

# 阴极荧光光谱有效收集效率的计算与测量(I)\*

印建平 高伟建 黄孟才

(苏州大学物理系, 苏州 215006)

## 提 要

从点光源均匀发光模型出发, 重点导出了回转半椭球面镜的阴极荧光(Cathodoluminescence, 简称 CL)光谱有效收集效率  $\eta_{\text{eff}}$  的计算公式, 分析讨论了收集效率  $\eta_{\text{eff}}$  与椭球参数  $e$ 、收集角  $\Delta\phi$ 、出射角  $\Delta\varphi$  以及出射光束方位角  $\theta_N$  的关系, 给出了相应的理论计算和模拟实验结果. 研究表明, 理论计算与实验结果一致.

**关键词** 回转半椭球面镜, 点光源均匀发光模型, 光谱有效收集效率, 阴极荧光.

## 1 引 言

近年来, 随着电子显微术和微弱信号检测技术的不断发展与广泛应用, 扫描电镜(SEM)和电子探针(EPA)中的阴极荧光显微术及其光谱分析术已日益发展成为一种研究晶体缺陷、杂质成分、能带结构、发光中心以及各种能级复合发光动力学过程等的有效方法. 鉴于 CL 发光强度一般比较微弱, CL 信号的收集与传输效率已成为 CL 技术发展与应用的关键问题. 因此, 讨论有关 CL 收集系统光谱有效收集效率的计算, 收集效率与系统参数的关系等, 对于 CL 收集与传输系统的设计以及两者的孔径匹配和耦合设计等均有着重要的指导意义.

典型的 CL 收集系统有球面镜系统<sup>[1]</sup>, 光学透镜系统<sup>[2]</sup>, 抛物面镜系统<sup>[3]</sup>和椭球面镜系统<sup>[4]</sup>等装置型式. 其中椭球面镜收集系统因其光学系统简单, 光谱范围宽和收集效率高等优点, 已获得广泛应用. 作者曾计算了椭球面镜的 CL 光谱(一维全孔径)收集效率<sup>[5]</sup>, 该计算方法和结果仅适用于 CL 光谱积分成像系统, 而不能用于配置光谱仪器的 CL 单色成像和光谱分析系统. 本文在文献[5]的基础上, 推导了回转半椭球面镜在点光源均匀发光模型下光谱有效收集效率的计算公式, 报道了理论计算与实验结果. 文章首次解决了点光源均匀发光模型下椭球面镜 CL 光谱有效收集效率这一计算难题, 也为 CL 收集与传输系统的设计, 研制和安装调试提供了一些理论依据.

## 2 几个基本关系式

为讨论方便, 本文仅讨论对称收集[即  $\phi_1 = \frac{1}{2}(\pi - \Delta\phi)$ ,  $\phi_2 = \frac{1}{2}(\pi + \Delta\phi)$ ,  $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ ]和对称出射(即  $\theta_1 = \theta_N + \Delta\theta/2$ ,  $\theta_2 = \theta_N - \Delta\theta/2$ ,  $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ )的情形. 由几何光学方法可导

收稿日期: 1992年1月27日; 收到修改稿日期: 1992年6月18日

\* 本课题曾获国家自然科学基金资助.

出:

### 2.1 CL 发射光线与出射光线方位角的关系式

$$\cos\phi = \frac{2e - (1 + e^2)\cos\theta}{(1 + e^2) - 2e\cos\theta}, \quad \text{或} \quad \cos\theta = \frac{2e - (1 + e^2)\cos\phi}{(1 + e^2) - 2e\cos\phi}, \quad (1)$$

式中  $\phi$  和  $\theta$  分别为 CL 发射光线和出射光线与  $x$  轴正向的夹角(见图 1),  $e$  为椭球面镜的椭圆率 ( $e = c/a$ ,  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ );

### 2.2 CL 收集角 $\Delta\phi$ 与出射角 $\Delta\theta$ 的关系式

$$\Delta\phi = \cos^{-1} \frac{4e^2 - 4e(1 + e^2)\cos\theta_N \cos \frac{\Delta\theta}{2} + 2e^2 \cos 2\theta_N + (1 + e^4)\cos\Delta\theta}{(1 + e^2)^2 - 4e(1 + e^2)\cos\theta_N \cos \frac{\Delta\theta}{2} + 2e^2(\cos 2\theta_N + \cos\Delta\theta)}, \quad (2)$$

$$\text{或} \quad \Delta\theta = \cos^{-1} \frac{2e^2 + (1 + e^4)\cos\Delta\phi}{(1 + e^2)^2 - 2e(1 - \cos\Delta\phi)}. \quad (3)$$

式中  $\theta_N$  为出射光束方位角, 定义为出射光束角平分线与  $x$  轴正向的夹角;

### 2.3 出射光束方位角 $\theta_N$ 的计算公式

$$\theta_N = (\theta_1 + \theta_2)/2 = (\frac{1}{2})\cos^{-1} \frac{2e^2(1 + \cos\Delta\phi) - (1 - e^2)^2}{(1 + e^2)^2 - 2e^2(1 - \cos\Delta\phi)} \quad (4)$$

计算  $\theta_N$  对于 CL 光纤传输系统的设计安装是十分重要的. 上述角度  $\phi_1, \phi_2, \Delta\phi; \theta_1, \theta_2, \Delta\theta$  和  $\theta_N$  的几何意义如图 1 所示. 图中  $F_1(-c, 0)$  和  $F_2(c, 0)$  为椭球的一对共轭焦点. 其中  $F_1$  为入射电子束对样品的轰击点, 也即为产生 CL 的点光源;  $F_2$  为 CL 收集聚焦点, 也即, CL 传输系统的物点; 而  $P(-c, b\sqrt{1 - e^2})$  为通过焦点  $F_1$  平行于  $y$  轴的入射电子束与椭球面的交点, 也即椭球面镜上的小孔位置坐标.

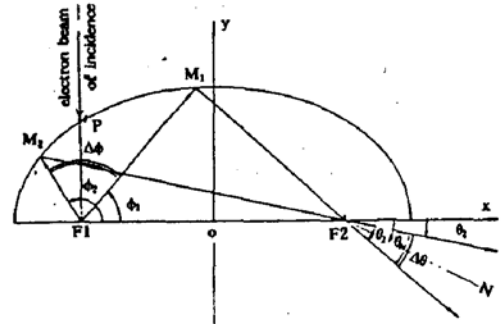


Fig. 1 The rotational semi-ellipsoid and coordinate system

## 3 效率 $\eta_k^{(eff)}$ 的计算公式

在扫描电镜(SEM)和电子探针(EPA)中, 由于入射电子束与固体样品相互作用产生阴极荧光的分辨率约为  $\mu\text{m}$  量级<sup>[6]</sup>. 因此, 在 CL 点分析模式下, 当忽略了样品的倾斜效应, 吸收效应以及样品表面对 CL 光线的反射和折射效应(也即对于粗糙样品表面)时, 可以把 CL 发光问题近似看作点光源均匀发光来处理, 即

$$I = \frac{d\phi}{d\Omega} = I_0 = \text{const.} \quad (5)$$

式中  $I$  和  $I_0$  分别为发光强度和发光强度常数,  $\phi$  为光通量,  $\Omega$  为空间立体角. 本文讨论的 CL 发光模型即为上述“点光源均匀发光模型”, 仅适用于 SEM 作点分析和粗糙样品表面的 CL 发光情形. 对于光滑样品表面的 CL 发光, 由于光的反射和折射效应, 使得 CL 发光呈现出空间各向异性<sup>[7]</sup>, 因而效率的计算更为复杂, 作者把它作为 SEM 点分析下常见的第二类 CL 发光问题考虑. 限于篇幅关系, 将另文介绍.

### 3.1 CL 光谱有效收集效率 $\eta_k^{(eff)}$ 的定义

通常, 根据 CL 收集系统所收集的光谱范围可分为光谱收集效率和白光收集效率. 同样按

照 CL 收集系统所收集的空间范围可分为全孔径(或一维全孔径)收集效率与有效(孔径)收集效率. 有效收集效率与 CL 收集系统的有效物方孔径角有关. 对于一个实际的 CL 单色成像和光谱分析系统, 总存在着一个有效的入射孔径角. 因此, 考虑到椭球面镜的光谱反射率  $R(\lambda)$  与波长有关, 本文仅讨论忽略像差(尤其是色差的影响)时的光谱有效收集效率. 其定义如下,

设波长为  $\lambda$  的入射光通量为  $\phi_{in}(\lambda)$ , 而波长为  $\lambda$  的处于有效出射孔径角内的出射光通量为  $\phi_{out}^{(eff)}(\lambda)$ , 则光谱有效收集效率为

$$\eta_{\lambda}^{(eff)} = \phi_{out}^{(eff)}(\lambda) / \phi_{in}(\lambda). \tag{6}$$

这里的有效孔径角为 CL 收集与传输系统满足孔径匹配条件时, CL 收集系统的出射孔径角, 用  $\Delta\theta^{(eff)}$  表示.

### 3.2 出射光束强度的空间分布函数

由于回转半椭球面镜关于  $x$  轴旋转对称, 在点光源均匀发光模型下, 输出光束强度的三维空间分布可简化为二维分布, 而当采用了以  $F_2$  为球心的球面坐标时, 又可化为一维分布问题. 这是因为在出射空间的 CL 等强度面是一系列以  $x$  轴为对称轴,  $F_2$  为顶点,  $\theta$  为锥角的同轴圆锥面(见图 2). 因此, 在图 2 的球面坐标系中, 球面上绕  $x$  轴转动的  $\phi$  弧度方向的 CL 强度不变, 出射光强度  $I$  仅为 CL 出射光线方位角  $\theta$  的函数, 用  $I_0$  表示.

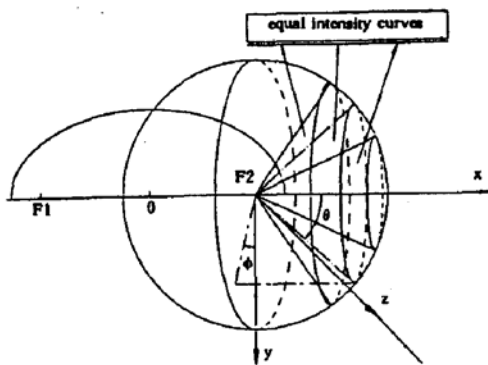


Fig. 2 The curved cluster of equal intensity under the uniform luminescence model of a point source

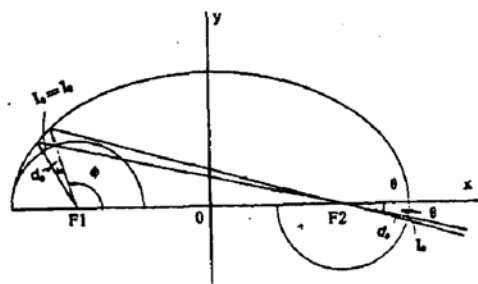


Fig. 3 The selection of differential element  $d\phi$  and  $d\theta$  of a angle

为计算  $I_0$ , 图 3 给出了二个相应的微分平面角  $d\phi$  和  $d\theta$ . 若以焦点  $F_1$  和  $F_2$  为圆心作二个单位圆(令  $R_1 = R_2 = 1$ ), 设单位圆周上的光束强度分别为  $I_*$  ( $I_* = I_0 = const.$ ) 和  $I_0$ , 椭球面镜的光谱反射率为  $R(\lambda)$ , 则由能量守恒定律得

$$I_* d\phi = R(\lambda) I_0 d\theta \tag{7}$$

由(1)式两边微分并整理得到

$$d\phi = \frac{1 - e^2}{(1 + e^2) - 2e\cos\theta} \cdot d\theta \tag{8}$$

将(8)式代入(7)式, 得到出射光束强度在图 2 所示球面坐标系中的分布函数

$$I_0 = \frac{1 - e^2}{(1 + e^2) - 2e\cos\theta} I_* R(\lambda) \tag{9}$$

### 3.3 $\eta_{\lambda}^{(eff)}$ 计算公式的推导

在图 4 所示球面上  $x' y' z'$  球坐标系中, 出射光束圆锥面与单位球面交线所在的平面方程为

$$x' = \cos \frac{\Delta\theta}{2} \quad (10)$$

将(10)式转换到 xyz 直角坐标系中经过运算得到

$$\phi = \cos^{-1} \frac{\cos(\Delta\theta/2) - \cos\theta\cos\theta_N}{\sin\theta \sin\theta_N} \quad (11)$$

鉴于出射光束强度在  $\phi$  方向是均匀的, 仅与出射光线方位角  $\theta$  有关, 则在单位球面上取图 4 所示的微分面元

$$ds = 2\phi \sin\theta d\theta \quad (12)$$

相应的有效光通量为

$$d\phi_{\text{eff}}(\lambda) = I_\theta ds = 2\phi I_\theta \sin\theta d\theta \quad (13)$$

由于  $\phi_n(\lambda) = 2\pi I_0$ , 则由(9)、(11)式和(13)式积分代入(6)式, 得到回转半椭球面镜 CL 光谱有效收集效率的计算公式为:

$$\eta_i^{\text{eff}} = \frac{1 - e^2}{\pi} R(\lambda) \int_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{\sin\theta}{(1 + e^2) - 2e\cos\theta} \cdot \cos^{-1} \frac{\cos\Delta\theta/2 - \cos\theta\cos\theta_N}{\sin\theta \sin\theta_N} d\theta \quad (14)$$

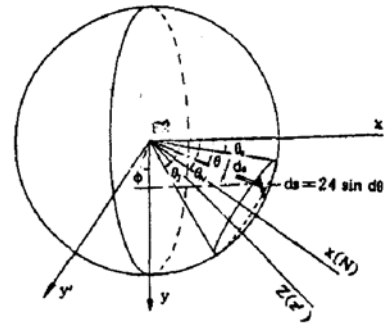


Fig. 4 The selection of differential element  $ds$  of a area in a spherical coordinate system

### 4 理论计算与实验结果

设  $e = 0.60, 0.75, 0.78, 0.90$  和  $\Delta\phi = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ , 则由(5)式计算得到  $\theta_N \sim \Delta\phi$  和  $\theta_N \sim e$  的关系曲线, 结果示于图 5(a), (b)中. 由图 5(a)看出,  $\theta_N$  随  $\Delta\phi$  增加而增大, 在  $\Delta\phi$  值较低的一端, 曲线接近线性; 图 5(b) 在  $e = 0.4$  附近,  $\theta_N$  取极大值, 且其极大值大小仅与  $\Delta\phi$  有关;

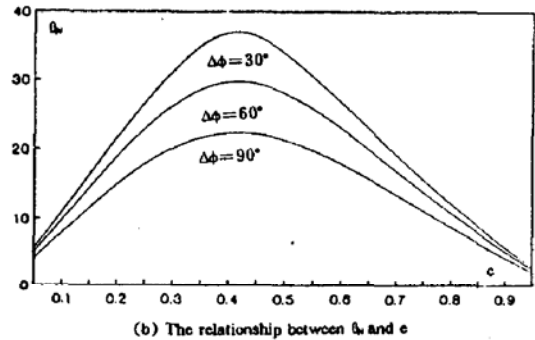
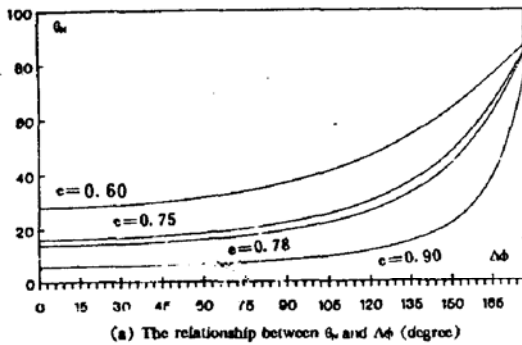


Fig. 5 The relationship between  $\theta_N$  and  $\Delta\phi, e$ , respectively

令  $e = 0.60, 0.75, 0.78$  和  $0.90, \theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  和  $60^\circ$ , 则由(10)式计算得到  $I_\theta/I_0 \sim \theta$  和  $I_\theta/I_0 \sim e$  关系曲线, 结果示于图 6(a), (b)中, 从图 6(a)可以看出, 出射光束的光通量几乎集中在一个很小的  $\theta$  角内, 而且  $e$  越大,  $\theta$  角越小, 当  $e = 0.90$  时, 几乎所有的光通量都集中于  $0 \leq \theta \leq 15^\circ$  的圆锥体内, 这有利于单光纤传输系统的孔径匹配与直接偶合. 图 6(b)表明, 当  $\theta$  角较小时,  $I_\theta/I_0$  随  $e$  的变化呈现出明显的极值问题, 其极大值的位置和大小随  $\theta$  的增大而减小, 且当  $\theta = 15^\circ$  时, 相对强度的极值位置为  $e \approx 0.78$ .

设  $\theta_2 = 0^\circ, \theta_N = \Delta\theta/2$ , 由(14)式计算得到有效光谱收集效率  $\eta_i^{\text{eff}}$  与  $\Delta\theta$  和  $e$  的关系, 结果

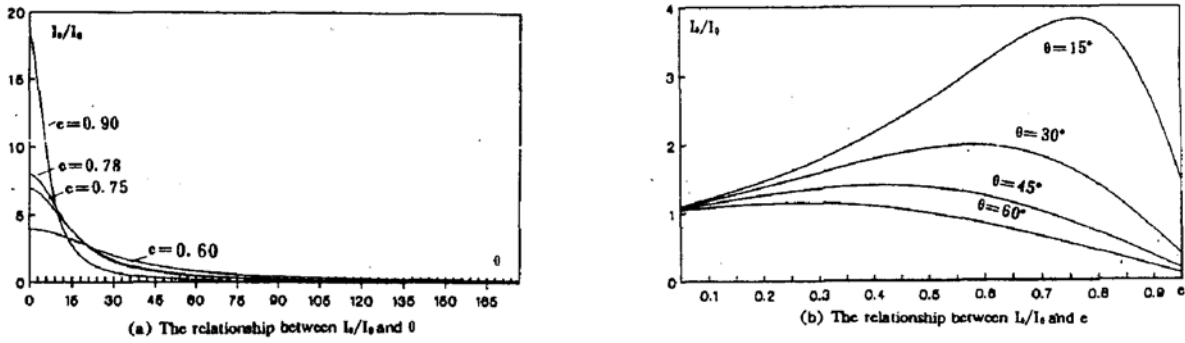


Fig. 6 The relationship between  $I_\theta/I_0$  and  $\theta, e$ , respectively

示于表 1. 令  $\Delta\theta = 60^\circ$ ,  $e = 0.60, 0.75, 0.78$  和  $0.90$ . 以及 (1)  $\theta_2 = 0^\circ, \theta_N = 30^\circ$ ; (2)  $\theta_2 = 15^\circ, \theta_N = 45^\circ$ ; (3)  $\theta_2 = 30^\circ, \theta_N = 60^\circ$ , 由 (14) 式分别计算得到  $\eta_\lambda^{(eff)} \sim \theta_N$  和  $\eta_\lambda^{(eff)} \sim e$  关系曲线, 见图 7(a) 和 (b). 在上述计算中, 假定  $\Delta\theta = 60^\circ, R(\lambda) = 92\%$ ;

Table 1 The calculation results of spectral effective collected-efficiency

$\Delta\theta \backslash e$	0.45	0.60	0.75	0.78	0.90
$15^\circ$	0.020	0.029	0.043	0.047	0.059
$30^\circ$	0.072	0.094	0.115	0.118	0.108
$45^\circ$	0.143	0.168	0.180	0.178	0.141
$60^\circ$	0.220	0.240	0.234	0.228	0.167
$75^\circ$	0.298	0.307	0.282	0.270	0.188
$90^\circ$	0.374	0.369	0.324	0.308	0.205
$105^\circ$	0.448	0.427	0.362	0.341	0.221
$120^\circ$	0.519	0.481	0.397	0.372	0.235

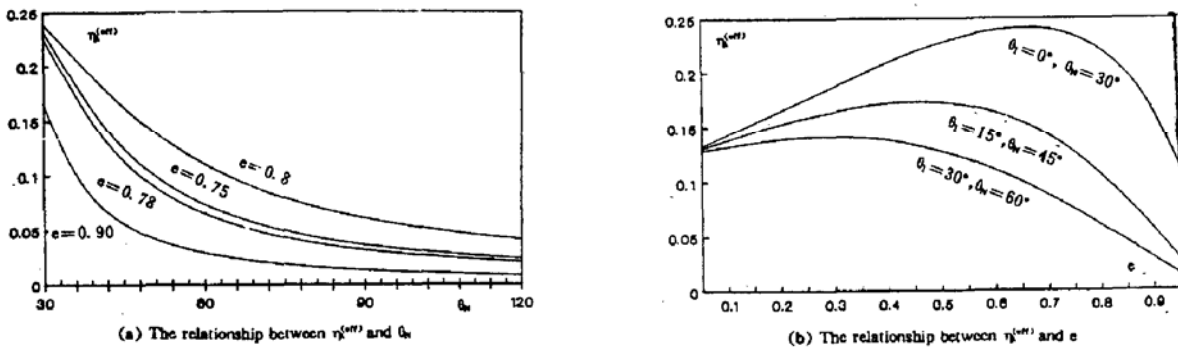


Fig. 7 The relationship between  $\eta_\lambda^{(eff)}$  and  $\theta_N, e$ , respectively

由表 1 和图 7 可知, (1) 当  $\Delta\theta = 60^\circ$ , 在  $e$  取  $0.60 \sim 0.80$  很宽的范围,  $\eta_\lambda^{(eff)} \geq 23\%$ ; (2) 当  $e$  一定时,  $\eta_\lambda^{(eff)}$  随  $\theta_N$  单调下降. 且当  $e = 0.78, \theta_N = \Delta\theta/2 = 30^\circ$  时,  $\eta_\lambda^{(eff)} = 22.8\%$ ; (3)  $\Delta\theta$  一定时,  $\eta_\lambda^{(eff)}$  随  $e$  的变化呈现极值问题, 尤其当  $\theta_2 = 0^\circ, \theta_N = \Delta\theta/2 = 30^\circ$  时, 取  $e = 0.5 \sim 0.8$ , 对于提高光谱有效收集效率是有利的. 根据上述计算和分析, 本文设计的椭球面镜参数为  $a = 32$

mm,  $b = 20$  mm ( $e = 0.78$ ), CL 光纤束传输系统的入射孔径角(相当于直接耦合时的椭球面镜有效出射孔径角) $\Delta\theta^{(eff)}$  约为  $60^\circ$ . 模拟实验采用 He-Ne 激光器( $\lambda = 632.8$  nm) 作为测试光源, 测得椭球面镜的光谱反射率  $R(\lambda)$  和有效收集效率  $\eta_i^{(eff)}$  分别为 91.8% 和 22.1% (在  $\theta_N = 30^\circ$  方向上, 收集角  $\Delta\theta = 60^\circ$ ), 与理论值(22.8%) 基本一致.

### 参 考 文 献

- [1] Shimadzu, Corporation, *Electron Probe Microanalyzer, EPMA-8705*. Shimadzu Corporation Printed Japan, 1987; 34~35
- [2] Y. Enomoto, K. Yamanaka, K. Saito, Some application of the cathodoluminescence mode in a scanning electron microscope for studying the wear behaviour of ceramics. *Wear*, 1986, 110; 239~250
- [3] E. F. Bond, D. Beresford, G. H. Haggis, Improved cathodoluminescence microscope. *I. Microsc.* 1973, 100(3): 271~282
- [4] E. M. Horl, E. mugschl, Scanning electron microscopy of metals using light emission. In: *Electron Microscopy, Proc. of 5th European Congress of Electron Microscopy*, Manchester, 1972; 502~503
- [5] 印建平, 高建伟, SEM 中阴极荧光收集系统的设计与效率计算. 电子显微学报, (待发表);
- [6] L. Reimer, *Scanning Electron Microscopy Berlin*, Heidelberg, New York. Tokyo; Springer-Verlag. 1985; 296~298

## Calculation and measurement on the CL spectral effective collected-efficiency of rotational semi-ellipsoid mirror

YIN Jianping    GAO Weijian    HUANG Mengcai

(Department of Physics, Suzhou University, 215006)

(Received 27 January 1992; revised 18 June 1992)

### Abstract

In this paper, the calculation formulas on the CL spectral effective collected-efficiency of rotational semi-ellipsoid mirror are derived under the uniform luminescence model of a point source, and the relationship between its collected efficiency and ellipsoid parameter, CL collected angle, exit angle, azimuth angle of the exit-beam, etc are analysed. The theoretical calculation and experimental results are given and they are in good agreement conclusions.

**Key words** rotational semi-ellipsoid mirror, cathodoluminescence, spectral effective collected-efficiency, the uniform luminescence model of a point source