另一个位于区间 II, III 交界的 $\omega_{p0}^2/\omega_0^2 \approx b$ 处, 其最高频率为

$$\omega/\omega_0 = (1 + \epsilon + V_p \sqrt{\epsilon^2 + \epsilon})/(1 + \epsilon/\gamma^2) \tag{13}$$

第二个峰明显高于前者. 由(7)式可以证明, 若 $\omega_{p0}^2/\omega_0^2 > \gamma^{-2}$, 光脉冲行经处的 $\omega_p > \omega_{p0}$ (即 $n > n_0$) 时其频率上移; 若 $(\omega_{p0}^2/\omega_0^2) < \gamma^{-2}$. 光脉冲行经处的 $\omega_p < \omega_{p0}$ (即 $n < n_0$) 时其频率上移 (参见图 1, 2). 因此, 光子加速器的加速位相是由朗缪尔波的电子密度梯度决定的^[2,3], 而在等离子体电子加速器中, 带电粒子的加速取决于使它感受到正向电场力, 其加速位相是由朗缪尔波的电场梯度决定^[2]. 由(8)式可知, 不论 ω_{p0}^2/ω_0^2 为何值, 光脉冲的群速度都将随其频率上移而单调上升. 故所谓光子加速. 不仅意味着光脉冲中光子能量的增长, 光脉冲的传播也将同步加速. 这就导致光脉冲相对于朗缪尔波的位相滑动, 出现文献[1]所指出的“位相滑动效应”. 该效应限制了光子的能量的增长.

参 考 文 献

[1] S. C. Wilks, J. M. Dawson, W. B. Mori et al., Photon accelerator. *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **62**(32): 2600~2603

- [2] T. Tajima, J. M. Dawson, Laser electron accelerator. *Phys. Rev. Lett.*, 1979, **43**(4):267~271
- [3] E. Esarey, A. Ting, P. Sprangle, Frequency shift induced in laser pulses by plasma wave. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **42A**(6):3526~3531
- [4] V. A. Mironov, A. M. Sergeev, E. V. Vanin *et al.*, Localized nonlinear wave structures in the nonlinear photon accelerator. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **42A**(6):4862~4866
- [5] A. D. Purkayastha, P. R. Babu, A. K. Dutta *et al.*, Analytical formulism of a photon accelerator. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **44A**(6):R3433~R3441
- [6] J. A. Kong, *Electromagnetic Wave Theory*. New York: John Wiley & Sons, 1986:606

A theoretical investigation on photon accelerator

YU Wei MA Jinxiu XU Zhizhan SHEN Zhenming

(*Shanghai Institute of Optics & Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 27 March 1992; revised 30 June 1992)

Abstract

The basic issues of photon accelerator scheme (frequency up-conversion of a radiation pulse by a langmuir wave) are studied. The dependence of pulse frequency on the background plasma density and electron-density perturbation, in the presence of a langmuir wave, is determined. The maximum frequency conversion, trapping of radiation pulse, accelerating phase of the langmuir wave, and phase slippage effect are discussed upon the calculation results.

Key words photon accelerator, langmuir wave, frequency up-conversion.