

# 强磁场中 Rb D<sub>2</sub> 线法拉第反常色散 滤光器特性研究\*

彭玉峰\*\* 汤俊雄 王庆吉 胡志林 孙献平 曾锡之  
(北京大学无线电系, 北京 100871) (中国科学院武汉物理研究所, 武汉 430071)

### 提 要

报道强磁场中 Rb D<sub>2</sub> 线反常色散光学滤波器的理论模型与实验研究, 讨论了强磁场中 Rb D<sub>2</sub> 线法拉第反常色散透射谱及其磁场, 温度调谐特性.

关键词 法拉第反常色散, 原子共振滤光器.

## 1 引 言

法拉第反常色散光学滤波器(Faraday Anomalous Dispersion Optic Filter-FADOF)在弱场条件下的理论分析与实验研究已有多篇文章报道<sup>[1~5]</sup>. 本文进一步讨论强磁场中计及 Rb D<sub>2</sub> (5S<sub>1/2</sub> ↔ 5P<sub>3/2</sub>) 线超精细结构(hfs)时, Rb D<sub>2</sub> 线 FADOF 的理论模型与特性的实验研究, 观测到 Rb-FADOF 透射谱边峰磁场, 温度调谐特性. 利用这个特性, 有可能研制成超窄带宽, 高透射的可调谐原子共振滤光器, 它在激光通信、激光雷达和遥感等领域有重要应用前景.

## 2 Rb-FADOF 的强场模型

Rb-FADOF 系统如图 1 所示, Rb D<sub>2</sub> 线超精细能级结构如图 2 所示, 在外界恒定磁场中, Rb 原子塞曼分裂的朗德因子 ~17 GHz/T. 对基态 5S<sub>1/2</sub> 的超精细分裂为

$$^{85}\text{Rb}, 3.036 \text{ GHz}; (I = 5/2), \quad ^{87}\text{Rb}, 6.835 \text{ GHz}; (I = 3/2).$$

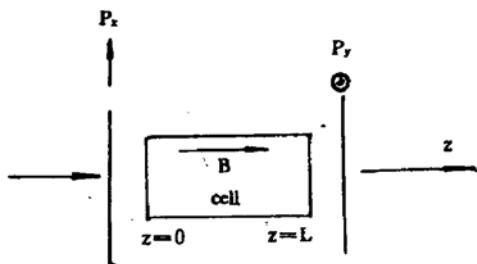


Fig. 1 Basic model of a FADOF

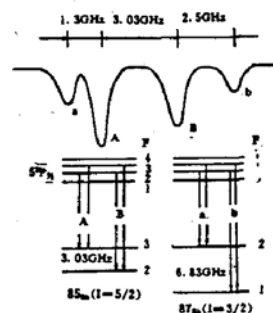


Fig. 2 The hyperfine levels of RbD<sub>2</sub> lines

收稿日期:1992年8月10日;收到修改稿日期:1992年10月5日

\* 国家自然科学基金资助项目; \*\* 河南师范大学物理系(河南新乡 453002).

对  $5P_{3/2}$  态,超精细最大分裂为:

$$^{85}\text{Rb}, 102 \text{ MHz}, (F = 4 \leftrightarrow F = 3); \quad ^{87}\text{Rb}, 268 \text{ MHz}, (F = 3 \leftrightarrow F = 2).$$

若原子磁矩与外磁场相互作用能和原子内部  $\hat{J} \cdot \hat{I}$  耦合能可比拟或前者大于后者时,则属于中间场或强场情况. 本文讨论以下两种情况:

### 2.1 $5S_{1/2}$ 态弱场, $5P_{3/2}$ 态中间场或强场条件下的 Rb-FADOF 模型

当  $0.02\text{T} < B < 0.15\text{T}$  时属于这种情况. 对  $5S_{1/2}$  态,  $(F, m_F)$  为好量子数塞曼子能级可用  $F, m_F$  标志并满足 Rabi-Breit 公式.

$$\Delta E_{1,2} = \frac{\delta E}{2(2I+1)} \pm \frac{\delta E}{2} \cdot \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1}x + x^2} \quad (1)$$

式中  $\delta E = A_J(I+1/2)$ ,  $x = g_J \cdot (\mu_B B / \delta E)$ ,  $A_J$  称超精细常数,  $\mu_B$  为玻尔磁子.

对  $D_2$  线的上能级  $5P_{3/2}$  态,属于中间场或强场情况,  $(F, m_F)$  不再是好量子数,而  $(J, I, m_I, m_J)$  仍是好量子数. 在  $|I, J, m_I, m_J\rangle$  表象中,微扰哈密顿算符为

$$\Delta \hat{H} = \Delta \hat{H}_{hfs} + \Delta \hat{H}_m \quad \text{或} \quad \Delta \hat{H} = A_J(\hat{I} \cdot \hat{J}) + g_J \mu_B B J_z, \quad (2)$$

(2) 式中第 1 项是忽略电四极矩作用时的  $hfs$  哈密顿算符,第 2 项是忽略核磁矩与外场相互作用时的磁相互作用哈密顿算符.

在  $|I, J, m_I, m_J\rangle$  表象中,  $\Delta \hat{H}_m$  的微扰矩阵是对角化的,

$$\langle IJ = 3/2 m_I m_J | \Delta \hat{H}_m | IJ \rangle = 3/2 m_I m_J - g_J m_J \mu_B B, \quad (3)$$

超精细微扰矩阵为

$$\langle IJ m_I m_J | A_J \hat{J} \cdot \hat{I} | IJ m_I' m_J' \rangle = \langle IJ m_I m_J | A_J (-I_+ J_- + I_0 J_0 - I_- J_+) | IJ m_I' m_J' \rangle \quad (4)$$

为便于讨论  $D_2(5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{3/2})$  线量子跃迁问题,将微扰矩阵元按量子数  $m_F$  分类排列,它具有如下的形式:

从  $m_F$  最大值  $m_F = I + 3/2$  排起,到  $m_F = -(I + 3/2)$  止沿对角线共  $2(I + 2)$  个矩阵. 在上角和右下角的子矩阵各有一个矩阵元,对应  $m_F \pm (I + 3/2)$ ,  $m_I = \pm I, m_J = \pm 3/2$ , 即

$$(\Delta \hat{H})_{I, 3/2, I, 3/2} = (3/2)A_J I + (3/2)g_J \mu_B B, \quad (5)$$

$$(\Delta \hat{H})_{-I, -3/2, -I, -3/2} = (3/2)A_J I - (3/2)g_J \mu_B B. \quad (6)$$

中间皆为  $4 \times 4$  的子矩阵,因为对每个  $m_F$ ,都有四个态,即  $m_I = m_F + 3/2, m_J = -3/2; m_I = m_F + 1/2, m_J = -1/2; m_I = m_F - 1/2, m_J = 1/2; m_I = m_F - 3/2, m_J = 3/2$ . 具体矩阵形式记为

$$\begin{vmatrix} (\Delta H)_{11} & (\Delta H)_{12} & 0 & 0 \\ (\Delta H)_{21} & (\Delta H)_{22} & (\Delta H)_{23} & 0 \\ 0 & (\Delta H)_{32} & (\Delta H)_{33} & (\Delta H)_{34} \\ 0 & 0 & (\Delta H)_{43} & (\Delta H)_{44} \end{vmatrix} \quad (7)$$

$$(\Delta H)_{11} = -(3/2)A_J(m_F + 3/2) - (3/2)g_J \mu_B B,$$

$$(\Delta H)_{12} = -(\sqrt{3}/2)A_J \sqrt{I(I+1) - (m_F + 1/2)(m_F + 3/2)} = (\Delta H)_{21},$$

$$(\Delta H)_{22} = -(1/2)A_J(m_F + 1/2) - (1/2)g_J \mu_B B,$$

$$(\Delta H)_{23} = A_J \sqrt{I(I+1) - m_F^2} = (\Delta H)_{32},$$

$$(\Delta H)_{33} = (1/2)A_J(m_F - 1/2) + (1/2)g_J \mu_B B,$$

$$(\Delta H)_{34} = (\sqrt{3}/2)A_J \sqrt{I(I+1) - (m_F - 1/2)(m_F - 3/2)} = (\Delta H)_{43},$$

$$(\Delta H)_{44} = (3/2)A_J(m_F - 3/2) + (3/2)g_J \mu_B B.$$

进一步求解久期方程

$$\begin{vmatrix} (\Delta H)_{11} - \Delta E & (\Delta H)_{12} & (\Delta H)_{13} & 0 \\ (\Delta H)_{12} & (\Delta H)_{22} - \Delta E & (\Delta H)_{23} & 0 \\ 0 & (\Delta H)_{23} & (\Delta H)_{33} - \Delta E & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta H)_{34} & (\Delta H)_{44} - \Delta E \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

得到以  $(F, m_F)$  表征的塞曼子能级. 它们向  $5S_{1/2}$  态超精细塞曼跃迁满足选择定则.  $\Delta F = 0, \pm 1; \Delta m_F = \pm 1$  ( $\sigma$  跃迁).

上述变换的实质是, 将强磁场中的  $P_{3/2}$  态用以  $|F, m_F\rangle$  表征的基矢作本征展开, 进而把中场或强场条件下 FADOF 的传输问题转化为类似弱场情况. 仿照文献[5], 对天然 Rb 48 对具有 Voigt 线形的  $\sigma$  跃迁求和, 得到电极化率,

$$\chi_{\pm} = \sum_{nj} \chi_{\pm nj}$$

式中  $\chi_{\pm nj}$  代表中心频率  $\omega_n(B=0)$  处第  $i$  个  $\sigma$  谱线的电极化率,

$$\chi_{\pm nj} = \frac{3e^2}{4m\epsilon_0\omega_{21}} \cdot \frac{1}{\omega_n \pm \Delta\omega_{nj} - \omega - i\Gamma/2} \cdot (2J_1 + 1)(2J_2 + 1) \cdot (2F_2 + 1) \cdot \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ J_1 & I & J_2 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ -m_F & \pm 1 & m_F \mp 1 \end{pmatrix}^2 \cdot f(J_2 \leftarrow J_1) \quad (9)$$

进一步考虑原子的 Maxwell 速率分布和 Doppler 效应后,

$$\chi_{\pm} = i \frac{3\sqrt{\ln 2}e^2}{4\sqrt{\pi}m\epsilon_0\omega_{21}} \sum \frac{N_n f(J_2 \leftarrow J_1)}{\Delta\nu_{Dn}} \cdot (2J_1 + 1)(2F_2 + 1) \cdot \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ J_1 & I & J_2 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} F_2 & 1 & F_1 \\ -m_F & \pm 1 & m_F \mp 1 \end{pmatrix}^2 \cdot W(\delta\nu_n \mp \delta\nu_{nj} + ia_n) \quad (10)$$

式中  $\Delta\nu_{Dn} = 7.16 \times 10^{-7} \nu_n \sqrt{T/M}$ ;  $N_n$  为塞曼子能级粒子数密度;  $\delta\nu_n = 2\sqrt{\ln 2} \cdot [(\nu - \nu_n)/\Delta\nu_{Dn}]$ ;  $\delta\nu_{nj} = 2\sqrt{\ln 2} \cdot (\Delta\nu_{nj}/\Delta\nu_{Dn})$ ;  $a_n = \sqrt{\ln 2} \cdot (\Delta\nu_N/\Delta\nu_{Dn})$  ( $\Delta\nu_N$  为自然增宽);  $f(J_2 \leftarrow J_1)$  为振子强度;

$W(\delta\nu_n \mp \delta\nu_{nj} + ia_n) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{\delta\nu_n \pm \delta\nu_{nj} + ia_n - t} dt$  最后得到 Rb D<sub>2</sub> 线 FADOF 的透射谱

$$T_R(\nu) = 1/2e^{-\bar{\alpha}L} \cdot \{\cosh(\Delta\alpha \cdot L) - \cos(2\rho L)\} \quad (11)$$

式中,  $\bar{\alpha} = (\omega/2c)Im(x_+ + x_-)$  为平均吸收系数,  $\Delta\alpha = (\omega/2c)Im(x_+ - x_-)$  为圆双色性,  $\rho = (\omega/2c)Re(x_+ - x_-)$  为磁旋本领,  $L$  为 Rb 气室长度, (本文  $L = 5$  cm). 由 (10), (11) 式得到强场中 Rb-FADOF 的透射谱理论曲线见图 3(a). 为了比较, 把同样条件 ( $T_i = 120$  °C,  $B = 2.9 \times 10^{-2}$  T,  $L = 5$  cm) 下的实验曲线示于图 3(b) 中, 由图可见, 理论与实验相符.

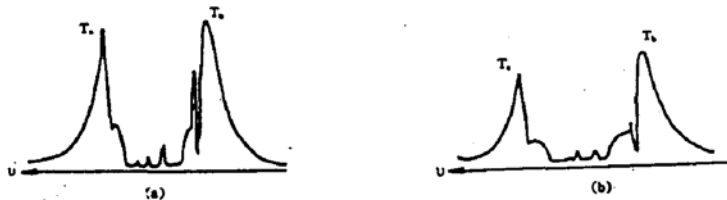


Fig. 3 Comparison between theoretical and experimental results in strong magnetic fields.

( $T_i = 120$  °C,  $B = 2.9 \times 10^{-2}$  T), (a) theory; (b) experiment

## 2.2 $5S_{1/2}$ 态、 $5P_{3/2}$ 态均为强场条件时的 Rb-FADOF 模型

当外磁场进一步增加, 磁相互作用不仅破坏  $5P_{3/2}$  态的  $\hat{J} \cdot \hat{I}$  耦合, 也破坏  $5S_{1/2}$  态的  $\hat{J} \cdot \hat{I}$  耦

合. 例如,  $B > 0.3 \text{ T}$  即为这种情况. 体系超精细哈密顿算符在非耦合表象  $|JIm_Jm_I\rangle$  中求解, 一级微扰能量表达式为

$$E(J, I, m_J, m_I) = g_J m_J \mu_B B - g_I m_I \mu_I B + \frac{B_J}{4I(2I-1)(2J+1)} \cdot \{3m_J^2 - J(J+1)\} \cdot \{3m_I^2 - I(I+1)\} \quad (12)$$

上式第 1 项表示以  $J$  表征的多重能级的塞曼分裂, 而第 3 项使第  $J$  个以  $m_J$  表征的塞曼子能级进一步分裂为  $(2I+1)$  个以  $m_I$  表征的超精细塞曼能级. 在弱磁场中,  $m_q = m_F$ ; 在强磁场中,  $m_q = m_L + m_I$ .  $\sigma$  跃迁的选择定则为

$$\Delta m_J = \pm 1, \quad \Delta m_I = 0$$

$^{87}\text{Rb}$  在强磁场中  $D_2$  线 ( $5S_{1/2} \leftrightarrow 5P_{3/2}, I = 3/2$ ) 的超精细塞曼能级与  $\sigma$  跃迁谱线如图 4 所示. 利用前述类似方法, 计算得到  $B = 75.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ ,  $100^\circ\text{C}$ ,  $L = 5 \text{ cm}$  时的 Rb-FADOF 透射谱的理论曲线(图 5).

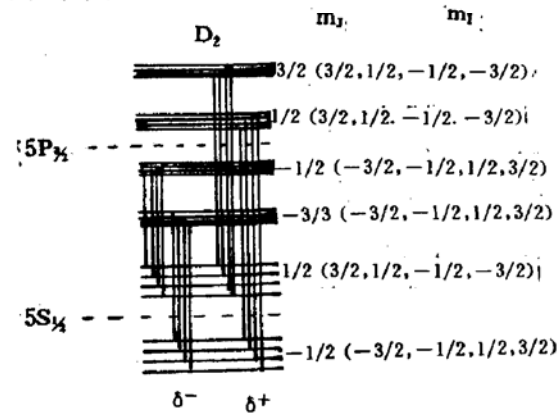


Fig. 4 Energy level diagrams for the  $^{87}\text{Rb}$   $D_2$  line in a strong magnetic field

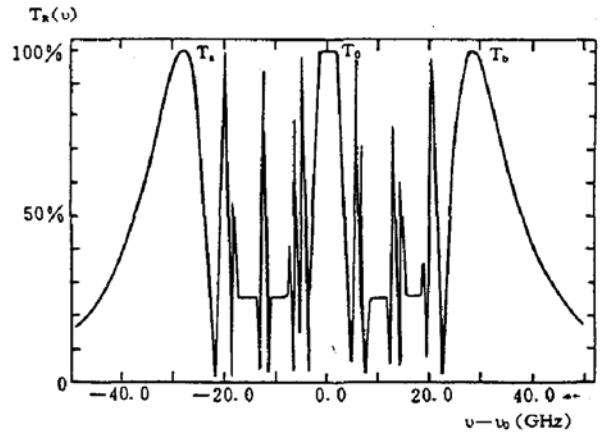


Fig. 5 The theoretical curve in very strong magnetic field.

( $T_i = 100^\circ\text{C}$ ,  $B = 75.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ )

由上分析可见, 在 2.1 节中, 外磁场不破坏  $5S_{1/2}$  态的  $\hat{J} \cdot \hat{I}$  耦合, 则 Rb-FADOF 最大透射峰出现在 Rb 超精细跃迁 ( $B = 0$ ) 谱线边翼 (wing), 参见图 3 和图 7. 这是因为在这个外场条件下,  $6.8 \text{ GHz}$  范围 (图 2a, b 线间距) 内超精细塞曼谱线相互交迭, 使  $\bar{\alpha}$  较大, 透射峰变小或消失 [见式 (11)]. 图 3 透射谱中, 最大边峰  $T_a, T_b$  内侧出现次边峰, 这是由  $\rho L = (2n+1) \cdot \pi/2, n = 1, 2, 3, \dots$  条件决定的. 当然, 并不是满足上述条件就出现透射峰的, 还要同时满足  $\bar{\alpha}, \Delta\alpha$  都很小的条件, 这时传输系数有

$$T_R(\nu) \sim \sin^2 \rho L \quad (13)$$

在 2.2 节中, 最大透射峰不仅出现在边翼 [图 5 中的  $T_a$  和  $T_b$ ], 而且在无外磁场时的谱线中心  $\nu = \nu_0$  处, 出现透射峰, 见图 5 中  $T_0$ . 在 2.2 节中, 两条  $\sigma$  塞曼谱线分裂较大, 致使吸收线中心  $\nu_0$  处  $\bar{\alpha}$  很小或  $\bar{\alpha} \rightarrow 0$ , 而  $\rho L$  (磁旋角度) 却有一定数值, 若  $\rho L = \theta = \pi/2$ , 则在  $\bar{\alpha} \rightarrow 0$  处出现透射峰. 图 6 给出  $B = 75.0 \times 10^{-2} \text{ T}$ ,  $100^\circ\text{C}$   $L = 5 \text{ cm}$  时二能级近似下的吸收系数  $\alpha$ , 磁旋角度  $\theta$  及透射谱. 满足  $\rho L = \pi/2$  条件的  $a, b, 0$  三点 [图 6(b)], 对应的  $\alpha$  很小或近似为 0, 透射谱出现三个峰:  $T_a, T_b$  和  $T_0$ . 而在  $\theta = \rho L = \pi/2$  的  $a_1, a_2, b_1, b_2$  四点上, 对应的  $\alpha$  很大, 故不会出现透射峰 (或透射峰很小).

图 5 中的其余多个透射峰的出现, 则通常是由于磁场、温度等条件使其满足  $\rho L = \pm \pi/2, \pm 3/2\pi, \dots$  而形成的.

### 3 磁场调谐特性

当 FADOF 工作频率选在原子共振吸收线中心时, 磁场不会引起透射峰有明显的频移, 它只改变透射率的大小和透射谱线宽度; 若 FADOF 工作频率选在吸收线边翼, 由于塞曼分裂和吸收线形变化, 使透射峰的中心波长随外磁场的改变而产生明显频移. 利用这个特性, 可实现对 FADOF 的磁场调谐. 在吸收线边翼,  $\bar{\alpha}$  和  $\Delta\alpha$  都很小, 则磁旋能力  $\rho$  可近似表示为:

$$\rho = \frac{\alpha_0}{4\sqrt{\pi}} \left( \frac{1}{\delta\nu + \delta\nu_s} - \frac{1}{\delta\nu - \delta\nu_s} \right) = \frac{\alpha_0}{4\sqrt{\pi}} \left( \frac{-2\delta\nu_s}{\delta\nu^2 - \delta\nu_s^2} \right) \quad (14)$$

当  $\rho L = \pm(2n+1)\pi/2$  时, 透射系数最大, 透射峰位置由下式决定

$$\delta\nu = \pm \left[ (\delta\nu_s)^2 + \frac{\alpha_0 L}{(2n+1)\pi^{3/2}} |\delta\nu_s| \right]^{1/2} \quad (15)$$

式中  $\alpha_0$  为  $B = 0$  时 Rb 原子吸收系数,  $\alpha_0 \sim N$  (原子密度);  $\delta\nu_s = 2\sqrt{\ln 2} \cdot (\Delta\nu_s/\delta\nu_D) \sim B$ ,  $\delta\nu = 2\sqrt{\ln 2} \cdot (\Delta\nu/\Delta\nu_D) \sim (\nu - \nu_0)$ , ( $\Delta\nu_s$  是塞曼裂距,  $\Delta\nu_D$  是 Doppler 线宽). 由此可见, 当温度一定 ( $\alpha_0 = \text{const}$ ) 时,  $\delta\nu$  (工作频率与  $\nu_0$  之差) 随  $\delta\nu_s$  (即  $B$ ) 变化. 一般地讲, 磁场越强, FADOF 的透射峰越远离共振吸收线. 实验测量的透射边峰  $T_a$  或  $T_b$  随外场变化曲线如图 7(a) 和 (b) 所示. 不同温度时, 连续改变外磁场强度, 透射边峰的频移  $\delta\nu'$  ( $T_b$  与 Rb 原子 D<sub>2</sub> 线  $b$  分量间的频差) 与磁场强度关系曲线如图 8 所示.

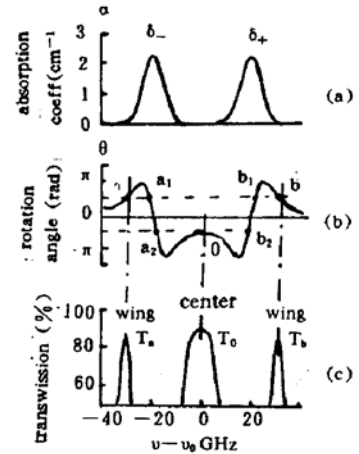


Fig. 6 (a) absorption coefficient of the FADOF for  $\sigma_+$  and  $\sigma_-$  light  
(b) single-pass rotation angle for linearly polarized light;  
(c) transmission of the FADOF

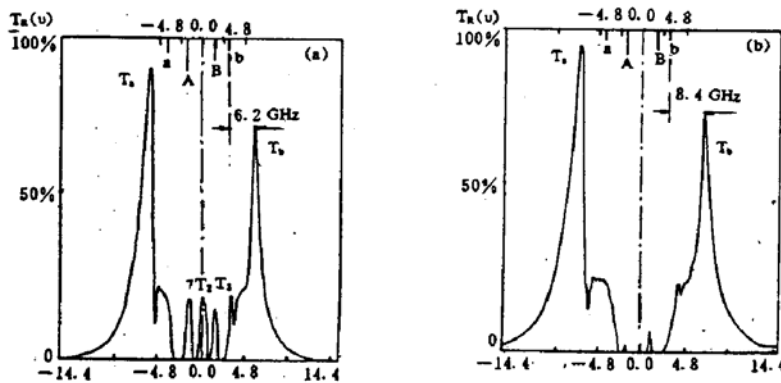


Fig. 7 The transmission spectrums on different magnetic strength

(a)  $T_i = 80^\circ\text{C}$ ,  $B = 4.2 \times 10^{-2}\text{T}$ ; (b)  $T_i = 80^\circ\text{C}$ ,  $B = 6.6 \times 10^{-2}\text{T}$

实验表明, 调节磁场  $B$  时, FADOF 边峰 ( $T_a$  或  $T_b$ ) 透过率基本不变 ( $\sim 30\%$ ), 而边峰的中心波长则随磁场发生明显频移, 当气室温度  $\sim 80^\circ\text{C}$  时, 磁场对边峰的调谐能力  $\sim 80\text{GHz/T}$ . 当然, 频移与磁场并不严格呈线性关系. 理论与实验又表明, 磁场的变化既影响边峰频移, 又使边峰线宽增加, 其线宽改变量  $\sim 60\text{GHz/T}$ .

从应用观点看,利用磁场调谐特性可研制可调谐原子滤光器,而线宽增加则导致滤波带宽增大,使接收信噪比下降,这是不利的.但是对原子共振滤光器而言,线宽增加到 10 GHz,其对应带宽( $\lambda \sim 780$  nm)仅为 0.02 nm,仍小于一般滤光片(十分之几 nm 到几个 nm). FADOF 的透过率通常可做到大于 40%,也好于一般窄带滤光片.所以, FADOF 是一种较理想的高透射、窄线宽、可调谐原子共振滤光器.

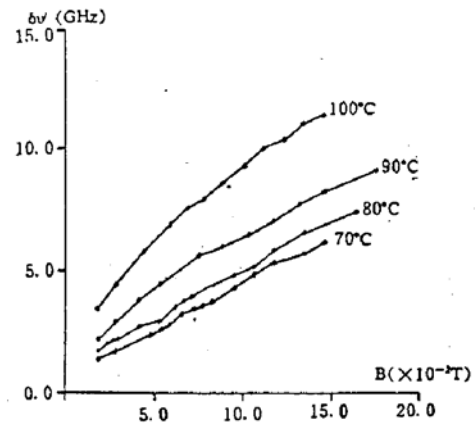


Fig. 8 The frequency shifts of  $T$  as a function of the external magnetic field at different temperatures

### 参 考 文 献

- [1] J. Menders, K. Benson, S. H. Bloom *et al.*, Ultrannarrow line filtering using a Cs Faraday filter at 852 nm. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(11): 846~848
- [2] D. J. Dick, T. M. Shay, Ultra-high noise rejection optical filter. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(11): 867~869
- [3] B. Yin, T. M. Shay, Theoretical model of Faraday anomalous dispersion filter. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(12): 1617~1619
- [4] B. Yin, T. M. shay, Faraday anomalous dispersion optical filter for the Cs 455 nm transition. *IEEE Photonics Technology Letters*, 1992, **4**(5): 488~490
- [5] 陈怀林,彭玉峰,汤俊雄等,一种新型原子滤光器研究. *光学学报*, 1992, **12**(9): 841~845

## Theoretical model and tunable feature of Rb-FADOF in strong magnetic fields

PENG Yufeng      TANG Junxiong      WANG Qingji

(Department of Radio-Electronics, Peiking University, Beijing 100871)

HU Zhilin      SUN Xianping      ZHENG Xizhi

(Wuhan Institute of Physics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071)

(Received 10 August 1992; revised 5 October 1992)

### Abstract

In this paper the theoretical model and tunable feature Rb-Faraday anomalous dispersion optic filter (Rb-FADOF) in strong magnetic fields are discussed. Theoretical analyses and experimental observations are in good agreement. The tuning capabilities of Rb-FADOF by changing the magnetic field have been obtained and some important practical results are also available.

**Key words** Faraday anomalous dispersion, atomic resonance filter.