

# 布喇格条件下二步补偿像差

吴建宏 陈林森

(苏州大学激光研究室, 苏州 215006)

## 提 要

提出了一种二步记录的全息像差补偿方法, 它用短波长(540 nm 以下)制作, 而在长波长(红光或红外光)再现时具有较高的衍射效率和较小的像差, 且能适用于任意给定的使用条件, 最后给出了计算结果和理论结果.

**关键词** 全息光学元件, 消像差, 布喇格条件.

## 1 引 言

全息光学元件(HOE)在红光或近红外波段的应用越来越受到重视. 特别是 HOE 作为光耦合和光互联元件更具有其独特的优点<sup>[1-4]</sup>. 由于高衍射效率高信噪比的记录材料(如重铬酸明胶)的感光区在蓝绿光(0.54  $\mu\text{m}$  以下), 用于红光或红外光的 HOE 应在较短的波长下制作. 在长波长区应用的 HOE 存在两个问题: 1) 全息像差较大; 2) 使用条件与布喇格条件不一致, 从而导致衍射效率下降. 为解决第一个问题, 通常采用像差补偿光路, 补偿元件可用计算全息或光学方法制成<sup>[5,6]</sup>. 对第二个问题在许多消像差设计中未予考虑<sup>[4-7]</sup>. 对于透射类全息元件, 无论采用何种记录介质, 只有在布喇格条件下再现才具有最高衍射效率. 因此在 HOE 的设计及制作中, 除应采用高衍射效率高信噪比的记录材料外, 还应使使用条件与布喇格条件一致. 文献[8]、[9]也考虑到了这一问题. 但文献[8]仅考虑了傅里叶变换 HOE 的布喇格条件, 并需要在使用波长下重新记录 HOE. 文献[9]的设计方法仅适用于倾斜平行入射、衍射点在轴上的情况, 并且制作步骤繁琐, 一块 HOE 需四步记录才能完成. 由于光互联或光耦合中应用较广的半导体激光器发散角较大, 准直 HOE 在这一领域的应用受到了一定限制.

本文提出了一种二步记录的像差补偿方案. 这一方案能适用于任意使用条件下的 HOE 的设计. 并且考虑到了布喇格条件与消像差条件同时被满足的需求.

## 2 光路设计原理

### 2.1 布喇格条件

对于体全息, 当再现光入射角  $\theta_{e1}$  满足布喇格条件<sup>[10]</sup>.

$$\theta_{e1} + \theta_{i1} = \theta_{o1} + \theta_{r1} \quad (1)$$

时,具有最高衍射效率,这里  $\theta_{o1}$  和  $\theta_{r1}$  为记录体全息时物光与参考光的入射角,  $\theta_{i1}$  为衍射角,且  $\theta_{q1}$  ( $q = o, r, c, i$ ) 均为记录介质中的量. 考虑到衍射方程

$$\sin\theta_{i1} - \sin\theta_{c1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} (\sin\theta_{o1} - \sin\theta_{r1}). \quad (2)$$

可得

$$\theta_{c1} = \frac{\theta_{o1} + \theta_{r1}}{2} - \arcsin\left(u \sin \frac{\theta_{o1} - \theta_{r1}}{2}\right), \quad (3)$$

$$\theta_{i1} = \frac{\theta_{o1} + \theta_{r1}}{2} + \arcsin\left(u \sin \frac{\theta_{o1} - \theta_{r1}}{2}\right), \quad (4)$$

式中  $\lambda_1$  为记录光波长,  $\lambda_2$  为再现光波长.  $u = \lambda_2/\lambda_1$ . (3)、(4)式表示布喇格入射角与记录参数的关系.

## 2.2 消三级像差设计

在 HOE 的应用中,使用条件往往是确定的. 即再现光距 HOE 中心的距离  $R_c$  和入射角  $\theta_c$ ; 衍射像点距 HOE 中心的距离  $R_i$  和衍射角  $\theta_i$  均已给定. 为使中心光线满足布喇格条件,由(3)、(4)式,记录光入射角应满足

$$\theta_{o1} = \frac{\theta_{i1} + \theta_{c1}}{2} + \arcsin\left(\frac{1}{u} \sin \frac{\theta_{i1} - \theta_{c1}}{2}\right), \quad (5)$$

$$\theta_{r1} = \frac{\theta_{i1} + \theta_{c1}}{2} - \arcsin\left(\frac{1}{u} \sin \frac{\theta_{i1} - \theta_{c1}}{2}\right), \quad (6)$$

介质中与空气中的角度关系满足

$$\sin\theta_q = n \sin\theta_{q1}, \quad (7)$$

(7)式中  $n$  为介质折射率,  $q = o, r, i, c$ . 记录时物光与参考光距 HOE 中心的距离  $R_o$  和  $R_r$  应满足成像条件

$$\frac{1}{R_o} - \frac{1}{R_r} = \frac{1}{u} \left( \frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_c} \right) \quad (8)$$

由(5)~(8)式看出,使用条件基本上决定了记录参数,也决定了像差.

HOE 的三级像差:  $S$ (球差),  $C$ (彗差) 和  $A$ (像散) 分别为<sup>[11]</sup>

$$S = \frac{1}{R_o^3} - \frac{1}{R_r^3} + u \left( \frac{1}{R_o^3} - \frac{1}{R_r^3} \right), \quad (9)$$

$$C = \frac{\sin\theta_c}{R_c^2} - \frac{\sin\theta_i}{R_i^2} + u \left( \frac{\sin\theta_o}{R_o^2} - \frac{\sin\theta_r}{R_r^2} \right), \quad (10)$$

$$A = \frac{\sin^2\theta_c}{R_c} - \frac{\sin^2\theta_i}{R_i} + u \left( \frac{\sin^2\theta_o}{R_o} - \frac{\sin^2\theta_r}{R_r} \right), \quad (11)$$

这一像差拟用二步记录进行补偿. 先以  $\lambda_1$  为记录波长记录全息图  $H'$ . 再在  $\lambda_1$  下偏离记录条件再现  $H'$ , 使  $H'$  的衍射光具有一定的像差. 然后以  $H'$  的衍射光作参考光记录第二步全息  $H$ . 当在  $\lambda_2$  下再现  $H$  时,  $H$  具有两部分像差: 由  $H'$  带进的像差和由(9)~(10)式给出的像差. 选择适当的记录参数可以使这两部分像差相互补偿. 整个记录及再现过程如图 1 所示. 图 1(b)中  $L_1$  和  $L_2$  组成的望远镜系统将  $H'$  衍射的波面成像到记录面上作为  $H$  的参考光. 为避免透镜像差的影响,这一望远镜系统可用记录中间全息图过程来替代,即再进行一次全息记录及再现. 二

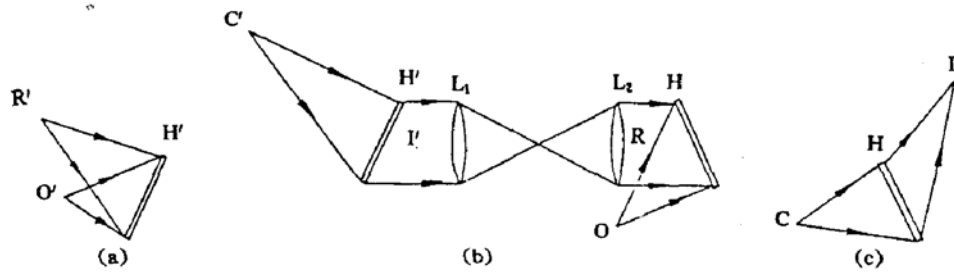


Fig. 1 The two-step aberration compensating scheme.

(a) Recording  $H'$  (compensating plate)

(b) Readout  $H'$  and recording  $H$  at the wavelength  $\lambda_1$  (c) Readout  $H$  at the wavelength  $\lambda_2$

步记录的  $H$  的总波像差为  $\Delta\phi = \phi_i - \phi_r$ ,  $\phi_i$  为  $H$  衍射光的实际波面,  $\phi_r$  为理想波面. 而  $\phi_i = \phi_c + \phi_o - \phi_r$ , 且  $\phi_r = \phi'_i = \phi'_o + \phi'_c - \phi'_r$ .  $\phi'_r$  为第二步记录时的实际参考光波面,  $\phi'_i$  为  $H'$  实际衍射波面. 为以下计算方便计, 引入理想参考光波面  $\phi_c$  和  $H'$  的理想像波面  $\phi'_c$ . 显然  $\phi_c = \phi'_c$ , 则

$$\Delta\phi = (\phi_c - \phi_i + \phi_o - \phi_r) - (\phi'_c - \phi'_i + \phi'_o - \phi'_r). \quad (12)$$

将(12)式展开并只考虑三级像差得到  $H$  的球差  $S_i$ , 彗差  $C_i$  和像散  $A_i$  分别为

$$S_i = S - uS', \quad C_i = C - uC', \quad A_i = A - uA'. \quad (13)$$

(13)式中  $S'$ ,  $C'$  和  $A'$  分别为

$$S' = \frac{1}{R_c^3} - \frac{1}{R_i^3} + \frac{1}{R_o^3} - \frac{1}{R_r^3}$$

$$C' = \frac{\sin\theta'_c}{R_c^2} - \frac{\sin\theta'_i}{R_i^2} + \frac{\sin\theta'_o}{R_o^2} - \frac{\sin\theta'_r}{R_r^2}$$

$$A' = \frac{\sin^2\theta'_c}{R_c} - \frac{\sin^2\theta'_i}{R_i} + \frac{\sin^2\theta'_o}{R_o} - \frac{\sin^2\theta'_r}{R_r}$$

在(13)式中令  $S_i, C_i, A_i$  为零, 可求出消三级像差的各记录参量. 在求解中还应考虑到以下条件:

1) 布喇格条件. 再现  $H'$  时, 为使  $H'$  具有较高衍射率, 再现光应满足布喇格条件

$$\theta'_c = \theta_i \quad (14)$$

2) 成像条件

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_o} - \frac{1}{R_r} \quad (15)$$

$$\sin\theta_i = \sin\theta'_c + \sin\theta'_o - \sin\theta'_r \quad (16)$$

3) 约束条件

$$\theta_r = \theta_i, \quad R_r = R_i$$

在求解过程中, 先取定  $R_o$ . 这样(9)~(11)式为常量. 由使用条件确定.  $R_o$  的选取以在方程有解的前提下使记录  $H'$  和  $H$  最方便为原则. 方程求解结果如下:  $R_o$  为以下三次方程的解,

$$V_3 R_o^3 + V_2 R_o^2 + V_1 R_o + V_0 = 0 \quad (17)$$

式中

$$V_3 = \frac{4}{3u^2} SA - \frac{C^2}{u^2} + \frac{4}{3} \frac{\sin^2\theta_r S}{uR_r} - \frac{2\sin\theta_r C}{uR_r^2} + \frac{A}{uR_r^3},$$

$$V_2 = -\frac{4}{3} \frac{\sin^2 \theta_r S}{u} + \frac{A}{u R_r^2},$$

$$V_1 = -\frac{A}{u} + 2 \frac{\sin \theta_r C}{u}, \quad V_o = -\frac{A}{u}$$

$R_r$  为以下二次方程的解,  $Y_2 R_r^2 + Y_1 R_r + Y_o = 0$ , (18) 式中  $Y_2 = (3/R_o R_r)[(1/R_o) - (1/R_r)] - (S/u)$ ,  $Y_1 = 3[(1/R_r) - (1/R_o)]^2$ ,  $Y_o = 3[(1/R_r) - (1/R_o)]$ .  $\theta_r$  由以下关系式表示

$$\sin \theta_r = \frac{\sin \theta_r \left( \frac{1}{R_r^2} - \frac{1}{R_r'^2} \right) + \frac{C}{u}}{\left( \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_r'} - \frac{1}{R_o} \right)^2 - \frac{1}{R_r'^2}}$$

其它各参量可由(14)~(16)式及(5)~(8)式求出. 至此消三级像差的各参量均已求出.

### 2.3 优化设计

以上计算中仅考虑了 HOE 的三级像差. 但对许多大焦比的情况高级像差不能忽略. 为此需对记录参量进一步优化. 如图 2 所示. 点光源  $Q$  位于  $yo z$  平面内, 它在  $xoy$  面上的位相分布

$$\phi_q(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_q} [R_q(x, y) - R_q], \quad (19)$$

$$R_q(x, y) = [(x - R_q \sin \theta_q)^2 + y^2 + (R_q \cos \theta_q)^2]^{1/2} \quad (20)$$

将(20)式代入(12)式得

$$\Delta \phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_2} \{ [R_c(x, y) - R_c] - [R_i(x, y) - R_i] \} + \frac{2\pi}{\lambda_1} \{ [R_o(x, y) - R_o] - [R_c(x, y) - R_c] - [R_o(x, y) - R_o] + [R_r(x, y) - R_r] \} \quad (21)$$

在  $H$  的整个面上求均方波像差  $W^{[4]}$

$$W = \sqrt{\Lambda \phi^2} = \sqrt{\sum [\Delta \phi_i(x, y)]^2 / N} \quad (22)$$

(22) 式中  $N$  为  $H$  面上的取样点数, 求和为对每一个取样点的波像差平方求和. 现假定  $W$  在消三级像差时的值在最小值  $W_{\min}$  附近, 且在  $W_{\min}$  附近  $W$  与各记录参量 ( $R_q, \theta_q, R_r, \theta_r$ ) 的变化是单调的, 作优化以消三级像差的各记录参量为起点, 逐个改变独立的记录参量, 计算每变化一次的  $W$  值, 使  $W$  逐渐趋向最小值. 整个优化过程在计算机上进行.

## 3 计算实例及实验

据以上所及的设计方法, 计算了三个实例. 并利用光线追迹画出了像的点列图, 其结果如表 1 和图 3 所示. 表 1 中  $D$  为 HOE 的孔径, 记录波长为  $0.488 \mu\text{m}$ , 优化时取样点为 77 个, 按直角坐标取样, 从表 1 及图 3 看出, 优化结果使波像差减小二分之一, 并较好地改善了像质. 按表 1 第一栏的优化计算结果制作了一块全息元件, 记录过程中采用中间全息图以获得补偿波面  $\phi$ . 图 4 是在  $0.6328 \mu\text{m}$  下按使用条件再现的像点. 像点大小为  $30 \mu\text{m}$  左右, 与图 3(i)b 相

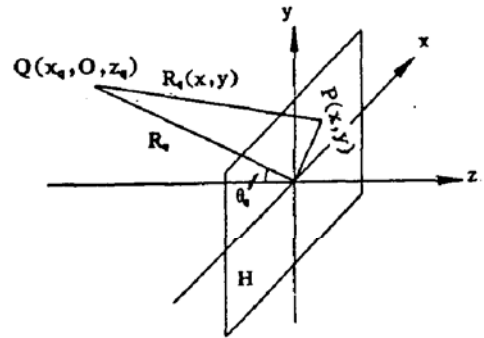


Fig. 2 Geometry for recording and readout. An arbitrary point source  $Q$  at  $x, 0, z$  situated in the  $xyz$  space in front of  $H$  in the  $x-y$  plane

比较符合较好.

Table 1 Parameters of recording and readout for the HOE

	Zero third-order aberration values		Optimizal values	
	$D = 20 \text{ mm}$ $\lambda_2 = 0.633 \mu\text{m}$ $R_c = -50 \text{ mm}$ $\theta_c = 0^\circ$ $R_l = 200 \text{ mm}$ $\theta_l = 20^\circ$	$R_r = -454.4 \text{ mm}$ $R_o = -55.0 \text{ mm}$ $R_c = -149.4 \text{ mm}$ $R_o = -293.9 \text{ mm}$ $W = 0.54 \lambda_2$	$\theta_r = -23.86^\circ$ $\theta_o = 2.27^\circ$ $\theta_c = -23.86^\circ$ $\theta_o = 17.66^\circ$	$R_r = -380.3 \text{ mm}$ $R_o = -55.0 \text{ mm}$ $R_c = -140.4 \text{ mm}$ $R_o = -293.9 \text{ mm}$ $W = 0.24 \lambda_2$
$D = 5 \text{ mm}$ $\lambda_2 = 0.780 \mu\text{m}$ $R_c = -14 \text{ mm}$ $\theta_c = 0^\circ$ $R_l = 15.4 \text{ mm}$ $\theta_l = 25^\circ$	$R_r = -950.9 \text{ mm}$ $R_o = -14.9 \text{ mm}$ $R_c = -20.1 \text{ mm}$ $R_o = -32.6 \text{ mm}$ $W = 0.34 \lambda_2$	$\theta_r = -27.60^\circ$ $\theta_o = 4.61^\circ$ $\theta_c = -27.60^\circ$ $\theta_o = 20.17^\circ$	$R_r = -430.9 \text{ mm}$ $R_o = -14.9 \text{ mm}$ $R_c = -19.6 \text{ mm}$ $R_o = -32.6 \text{ mm}$ $W = 0.15 \lambda_2$	$\theta_r = -27.60^\circ$ $\theta_o = 4.61^\circ$ $\theta_c = -27.60^\circ$ $\theta_o = 20.17^\circ$
$D = 20 \text{ mm}$ $\lambda_2 = 1.06 \mu\text{m}$ $R_c = -56 \text{ mm}$ $\theta_c = 0^\circ$ $R_l = 116 \text{ mm}$ $\theta_l = 30^\circ$	$R_r = -427.6 \text{ mm}$ $R_o = -62.7 \text{ mm}$ $R_c = -213.3 \text{ mm}$ $R_o = -92.6 \text{ mm}$ $W = 1.00 \lambda_2$	$\theta_r = -33.57^\circ$ $\theta_o = 7.92^\circ$ $\theta_c = -33.57^\circ$ $\theta_o = 21.59^\circ$	$R_r = 507.3 \text{ mm}$ $R_o = -62.7 \text{ mm}$ $R_c = -197.8 \text{ mm}$ $R_o = -92.6 \text{ mm}$ $W = 0.45 \lambda_2$	$\theta_r = -33.57^\circ$ $\theta_o = 7.92^\circ$ $\theta_c = -33.57^\circ$ $\theta_o = 21.59^\circ$

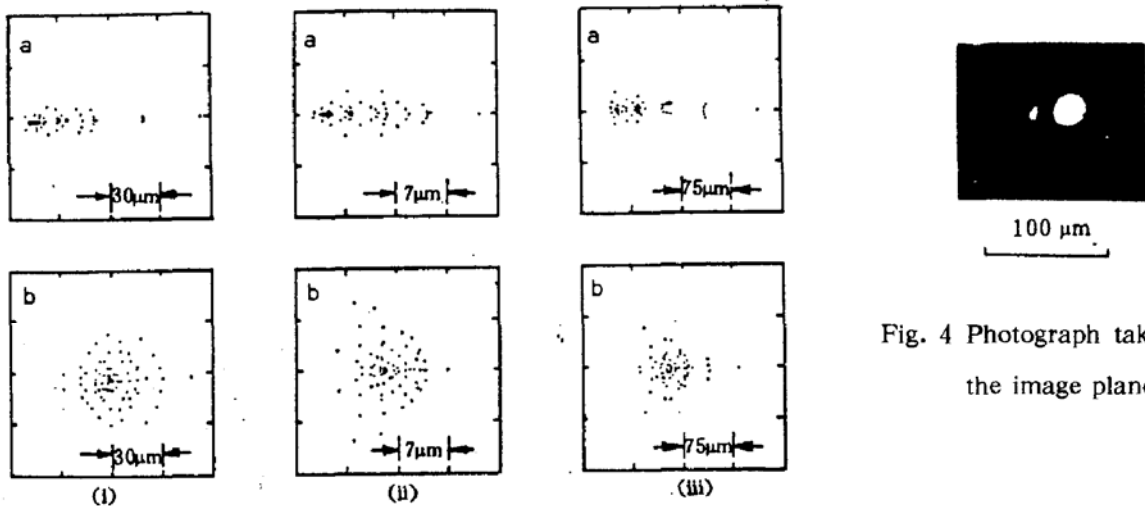


Fig. 3 Calculated spot diagrams. (a) Zero third-order aberration elements. (b) Least wave aberration. (i), (ii) and (iii) correspond with the wavelenghtes  $0.633 \mu\text{m}$ ,  $0.78 \mu\text{m}$  and  $1.06 \mu\text{m}$  in Table 1 respectively

Fig. 4 Photograph taken in the image plane

由以上理论计算及实验结果看出,本文提出的设计方法能在布喇格条件下很好地消除由于记录波长和再现波长不同带来的像差,使最佳消像差条件与高衍射效率条件一致.并且它能按任意给定的使用条件设计,即能设计成准直元件,又能设计成单点成像元件.这一设计方法将使 HOE 的应用向实用化方向迈进一步.

### 参 考 文 献

- [1] R. K. Kostwk, J. W. Goodman, L. Hesselink, Optical imaging applied to microelectronic chip-to-chip interconnections. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(17):2851~2858
- [2] P. J. Cronkite, G. N. Lawrence, Focusing grating coupler design method using holographic optical elements. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(4):679~683
- [3] Y. Kimura, S. Sugama, Y. Ono, Compact optical head using a holographic optical element for CD players. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(4):668~671
- [4] H. Chen, R. R. Hershey, E. N. Leith, Design of a holographic lens for the infrared. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(10):1983~1988
- [5] J. Kedmi, A. A. Friesem, Optical holographic Fourier-transform lens. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(22):4015~4019
- [6] Y. Amitai, A. A. Friesem, Recursive design techniques for Fourier transform holographic lenses. *Opt. Engng.*, 1987, **26**(11):1133~1139
- [7] H. Chen, Q. Shan, Using holographically generated corrector plates to fabricate low  $f/No.$  HOE objective and collimators. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(16):3542~3550
- [8] Y. Amitai, A. A. Friesem, Combining low aberrations and high diffraction efficiency in holographic optical elements. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(13):883~885
- [9] M. Assenheimer, Y. Amitai, A. A. Friesem, Recursive design for an efficient HOE with different recording and readout wavelengths. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(22):4747~4752
- [10] L. M. Soroko, Holography and Coherent Optics. New York: Plenum Press, 1980:555
- [11] 于美文, 光学全息及信息处理. 北京:国防工业出版社, 1984:24

## Design of eliminating aberration HOE under Bragg condition using two-step compensating method

WU Jianhong      CHEN Linsen

(Suzhou University, Laser Research Section, Suzhou 215006)

(Received 1 June 1992; revised 10 August 1992)

### Abstract

The holographic aberration-compensating method, which suits for the arbitrary readout conditions, is presented in this paper. The holographic optical element (HOE) has both high efficiency and low aberrations when the HOE is fabricated at short wavelength (540 nm) and reconstructed at long wavelength (red or infrared) with this method. Some calculated and experimental results are given.

**Key words** holographic optical element, eliminating aberration, Bragg condition.