

Ti : LiNbO₃ 光波导导模的场分布

祝宁华

金锋

(中山大学电子系, 广州 510275)

(中国科学院长春物理所, 长春 130021)

提 要

给出了 Ti 扩散 LiNbO₃ 条波导任意阶导模场分布的试探解. 通过变分法分析, 不但可以合理地确定其中的待定参数, 而且也得到了相应导模传播常数的近似值. 与扩展的有效折射率方法比较, 这种解不但在函数形式上简单, 待定常数确定方便, 而且具有精度高的优点. 还可以得到等效一维波导折射率分布的解析表达式.

关键词 光波导, 集成光学, 超几何函数.

1 引 言

通过近年来的研究和探索, 钛扩散 LiNbO₃ 光波导的制作技术已十分成熟, 遗憾的是对光波导的传播特性的研究还远不能满足实际应用的需要. LiNbO₃ 条波导折射率分布的复杂性迫使人们在光波导器件的分析计算与设计过程中, 将折射率渐变的二维波导结构等效为矩形波导^[1]或平板波导来分析^[2,3]. 由于这些粗糙的近似, 使其分析结果只能作为参考. 迄今为止, 关于扩散光波导基模场分布的近似解^[4~6]中的待定常数是通过实验、等效或变分法^[7]来确定的. 最近作者应用变分原理对三种试探解进行了深入的分析比较^[8], 并将得到的基模场分布应用到光波导与单模光纤的耦合效率和光波导导模与外加电场的作用效率的计算中^[9].

本文给出了适合任意阶导模场分布的试探解, 采用变分法确定其中的待定参数. 为了证明这是一个很好的试探解, 简要地介绍扩展有效折射率方法^[5], 并给出一种合理选取其中等效参量的方法. 对这两种方法的结果以及有效折射率方法^[10]的结果进行深入的分析 and 比较.

2 导模的场分布

2.1 LiNbO₃ 条光波导的折射率分布

对于钛条初始宽度为 W 的 LiNbO₃ 条光波导, 其折射率可以表示为^[10]

$$\left. \begin{aligned} n^2(x, y) &= \begin{cases} 1, & y < 0 \\ n_s^2 + (n_0^2 - n_s^2)f(y/D_1)g(2x/W), & y > 0 \end{cases} \\ f(y/D_1) &= \exp(-y^2/D_1^2), \\ g(2x/W) &= (\frac{1}{2})\{erf[W/2D_2(1 + 2x/W)] + erf[W/2D_2(1 - 2x/W)]\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 n_s 为 LiNbO₃ 基片的折射率, n_0 为钛条很宽时的条光波导在 $x=y=0$ 处的折射率, D_1 和 D_2

分别为扩散的宽度和深度. 在以下的分析中, 将以 Z -切光波导中 TM 模为例进行分析, 其波导的典型参数为: $D_x = 3.6 \mu\text{m}$, $D_y = 4.0 \mu\text{m}$, $\Delta n = n_s - n_b = 0.01$, $\lambda = 1.32 \mu\text{m}$.

2.2 高斯-埃尔米特近似解

在 Marcuse^[6] 对弱导光波导基模场分布近似解的基础上, 我们构想了一种适合于任意阶导模场分布的试探解为

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, y) &= \phi_m(x)\phi_n(y) = \sqrt{\sqrt{2}/W_x}\psi_m(\sqrt{2}x/W_x) \sqrt{2\sqrt{2}/W_y}\psi_n(\sqrt{2}y/W_y), \\ \psi_m(\zeta) &= \frac{1}{\sqrt{2^m m! \sqrt{\pi}}} H_m(\zeta) \exp(-\zeta^2), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$H_m(\zeta)$ 为埃尔米特多项式. 考虑到 LiNbO_3 与空气的折射率差别及 SiO_2 缓冲层的隔离作用, 光场在空气区域内迅速消失, 深度方向的模阶数 n 只能取奇数. 通常在深度方向是工作于单模, 在宽度方向的导模数由钛条宽度决定. 因此, 在下面的分析中只考虑 n 取 1 的情况. m 取 0, 1, 2, ... 分别对应宽度方向的基模和高阶导模. W_x 和 W_y 分别为宽度和深度方向的模式尺寸. 对基模来说, W_x 表示光强下降到 $1/e$ 时的半宽度. 新定义的模式尺寸减小了 $\sqrt{2}$ 倍^[6], 但不同的定义并不影响分析的结果. 因此, 可以沿用以前的定义. 采用变分法直接由扩散参数 $D_x, D_y, \Delta n$ 和 W 等确定光波导的模式尺寸. 归一化传播常数 B 的变分表达式可写为

$$\left. \begin{aligned} B &= (\beta^2 - k^2 n_b^2) / [k^2 (n_s^2 - n_b^2)] \\ &= [1 + (W_x^2 / 2D_x^2)]^{-3/2} S - \{ [(2m+1)/W_x^2] + (3/W_y^2) \} / [k^2 (n_s^2 - n_b^2)], \\ S &= 2 \int_0^\infty g(2x/W) \phi_m^2(x) dx. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

选择 W_x 和 W_y 使 β 最大化, 此时 W_x 和 W_y 为最佳的模式尺寸, 而相应的 B 则为归一化传播常数的近似值. 对于一个折射率分布为

$$n^2(x, y) = n_b^2 + (n_s^2 - n_b^2)h(x), \quad (4)$$

的一维光波导, 如果选取 $\phi_m(x)$ 作为场分布的试探解, 可得归一化传播常数为

$$B = 2 \int_0^\infty h(x) \phi_m^2(x) dx - \frac{2m+1}{W_x^2 k^2 (n_s^2 - n_b^2)}, \quad (5)$$

比较(3)式和(5)式, 可得到二维扩散条光波导在深度方向为基模时, 等效为折射率渐变的一维光波导的折射率分布的解析表达式

$$n_{\text{eff}}^2(x) = n_b^2 - \frac{3}{W_y^2 k^2} + (n_s^2 - n_b^2) \left(1 + \frac{W_x^2}{2D_x^2}\right)^{-3/2} g(2x/W). \quad (6)$$

等效平板波导的折射率分布的解析表达式对实际应用是非常方便的^[12, 13].

2.3 扩展的有效折射率方法^[5]

扩散的有效折射率方法是在有效折射率方法的基础上发展起来的. 它采用等效的方法, 将波方程分解为两个一维的微分方程, 从而得到场分布和传播常数近似解. 为了得到 y 方向场分布的解析解, 用下面的函数来代替(1)式中的 $f(y/D_y)$ 函数

$$\phi_y(u) = 1 - M \text{th}^2(\eta u), \quad (7)$$

式中 $u = y/D_y$, M 和 η 为两个待定的参数. 在不同 x 处的本地等效折射率可近似为

$$\left. \begin{aligned} n_{\text{eff}}^2(s) &= n_b^2 + (1-M)g(s)(n_s^2 - n_b^2) + (\eta/\alpha_y k D_y)^2 [2q + 1 + \mu'(s)]^2, \\ \mu'(s) &= (1/2) [1 - \sqrt{1 + 4M(n_s^2 - n_b^2)g(s)(\alpha_y k D_y/\eta)^2}], \\ s &= 2x/W, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

类似地,通过匹配下面两个函数,可得到 x 方向场分布的解析表达式

$$\begin{aligned} \psi(s) &= [n_{\text{eff}}^2(s) - n_b^2] / [n_{\text{eff}}^2(0) - n_b^2], \\ \phi_x(s) &= 1 - R \text{th}^2(\kappa s) \end{aligned} \quad (9)$$

经过前面两步近似之后,便得到导模的有效折射率 N_{eff} 和横向场分布的解析表达式

$$\left. \begin{aligned} N_{\text{eff}}^2 &= n_b^2 + (1 - R)[n_{\text{eff}}^2(0) - n_b^2] + (2\kappa/\alpha_x k W)^2 (p + \mu)^2, \\ \phi(x, y) &= N_p \text{ch}^\mu(\kappa s) C_p^\mu[-ish(\kappa s)] \text{ch}^\mu(\eta u) C_{q+1}^\mu[-ish(\eta u)], \\ \mu &= (1/2) \{1 - \sqrt{1 + 4R(\alpha_x k W / 2\kappa)^2 [n_{\text{eff}}^2(0) - n_b^2]}\}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$C_n^\alpha(x)$ 为 Gegenbauer 多项式,可以进一步表为

$$C_n^\alpha(\xi) = \frac{\Gamma(n + 2\alpha)}{\Gamma(n + 1)\Gamma(2\alpha)} F(n + 2\alpha, -n; \alpha + \frac{1}{2}; \frac{1 - \xi}{2}). \quad (11)$$

F 为超几何函数, N_p 为归一化系数, p 和 q 表示 x 和 y 方向的模式阶数, α_x 和 α_y 反映了晶体的各向异性值,为了与本文方法相比较,在以下的分析中,取 $\alpha_x = \alpha_y = 1$.

对于远离截止的导模来说,这种方法的精确度完全取决于四个待定参数 M 、 η 、 R 和 κ 的选取. 不同的匹配方法将导致完全不同的结果. 文献[5]中采取的方法是匹配曲线上的两点而确定待定参数. 笔者认为这种确定参数的方法将会引入一定的误差. 我们改为选取 M 和 η 使以下交叠积分值最大

$$T = \frac{\left| \int_0^t \phi_y f dy \right|^2}{\int_0^t \phi_y^2 dy \int_0^t f^2 dy} \quad (12)$$

其中 t 满足 $\phi_y(t) = 0.005$. 最佳值 $M = 1.060$ 和 $\eta = 1.034$ 对应 $T = 0.995$. T 的值接近 1 说明 ϕ_y 和 f 的分布十分接近. 类似的匹配方法被用于 R 和 κ 的选取. 从(12)式中不难看出,这种匹配方法仍然是注重高折射率区域的等效. 因此,所得到的场分布在波导中高折射率区域更接近真正的场分布.

3 计算结果及讨论

根据分析,在匹配(9)式中的两个函数时,在 W 为 4 到 20 μm 的范围内,交叠积分值 T 均大于 0.993. 因此,可以断定,所选择的 M 、 η 、 R 和 k 是合理的. 此外,还发现对于不同的 M 和 R ,总可以改变 η 和 κ 使其交叠积分非常接近最佳值. 也就是说积分值对参量的相对关系较灵敏,而对参数的不同组合方式并不敏感,所以要找到最佳的结果是很困难的,而且所得到的传播常数,特别对于高阶导模,都存在较大的差别.

采用变分法,很容易求出(2)式中的待定参量 W_x 和 W_y , 以及相应导模的传播常数的近似值. 图 1 给出了计算的结果. 有效折射率方法被认为是除数值计算(如有限元法)以外较精确的方法. 因此,将它的结果作为比较的标准. 图 1(b)也包括了扩展有效折射率方法的结果. 从图中可以清楚地看到,高斯-埃尔米特函数解比扩展有效折射率方法更精确一些.

图 2(a)和图 2(b)给出了在钛条宽度为 17 μm 时,基模、一阶模和 2 阶导模的归一化场分布. 图 2(c)仅给出了基模高斯-埃尔米特解的深度方向的场分布. 尽管对不同阶导模,扩展有效折射率方法的解在 y 方向分布相同,但是它是 x 的函数. 图 2(c)中给出的是在 $x=0$ 处的场分布.

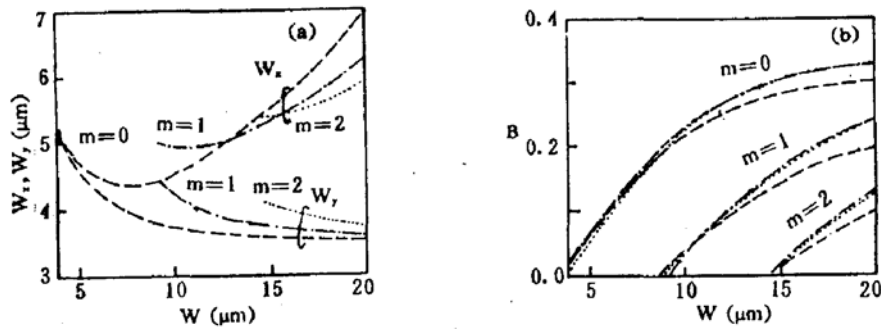


Fig. 1 (a) Mode dimensions for the fundamental, first-order and second-order lateral modes as functions of the initial Ti strip width.

(b) The corresponding propagation constants (dash-dot curve), compared with those of the extended effective index method (dashed curve) and the effective index method (dotted curve)

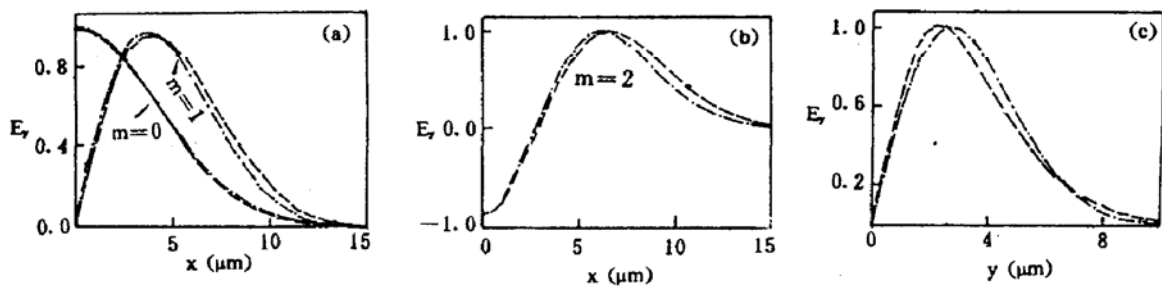


Fig. 2 Normalized field distributions for $W = 17 \mu\text{m}$. Dash-Dot curve—Gaussian-Hermite solution; Dashed curve—Extended effective index method. (a) and (b) width field distributions for $m = 0, 1$, and 2 . (c) Depth field distribution for $m = 0$

4 结 论

从前面的分析可知,高斯-埃尔米特解的两个待定常数可以很容易地通过变分法确定,且结果较精确可靠.解的表达式也十分简单,同时还可得到等效平板波导折射率分布的解析表示式.由于变分法具有与有效折射率法相同的精确度,因此可以认为(6)式是一个很好的近似.通常在应用光束传播法分析光波导结构中各种不均一性时,把折射率二维分布的光波导等效为平板波导.毫无疑问,平板波导折射率分布的解析表达式的得到,会给分析计算提供很多方便.

扩展有效折射率方法需要四个待定参量,寻优特别费时,得到的结果也不十分令人满意,解也较为复杂.它的优点是:一旦四个参量确定之后,便得到了在宽度方向可能有存在的导模的传播常数和场分布.而变分法对不同阶导模则需要进行类似的分析计算.

总的来说,本文所建立的试探解可适用于任意阶导模,精确度也很高,使用也非常方便.

参 考 文 献

- [1] E. A. J. Marcatili, Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics. *Bell Syst. Tech. J.*, 1969, 48, 2071
- [2] J. V. Roey, J. V. D. Donk, P. E. Lagasse, Beam-propagation method; analysis and assessment. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, 71(7): 803~810
- [3] R. Baets, P. E. Lagasse, Calculation of radiation loss in integrated-optics taper and Y-junction. *Appl. Opt.*, 1982, 21(11): 1972~1978

- [4] L. McCaughan, E. J. Murphy, Influence of temperature and initial titanium dimensions on fiber-Ti : LiNbO₃ waveguide insertion loss at $\lambda = 1.32 \mu\text{m}$. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1983, **QE-19**(2):131~136
- [5] E. Strake, G. P. Bava, I. Montrosset, Guided modes of Ti : LiNbO₃ channel waveguides; A novel quasi-analytical technique in comparison with the scalar finite-element method. *J. Lightwave Technol.*, 1988, **LT-6**(6): 1126~1135
- [6] D. Marcuse, Optimal electrode design for integrated optics modulators. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1982, **QE-18**(3):393~393, Correction, p. 807
- [7] S. K. Korotky, W. J. Minford, L. L. Buhl *et al.*, Mode size and method for estimating the propagation constant of single-mode Ti : LiNbO₃ strip waveguides. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1982, **QE-18**(10):1796~1801
- [8] G. B. Hocker, W. K. Burns, Mode dispersion in diffused channel waveguides by the effective index method. *Appl. Opt.*, 1977, **16**(1):113~118
- [9] N. H. Zhu, Y. K. Lin, Z. D. Wu *et al.*, Analytical expressions of the guided mode field distribution, analysis and comparison. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1992, **QE-28**(6):1424~1428
- [10] N. H. Zhu, X. S. Zheng, Y. K. Lin *et al.*, Calculation of the field distribution of a Ti : LiNbO₃ optical waveguide and its applications. *Opt. & Quantum. Electron.*, 1992, **24**(7):737~743
- [11] M. Fukuma, J. Noda, Optical properties of titanium-diffused LiNbO₃ strip waveguides and their coupling-to-a-fiber characteristics. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(4):591~597
- [12] A. Sharma, P. K. Mishra, A. K. Ghatak, Single-mode optical waveguides and directional couplers with rectangular cross section; a simple and accurate method of analysis. *J. Lightwave Technol.*, 1988, **LT-6**(6):1119~1125
- [13] Y. Chung, N. Dagli, An Assessment of finite difference beam propagation method. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1990, **QE-26**(8):1335~1339

Guided mode field distributions of Ti : LiNbO₃ optical waveguides

ZHU Ninghua

(*Electronics Department, Zhongshan University, Guangzhou 510275*)

JING Feng

(*Changchun Institute of Physics, Academia Sinica, Changchun 130021*)

(Received 15 June 1992)

Abstract

This paper presents a trial solution for the predominant field distribution of an arbitrary order guided mode of Ti : LiNbO₃ optical waveguides. The parameters of the solution can be reasonably determined by using the variational technique. And the propagation constant can be approximately obtained simultaneously. Compared with the extended effective index method and the effective index method, the main advantage besides its high accuracy and simplicity in mathematical style is that the unknown parameters are easy to be determined. Also, we can obtain the analytical expression of the refractive index profile of the equivalent slab waveguide.

Key words optical waveguides, integrated optics, hypergeometric functions