

角锥棱镜的偏振效应*

王春海 吉贵军 胡小唐 张国雄
(天津大学精密仪器系, 天津 300072)

提 要

分析了实心角锥棱镜对任意方向入射光的偏振态的影响,同时考虑振幅的变化,给出角锥棱镜的琼斯矩阵表达式,文中计算了当光线平行于角锥棱镜对角线方向入射时角锥棱镜的琼斯矩阵的具体数据,同时对不平行的一些典型的情况也进行了计算,所有结果均在实验中得到证实.

关键词 角锥棱镜, 偏振效应.

1 引 言

角锥棱镜具有后向反射特性,在精密测量中得到了广泛的应用.通常角锥棱镜中做成实体的,但它对光线的偏振态有一定影响,以偏振光入射,出射光的偏振态一般区别于入射光^[1~4].文献[3]找出了角锥棱镜的两个方位角,当沿这两个方位角偏振的线偏振光入射角锥棱镜时,出射光仍为线偏振光;文献[1,2,4]分别给出了不同光线坐标系下角锥棱镜的本征矢量.然而上述分析仅限于光线正入射(平行于对角线方向)角锥棱镜的情况,而且不考虑折射对光振幅的影响.作者在大量程小角度干涉仪的研制中发现^[5].由于角锥棱镜偏振效应的影响使干涉条纹的相干度下降,甚至出现条纹消失,并且随着测量位置的变化,光线入射角锥棱镜的方向也在改变,出现了随测量位置变化的附加相移,降低了干涉仪的精度.为了适应光路分析的需要,本文主要研究角锥棱镜对任意方向入射光线的偏振态的影响.数学上采用琼斯矩阵的形式描述角锥棱镜的偏振特性,较本征矢量具有更普遍的实用性.对于作为特殊情况下的正入射,本文计算了角锥棱镜的琼斯矩阵,在得到实验证实的基础上,进一步与有关参考文献给出的数据进行比较,提供描述角锥棱镜偏振特性的准确数据.

2 实心角锥棱镜的琼斯矩阵

角锥棱镜是一个三维光学元件,不能简单地展开为平面图形,本文采用矢量计算方法.如图1所示,设入射光线为 \mathbf{a}_i ,则反射光和折射光的单位矢量分别为^[5,6]

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}_i - 2(\mathbf{f} \cdot \mathbf{a}_i)\mathbf{f} = \text{Refl}(\mathbf{f}, \mathbf{a}_i), \quad (1)$$

收稿日期:1992年2月13日;收到修改稿日期:1992年5月29日

* 博士点基金资助项目.

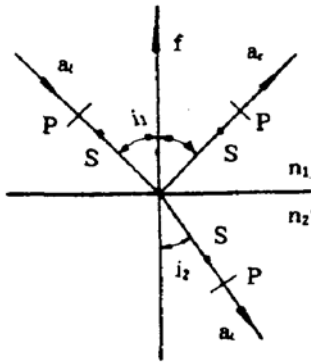


Fig. 1 Vectors in reflection and refraction

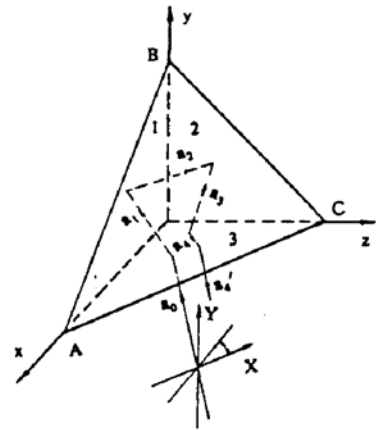


Fig. 2 Illustration of light path through a cube corner and some of the reference axes

$$a_i = \frac{-f + \frac{f + a_i}{|f + a_i|}k}{\left| -f + \frac{f + a_i}{|f + a_i|}k \right|} = \text{Refr}(f, a_i) \quad (2)$$

(1)、(2)式中, f 为反射面(折射面)法线方向的单位矢量,其方向指向入射光一侧; $k = \sin i_2 / \cos(i_2 - 0.5i_1)$; i_1, i_2 分别为入射角和折射角。

以角锥棱镜的三条棱边为坐标轴建立直角坐标系,如图 2 所示,则三个全反射面的法向单位矢量为: $f_1(1, 0, 0), f_2(0, 1, 0), f_3(0, 0, 1)$. 弦面 ABC 对入射、出射光线的法向单位矢量分别为: $f_0(\sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3, \sqrt{3}/3), f_4(-\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3)$. 设单位方向矢量为 a_0 的入射光被角锥棱镜弦面折射后,依次经 1, 2, 3 面反射,再折射出角锥棱镜,根据(1)、(2)式,光线在各段路径的方向:

$$\left. \begin{aligned} a'_0 = \text{Refr}(f_0, a_0) = a_1, & \quad a_1 = \text{Refl}(f_1, a_1) = a_2, & \quad a_2 = \text{Refl}(f_2, a_2) = a_3, \\ a_3 = \text{Refl}(f_3, a_3) = a_4, & \quad a_4 = \text{Refr}(f_4, a_4). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 a'_0 为光线进入角锥棱镜被弦面折射后的单位方向矢量; $a_i, a_i (i=1, 2, 3)$ 分别为每一次全反射前、后的单位方向矢量; a_4, a'_4 分别为光线从角锥棱镜出射被弦面折射前、后的单位方向矢量. 利用(3)式的计算结果,进一步求出每一次反射(折射)前、后的垂直分量和平行分量的方向:

$$S_i = S'_i = \frac{a_i \times f_i}{|a_i \times f_i|}, \quad P_i = a_i \times S_i, \quad P'_i = a'_i \times S'_i. \quad (4)$$

这样,由 $S_i P_i, S'_i P'_i (i=0, 1, \dots, 4)$ 形成 10 个坐标系,通常人们习惯于在光线坐标系中表示光的偏振态,若再建立光线坐标系 XY,如图 2 所示: 1) 入射光线的方向 a_0 垂直于 XY 平面.

2) 在角锥棱镜坐标系中, Y 轴、X 轴的单位方向矢量分别满足:

$$Y = \frac{a_0 \times CA}{|a_0 \times CA|}, \quad X = a_0 \times Y, \quad (5)$$

这样在光线坐标系中琼斯矢量为 E 的偏振光经角锥棱镜反射后,其琼斯矢量为:

$$E' = C_5 T_4 C_{34} R_3 C_{23} R_2 C_{12} R_1 C_{01} T_0 C_0 E, \quad (6)$$

式中, $R_i (i = 1, 2, 3)$ 为全反射的琼斯矩阵, $R_i = \begin{bmatrix} r_{pi} & 0 \\ 0 & r_{si} \end{bmatrix}$, r_{pi} , r_{si} 由菲涅耳公式给出^[7].

$T_i (i = 0, 4)$ 为折射的琼斯矩阵; $T_i = \begin{bmatrix} t_{pi} & 0 \\ 0 & t_{si} \end{bmatrix}$, t_{pi} , t_{si} 由菲涅耳公式给出^[7].

C_{ij} 为坐标系 $S_i P_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$ 到坐标系 $S_j P_j (j = 0, 1, 2, 3, 4)$ 的琼斯转换矩阵,

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} P_i \cdot P_j & S_i \cdot P_j \\ P_i \cdot S_j & S_i \cdot S_j \end{bmatrix}.$$

C_0 为光线坐标系 XY 到坐标系 $S_0 P_0$ 的琼斯转换矩阵,

$$C_0 = \begin{bmatrix} X \cdot P_0 & Y \cdot P_0 \\ X \cdot S_0 & Y \cdot S_0 \end{bmatrix}.$$

C_5 为坐标系 $S_4 P_4$ 到光线坐标系 XY 的琼斯转换矩阵,

$$C_5 = \begin{bmatrix} P_4 \cdot X & S_4 \cdot X \\ P_4 \cdot Y & S_4 \cdot Y \end{bmatrix}.$$

$$\text{令 } J_{1-2-3} = C_5 T_4 C_{34} R_3 C_{23} R_2 C_{12} R_1 C_{01} T_0 C_0. \quad (7)$$

对于 1-2-3 次序反射, 角锥棱镜的偏振特性可以简化为用琼斯矩阵表示:

$$E' = J_{1-2-3} E. \quad (8)$$

对于其它反射次序, 只要相应地改变一下(7)式中的角标即可.

3 角锥棱镜琼斯矩阵的计算与实验

3.1 光线正入射角锥棱镜

在图 2 所示的坐标系中, 当光线平行于对角线方向从角锥棱镜的反射面 1 入射时. 根据光线的反射次序不同可分为两种情况. 对于最常用的玻璃材料的折射率 $n = 1.514$ 时, 计算结果列于表 1:

Table 1 Jones Matrices of CCR

Reflection order	Jones Matrices of CCR
1-2-3	$\begin{bmatrix} -0.1968 - j0.6158 & 0.1712 - j0.6859 \\ 0.6075 - j0.3616 & -0.6464 - j0.01097 \end{bmatrix}$
1-3-2	$\begin{bmatrix} -0.8712 + j0.2914 & 0.2182 + j0.1622 \\ -0.2182 - j0.1622 & 0.02795 - j0.9182 \end{bmatrix}$

当光线从反射面 2, 3 入射时, 其琼斯矩阵可以由反射面 1 的琼斯矩阵作简单旋转得出^[8].

为了验证表 1 计算数据的正确性, 做以下两方面的工作:

1) 实验验证. 实验装置如图 3 所示: 由激光器发出的模拟自然光, 经格兰(Glan)棱镜变成线偏振光, 被角锥棱镜按一定的次序反射后, 由格兰棱镜和光电元件检测出射光的方位角(椭圆长轴与 X 轴的夹角)和椭率(椭圆偏振光短轴与长轴振幅之比)的变化. 同时利用(7)式计算出射光的琼斯矢量, 并将琼斯矢量表示的偏振态转化为椭率和方位角^[8]. 图 4 同时给出了光线沿 1-2-3 次序反射的理论曲线和实验数据, 可以看出理论与实验符合得很好. 实验误差

主要来源于格兰棱镜主截面的位置标定误差,角锥棱镜的安装误差和激光功率不稳定引入的测量误差.

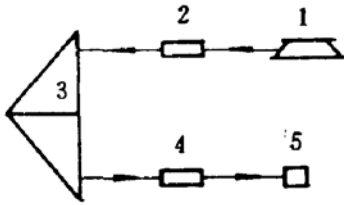


Fig. 3 Experiment setup
1—Laser 2—Glan prism
3—CCR 4—Glan prism
5—Photo detector

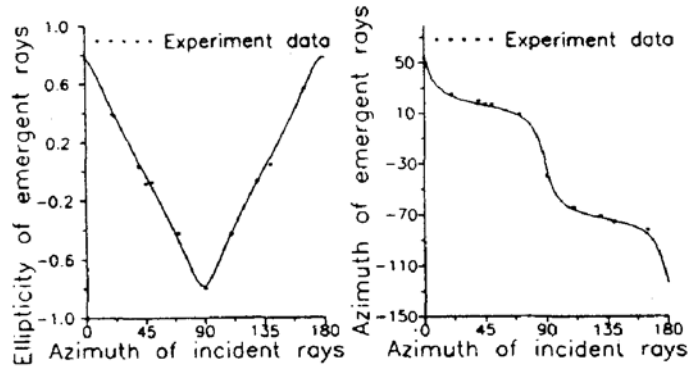


Fig. 4 Ellipticity and azimuth of emergent rays as a function of the azimuth of normal incident linear polarized rays

2) 与有关文献进行比较. 文献[1,2,4]均以本征矢量的形式表示角锥棱镜的偏振效应,而且光线坐标系各不相同. 通过将本文琼斯矩阵旋转,分别求出在文献[1,2,4]中的光线坐标系下的琼斯矩阵^[7],再求出琼斯矩阵的归一化本征矢量^[5]. 计算结果表明:本文数据与文献[1,4]结果一致,与文献[3]的数据也基本相符.

3.2 光线斜入射角锥棱镜

当光线不平行于角锥棱镜的对角线方向入射时,角锥棱镜的琼斯矩阵随着光线的入射方向变化而变化,这里仅以一种典型的情况计算出射光的偏振态: 1) 光线位于(或平行于)角锥棱镜弦面法线与棱 AC 组成的平面; 2) 入射线偏振光在光线坐标系中方向角为 0; 3) 光线沿 1—2—3 次序反射.

当光线以入射角 α 入射角锥棱镜时,如图 5 所示,光线的方向矢量在角锥棱镜坐标系中为:

$$a_\alpha = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{3}\sin\alpha \right) x - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha \right) y + \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\cos\alpha + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha \right) z \quad (9)$$

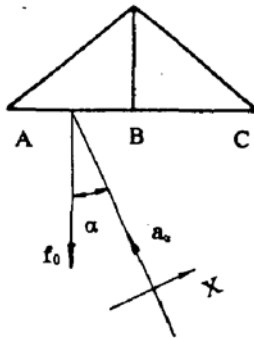


Fig. 5 Incident angle α

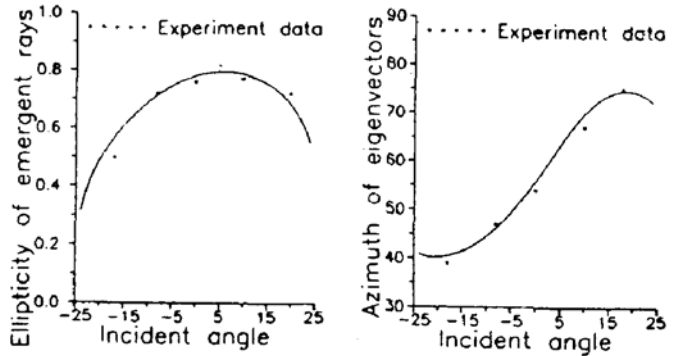


Fig. 6 Ellipticity and azimuth of emergent rays as a function of the incident angle of 0—azimuth linear polarized rays

光线坐标系的坐标轴仍然由(5)式决定,应用(7)式求出角锥棱镜对入射光线 a_0 的琼斯矩阵,则出射光的偏振态由(8)式求出.将出射偏振光表示为椭率和方位角的形式,结果绘于图6.在图3的实验装置中,将角锥棱镜放在转台上,转动角锥棱镜,使光线以一定角度入射,相应的实验数据也绘于图6中.由此可见,理论数据与实验符合较好.

角锥棱镜对斜入射光线的影响有如下特点:

1) 入射角的变化对光线偏振态有一定影响,但影响不大,其本征偏振态接近于线偏振光.图7为角锥棱镜的本征偏振态随入射角变化的情况,图中实线和虚线分别为角锥棱镜的两条本征偏振态曲线.当入射角在一定范围内(如 $\pm 15^\circ$)变化时,其椭率和方位角稍有变化,与方位角为 30° 和 120° 的线偏振光比较接近.在偏振态要求不太严格的情况下,以该方位角的线偏振光代替本征偏振光,出射光偏振态接近于入射光.

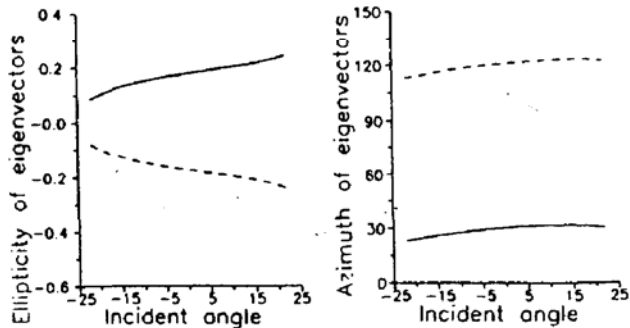


Fig. 7 Ellipticity and azimuth of eigenvector as a function of incident angle

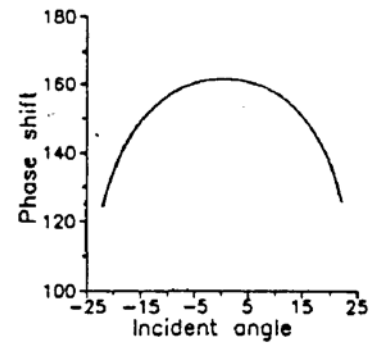


Fig. 8 Effect of incident angle on phase shift

2) 入射角的变化会引起附加相移的改变,若以方位角为 120° 的线偏振光代替本征偏振光入射角锥棱镜,则沿该方位角方向的出射光附加相移随入射角不同而发生变化,如图8所示.在精密计量中附加相移不恒定会引起测量误差,需要予以补偿.

4 结论与应用

文中所有数据从理论推导得出,又为实验所证实,本文理论可以用于光学系统偏振特性的分析.作者在大量程小角度干涉仪的研制中发现,偏振态随测量位置的变化引起干涉信号相干度的改变,电信号表现为直流电平不稳定,带来细分误差,当采用较高光学倍频时,甚至会出现干涉信号消失的情况^[5].为了防止这种现象的发生,以特定方位角的线偏振光代替本征椭圆偏振光,出射光偏振态变化不大,使干涉信号在整个测量范围之内始终保持较好的相干度.同时对转角引起的附加相移的变化量进行误差补偿,使该项误差基本消除.

参 考 文 献

- [1] Edson R. Peck, Polarization properties of corner reflectors and cavities. *J. Opt. Soc. Am.*, 1962, **52**(3):253~259
- [2] 沃敏政,王能鹤,王之江,角偶棱镜干涉仪中光的偏振与干涉. *光学学报*, 1981, **1**(5):415~422
- [3] 徐怀方,玻璃角反射棱镜的偏振特性. *中国激光*, 1986, **13**(4):233~236

- [4] D. A. Player, Polarization properties of a cube-corner reflector. *J. Modern Opt.*, 1988, **35**(11):1813~1820
- [5] 王春海, 激光小角度干涉仪理论与实验的研究. 硕士论文, 天津:天津大学研究生院, 1991:5~20
- [6] 徐家骅, 计量工程光学, 北京:机械工业出版社, 1981:139~141
- [7] M. 玻恩, E. 沃耳夫著, 杨霞荪译, 光学原理, 北京:科学出版社, 1978:62~63
- [8] R. M. Azzam, N. M. Bashara, 梁民基译, 椭圆偏振测量术和偏振光. 北京:科学出版社, 1986:80~81

Polarization effect of cube-corner reflectors

WANG Chunhai JI Guijun HU Xiaotang ZHANG Guoxiong

(*Department of Precision Instrument Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072*)

(Received 13 February 1992; revised 29 May 1992)

Abstract

The polarization effect of a solid cube-corner reflector on a light beam incident in any direction is analyzed. Some formulas which consider both polarization and amplitude changes are given using the Jones calculus. The calculation results obtained are proved in experiments for the case when the incident light is parallel to the cube body-diagonal and in some cases when the incident light is not parallel to the diagonal.

Key words cube-corner reflector, polarization effect.