第13卷 第4期 光 学 学 报 Vol. 13, No. 4
1993年4月 ACTA OPTICA SINICA April, 1993

液晶空间光调制器在阿达玛变换光谱仪中的应用研究—编码模板缺陷的补偿措施

张炳泉 毕凤飞*
(苏州大学激光室，苏州 215006)

提 要

论述了液晶空间光调制器作为固定不动的编码模板在阿达玛变换光谱仪中的应用，对编码模板的缺陷进行了研究，提出了编码模板缺陷的补偿措施. 模拟实验证明了我们给出的补偿措施是正确的.

关键词 液晶空间光调制器， 编码模板的缺陷.

1 引 言

阿达玛变换光谱仪是一种与傅里叶变换光谱仪类似的多路传输的调制光谱仪，它具有很多优点，也得到广泛应用[1~4]. 1987年Tilotta等人[5]把液晶空间光调制器作为编码模板应用于阿达玛变换光谱仪，设计了编码模板固定不动的阿达玛变换光谱仪，Tilotta等人[6]还给出了使用液晶空间光调制器作编码模板(简称液晶编码模板)时均方根信噪比的改善. 1989年Dyer和Park[7]对液晶编码模板的缺陷进行了研究，给出了编码模板存在一个缺陷单元时的补偿措施. 他们的补偿措施，其前提仍然假定编码单元通光时透射率为1，不透时透射率为0，编码矩阵依然是S矩阵. 这种假定与实际情况偏离太大. 本文假定液晶编码模板的编码单元通光时透射率为T_h，不透时透射率为T_0，采取新的解码方法[8]，提出了接近实际情况的方便的补偿措施，模拟实验证明了这种补偿措施是正确的.

2 存在一个缺陷单元时的补偿措施

参考文献[8]，对于液晶编码模板，其实际编码矩阵S_n'可以表示为

$$S_n' = (T_h - T_0)S_n + T_0 J_n, \tag{1}$$

假定液晶编码模板的第l单元有缺陷，在整个实验过程中其透射率一直为C，$0 \leqslant C \leqslant 1$. 用$W$表示模板有一个缺陷单元(第$l$单元)时的实际编码矩阵. W除了第l列全为C以外，其它列与S_n'相同，W具有形式：

$$W = S_n' + \Gamma$$

$$\Gamma = [v_{ij}], \quad v_{ij} = \begin{cases} 0 & i = 1,2\cdots n, j = 1,2\cdots n (j \neq l) \\ C - [S_n']_{ij} & i = 1,2\cdots n, j = l \end{cases}$$

收稿日期：1992年2月21日；收到修改稿日期：1992年3月30日

* 硕士生，现在地址南京分析仪器厂

令

$$\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \cdots\cdots, a_n)^T, \tag{3}$$

$$a_i = v_{il}, \quad i = 1, 2, \cdots\cdots, n$$

$\boldsymbol{a}$ 表示模板缺陷单元对编码的影响，它实际上就是 Γ 的第 l 列. 由于 T_h、T_0、C 以及 l 在实验中均确定，故 $\boldsymbol{a}$ 也是一个已知量.

考虑到 S_n 为左循环 S 矩阵，$S_n^T = S_n$，$\boldsymbol{a}$ 可以写成

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} C - [(T_h - T_0)S_{l1} + T_0] \\ C - [(T_h - T_0)S_{l2} + T_0] \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ C - [(T_h - T_0)S_{li} + T_0] \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ C - [(T_h - T_0)S_{ln} + T_0] \end{bmatrix}, \tag{4}$$

设加到液晶编码模板的编码单元的能量用信号矢量 ψ 表示：$\psi = (\psi_1, \psi_2, \cdots\cdots, \psi_n)^T$，这里 ψ 就是待测的实际光谱. n 次测量的结果用测量值矢量 $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \cdots\cdots, \eta_n)^T$ 表示，n 次测量的误差用 $\boldsymbol{e} = (e_1, e_2, \cdots\cdots, e_n)^T$ 表示. 则

$$\boldsymbol{\eta} = W\psi + \boldsymbol{e} = S_n'\psi + \psi_l\boldsymbol{a} + \boldsymbol{e}, \tag{5}$$

按照编码矩阵为 S_n 时的解码方法进行解码，可以得到实际光谱的估算值矢量(初步)$\hat{\psi}$ 为

$$\hat{\psi} = S_n^{-1}\boldsymbol{\eta} = (T_h - T_0)\psi + \frac{2T_0}{n+1}\begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}\sum_{i=1}^{n}\psi_i + \psi_e S_n^{-1}\boldsymbol{a} + S_n^{-1}\boldsymbol{e}, \tag{6}$$

式中 $S_n^{-1}\boldsymbol{\eta}$ 和 $S_n^{-1}\boldsymbol{a}$ 可通过对 $\boldsymbol{\eta}$ 和 $\boldsymbol{a}$ 作快速阿达玛变换来实现. 对(6)式两边的矢量的 n 个分量求和

$$\sum_{i=1}^{n}\hat{\psi}_i = (T_h - T_0)\sum_{i=1}^{n}\psi_i + \frac{2T_0 n}{n+1}\sum_{i=1}^{n}\psi_i + \psi_l\sum_{i=1}^{n}(S_n^{-1}\boldsymbol{a})_i + \sum_{i=1}^{n}(S_n^{-1}\boldsymbol{e})_i, \tag{7}$$

可以证明最后二项

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}(S_n^{-1}\boldsymbol{e})_i = 0, \\ &\sum_{i=1}^{n}(S_n^{-1}\boldsymbol{a})_i = C - T_h + \frac{n-1}{n+1}(C - T_0). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

令

$$x = C - T_n + \frac{n-1}{n+1}(C - T_0), \tag{9}$$

则(7)式可写成

$$\sum_{i=1}^{n}\psi_i = \frac{n+1}{(n+1)T_h + (n-1)T_0}\left(\sum_{i=1}^{n}\hat{\psi}_i - \psi_l x\right), \tag{10}$$

将(10)式代八(6)式，可得到

$$\hat{\psi} = (T_h - T_0)\psi + \frac{2T_0}{(n+1)T_h + (n-1)T_0}\begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}\left(\sum_{i=1}^{n}\hat{\psi}_i - \psi_l x\right) + \psi_l S_n^{-1}\boldsymbol{a} + S_n^{-1}\boldsymbol{e}, \tag{11}$$

修正了的实际光谱的估算值矢量用 $\hat{\psi}_{\mathrm{MOD}i}$ 表示，令

$$\hat{\psi}_{\mathrm{MOD}i} = \frac{1}{T_h - T_0}\left[\hat{\psi} - \frac{2T_0}{(n+1)T_h - (n-1)T_0}\begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}\left(\sum_{i=1}^{n}\hat{\psi}_i - \psi_l x\right) - \psi_l S_n^{-1}\boldsymbol{a}\right], \tag{12}$$

利用(10)式得

$$\hat{\psi}_{MODi} = \psi + (T_h - T_0)^{-1} S_n^{-1} e, \tag{13}$$

现在再来估算 ψ_l 的值，略去方程(11)右边的 $S_n^{-1} e$，取矢量的第 l 个分量，则有

$$\hat{\psi}_l = (T_h - T_0)\psi_l + \frac{2T_0}{(n+1)T_h + (n-1)T_0}\left(\sum_{i=1}^{n}\hat{\psi}_i - \psi_l x\right) + \psi_l \frac{2}{n+1}[(2S_n - J_n)a]_l, \tag{14}$$

(14)式最后一项可计算得

$$\psi_l = \frac{\hat{\psi}_l - \dfrac{2T_0}{(n+1)T_h + (n-1)T_0}\sum_{i=1}^{n}\hat{\psi}_i}{\dfrac{2}{n+1}(C - T_0) - \dfrac{2T_0[C - T_h + (n-1)(C - T_0)/(n+1)]}{(n+1)T_h + (n-1)T_0}}, \tag{15}$$

对于(12)式，可通过快速阿达玛变换确定 $\hat{\psi}$，$S_n^{-1} a$ 和 $\sum_{i=1}^{n} \hat{\psi}_i$，由(9)式和(15)式可求得 x 和 ψ_l，这样就可以确定修正了的实际光谱的估算值 $\hat{\psi}_{MODi}$，$\hat{\psi}_{MODi}$ 即为实际光谱的最佳估算值.

3 推 论

1） 对于编码矩阵为 S_n 的标准编码模板，有[2]

$$\hat{\psi} = \psi + S_n^{-1} e, \tag{16}$$

平均匀方差 $\varepsilon_{标准模板} = (4\sigma^2/n)$，其中 σ^2 表示在没有多路传输时测量的均方差. 这时均方根信噪比的增加为

$$\Delta(\mathrm{SNR})_{r.m.s.标准模板} = (\sqrt{n}/2), \tag{17}$$

比较(13)式和(14)式，可以看到，对于以 W 作为编码矩阵液晶编码模板，平均均方差 ε 可以表示为

$$\varepsilon = (T_h - T_0)^{-2}\varepsilon_{标准模板} = (4/n)(T_h - T_0)^{-2}\sigma^2, \tag{18}$$

使用液晶编码模板时，均方根信噪比的增加 $\Delta(SNR)_{r.m.s.}$ 可以表示为

$$\Delta(\mathrm{SNR})_{r.m.s.} = (T_h - T_0)(\sqrt{n}/2), \tag{19}$$

显而易见，只有当 $(T_h - T_0)(\sqrt{n}/2) > 1$ 时，使用液晶编码模板才有意义.

2） 采取与单一缺陷单元完全类似的处理方法，可以方便地得到液晶编码模板存在两个或多个缺陷单元的补偿措施.

4 数据模拟实验

本文的数据模拟实验的指导思想是：假设一组待测的实际光谱的真值为 ψ，经过编码矩阵为 W 的液晶编码模板的编码后，得到一组测量值矢量 η，若假定测量值的误差矢量 e 为零矢量，利用前面给出的补偿措施进行解码，得到实际光谱的最佳估算值 $\hat{\psi}_{MODi}$. 如果给出的补偿措施是正确的话，那么，$\hat{\psi}_{MODi}$ 应该与待测的实际光谱的真值 ψ 完全一致.

设编码单元数 $n = T$，等测的实际光谱真值为 $\psi = (1,4,12,2,3,10,0)^T$. 液晶编码模板的 $T_h = 0.8$，$T_0 = 0.2$. 编码模板的第 2 个单元有缺陷，亦即 $l = 2$，设 $C = 0.3$. S_7 为 M 序列结构的左循环 S 矩阵，其第一行为 1,1,1,0,1,0,0. 对于完好无缺的液晶编码模板，模板的编码矩阵 S'_7 编码可以表示为：$S'_7 = 0.6S_7 + 0.2J_7$. 引入 a 表示实际的液晶编码模板的第 2 个缺陷单元对编码的影响，由(4)式，可以得知

$$a(-0.5,-0.5,0.1,-0.5,0.1,0.1,-0.5)^T, \tag{20}$$

进而可求得

$$\left.\begin{aligned} \psi_2 a &= (-2,-2,0.4,-2,0.4,0.4,-2)^T, \\ S'_7\psi &= (18.4,10.6,20.2,16.6,16,16.6,23.2)^T. \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

假定测量值的误差矢量 e 为零矢量，由(5)式即可以得到测量值矢量 η：

$$\boldsymbol{\eta} = (16.4, 8.6, 20.6, 14.6, 16.4, 17.0, 21.2)^T, \tag{22}$$

由 $\hat{\psi} = S_7^{-1}\boldsymbol{\eta} = [(2S_7 - J_7)\boldsymbol{\eta}/4]$ 可得

$$\left.\begin{aligned} \hat{\psi} &= (2.3, 1.7, 8.9, 2.9, 3.5, 7.7, 1.7)^T, \\ S_7^{-1}\boldsymbol{a} &= (0.1, -2.3, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1)^T. \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

由(9)式求得 $x = -(17/40)$，由(15)式求得 $\psi_2 = 4$，由(12)式，就可求得实际光谱的最佳估算值

$$\hat{\psi}_{MODi} = (1, 4, 12, 2, 3, 10, 0)^T, \tag{24}$$

这里 $\hat{\psi}_{MODi}$ 与待测的实际光谱的真值 ψ 完全一致，由此说明本文所给出的补偿措施是正确的. 对于编码单元数 $n = 255$ 的情形，作者也曾在计算机上用类似的方法进行了模拟实验，结果也表明所给出的补偿措施是正确的.

参 考 文 献

[1] M. Harwit, P. G. Phillips, T. Fine *et al.*, Doubly multiplexed dispersive spectrometers, *Appl, Opt.* 1970, **9**(5): 1149～1154

[2] M. Harwit, N. J. A. Sloane, *Hadamard Transform Optics*. New York: Academic Press 1979: 181～198

[3] 张炳泉，阿达玛变换光谱仪. 南开大学学报(自然科学版), 1983, (1): 61～65

[4] 张炳泉，用于汽车废汽分析的阿达玛变换光谱仪. 光学与光谱技术, 1981, **2**(2): 65～68

[5] D. C. Tilotta, R. M. Hammaker, W. G. Fateley, A Visible Near-infrared hadamard transform spectrometer based on a liquid crystal spatial light modulator array: A new approach in spectrometry. *Appl, Spectrosc.* 1987, **41**(5): 727～734

[6] D. C. Tilotta, R. M. Hammaker, W, G. Fateley, Multiplex advantage in hadamard transform spectrometry utilizing transmission defects. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(19): 4285～4290

[7] Stephen A. Dyer, Lin Bae Park, The effect of a single defective mask element on the multiplex advantange in hadamard transform spectroscopy. *Appl. Spectrosc.*, 1989, **43**(2): 278～283

[8] 张炳泉，毕凤飞，液晶空间光调制器在阿达玛变换光谱仪中的应用研究—快速精确的解码方法. 光学学报, 1992, **12**(7): 610～613

Application of liquid crystal spatial light modulator in Hadamard transform spectrometer—a measure of compensating for the defective encoding mask

ZHANG Bingquan　　BI Fengfei

(*Laser Institute, Suzhou University, Suzhou* 215006)

(Received 21 February 1992; revised 30 March 1992)

Abstract

The liquid crystal spatial light modulator used as a stationary encoding mask of Hadamard Transform Spectrometer is described in this paper. The defect of the encoding mask is studied, and a measure of compensating for the defect is proposed. Some analog experiments demonstrate that the compensating measure correct.

Key words　liquid crystal spatial light modulator,　defective encodement mask.