

锥形梯度折射率激光准直系统的矩阵光学研究*

廖廷佛

(福建师范大学激光研究所, 福州 350007)

提 要

把梯度折射率激光准直系统视为一个整体, 采用矩阵光学的方法, 研究了高斯光束经锥形梯度折射率激光准直系统的传输特性. 讨论了多级密接锥形梯度折射率激光准直系统的设计原理.

关键词 梯度折射率, 高斯光束, 矩阵光学, 光学系统设计.

1 引 言

随着梯度折射率光学和微型光学理论、材料制备工艺的不断发展和完善, 开拓梯度折射率光学系统的应用已成为当今梯度折射率光学研究的主要方向^[1]. 梯度折射率激光准直和聚焦元件, 因结构简单、装调方便和象质好等优点, 已成为激光唱机、光通信、激光复印机等微型激光技术和微型光学装置的重要组成部件^[2~4]. 近十年来, 已有不少文献探讨了光在梯度折射率纤维中的传播特性^[5~8]. 然而, 迄今为止对微型梯度折射率激光准直或聚焦理论及元件设计的研究却很少见报道. 在文献[9]中, 作者采用等效望远系统的方法分析了锥形梯度折射率纤维用作激光准直元件的原理和特性. 本文拟把梯度折射率激光准直系统视为一个整体, 采用矩阵光学的方法, 研究了锥形梯度折射率激光准直系统的高斯光束传输特性, 并讨论了多级密接锥形梯度折射率激光准直系统的设计.

2 锥形梯度折射率激光准直系统的准直理论

2.1 锥形梯度折射率纤维的 ABCD 矩阵

考虑梯度折射率激光准直系统, 其基本准直元件为锥形梯度折射率纤维透镜, 如图 1 所示. 其折射率分布为

$$n^2(x, y, z) = n_0^2[1 - g^2(z)(x^2 + y^2)], \quad (1)$$

式中 $n_0 = n(0, 0, z)$, $g(z)$ 为折射率梯度参数

$$g(z) = g_0/(1 + z/L), \quad (2)$$

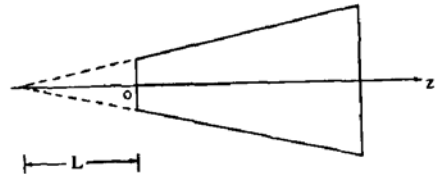


Fig. 1 A conical gradient index rod

收稿日期: 1991 年 6 月 3 日; 收到修改稿日期: 1992 年 7 月 20 日

* 本文系福建省自然科学基金资助项目

式中 $g_0 = g(0)$, L 为锥形纤维小端面至锥顶点间的距离。

在近轴条件下,从光线微分方程可求得锥形梯度折射率纤维中的光线传播轨迹,从而得到光在锥形梯度折射率纤维中传播的 ABCD 矩阵

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_2(z) & H_1(z) \\ H_2'(z) & H_1'(z) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中 $H_1(z)$ 、 $H_2(z)$ 、 $H_1'(z)$ 、 $H_2'(z)$ 为^[5]

$$H_1(z) = \frac{L}{b} \sqrt{t} \sin(blnt), \quad H_2(z) = \sqrt{t} \left[\cos(blnt) - \frac{1}{2b} \sin(blnt) \right], \quad (4)$$

$$H_1'(z) = \frac{1}{\sqrt{t}} \left[\cos(blnt) + \frac{1}{2b} \sin(blnt) \right], \quad H_2'(z) = -\frac{g_0^2 L}{b \sqrt{t}} \sin(blnt), \quad (5)$$

式中 $H(z) = x(z)$ 或 $y(z)$, $H'(z) = dH(z)/dz$, $b^2 = g_0^2 L^2 - 1/4$, $t = t(z) = 1 + z/L$. 且有 $H_1'(z)H_2(z) - H_1(z)H_2'(z) = 1$.

2.2 锥形纤维的激光准直特性

高斯光束在梯度折射率纤维中的传播可用如下 ABCD 定律描述

$$q_2 = (Aq_1 + B)/(Cq_1 + D). \quad (6)$$

设入射光束为高斯平面波,或为会聚高斯光束且束腰平面与纤维 $z = 0$ 端面重合,则 $q_1 = i\pi\omega_0^2/\lambda = iz_0$, 由(6)式可求得光斑半径

$$\omega(z) = \omega_0 \left[A^2 + \left(\frac{B}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (7)$$

引入无量纲光斑半径 $f(z) = \omega(z)/\omega_0$, 并将(3)~(5)式代入(7)式得

$$f^2(z) = t(z) \left[\frac{1}{2b^2} \left(b^2 + \frac{1}{4} + \frac{L^2}{z_0^2} \right) + \frac{1}{2b^2} \left(b^2 - \frac{1}{4} - \frac{L^2}{z_0^2} \right) \cos(2blnt) - \frac{1}{2b} \sin(2blnt) \right]. \quad (8)$$

由(8)式并令 $df^2(z)/dz = 0$ 得

$$\sin(blnt) = 0, \quad \text{或} \quad \text{tg}(blnt) = 2\beta. \quad (9)$$

式中 $\beta = b[g_0^2 - (1/z_0^2)]/[g_0^2 + (1/z_0^2)]$. 从(9)式可求得在锥形梯度折射率纤维中传播的高斯光束的光斑半径极大值和极小值坐标

$$z_m = L[\exp(m\pi/b) - 1], \quad z'_m = L\{\exp[(1/b)(\text{tg}^{-1}(2\beta) + (m-1)\pi)] - 1\} \\ m = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

将 $z = z_m$ 代入(8)式求得在锥形梯度折射率纤维中传播的高斯光束的束腰光斑极大值

$$\omega(z_m) = \omega_0(1 + z_m/L)^{1/2}. \quad (11)$$

若 $z = z_m$ 处为光斑输出面,则输出光束为准直的高斯光束(高斯平面波),且光斑最大扩束比为

$$r_{\max} = f(z_m) = (1 + z_m/L)^{1/2}. \quad (12)$$

以 $z = z_m$ 代入(3)~(5)式得 ABCD 矩阵

$$M = \begin{bmatrix} \sqrt{1 + z_m/L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1 + z_m/L}} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

2.3 单元锥形梯度折射率激光准直元件

单元锥形梯度折射率激光准直元件系为 $m = 1$, 长度为 $d = z_1 = [\exp(\pi/b) - 1]$ 的锥形梯

度折射率纤维. (12)、(13)式化为

$$r = f(z_1) = (1 + \frac{z_1}{L})^{1/2} = \sqrt{t}. \quad (14)$$

$$M = \begin{bmatrix} \sqrt{t} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{t}} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

式中 $t = t(z_1) = 1 + z_1/L = \exp(\pi/b)$. 图 2 所示为一单元锥形激光准直元件对高斯光束的准直变换. 束腰平面与纤维的端面重合.

3 密接锥形梯度折射率激光准直系统的设计原理

下面进一步考虑由 N 个共轴单元锥形激光准直元件在空气中密接组成的梯度折射率激光准直系统, 如图 3 所示. 设第 i 个单元锥形准直元件的最大束腰光斑输出面与第 $i+1$ 个单元锥形准直元件的束腰光斑输入面(即纤维的入射端面)重合, 且 $\omega_{0i+1} = \omega'_{0i}$; 并设第 i 个锥形准直元件的参数为 g_{0i}, L_i, d_i :

$$g_i(z) = g_{0i} / [1 + \frac{z - z_{0i}}{L_i}] = \frac{g_{0i}}{t_i(z)}. \quad (16)$$

$$d_i = L_i [\exp(\pi/b_i) - 1], \quad b_i^2 = (g_{0i} L_i)^2 - \frac{1}{4}. \quad (17)$$

式中 $t_i(z) = 1 + \frac{z - z_{0i}}{L_i}$, $z_{0i} = \sum_{j=1}^{i-1} d_j$ 为第 i 个锥形准直元件的起始坐标.

在(15)式中作变换 $g_0 \rightarrow g_{0i}, L \rightarrow L_i, t \rightarrow t_i$ 即可得第 i 个单元锥形准直元件的传播矩阵

$$M_i = \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{t_i} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{t_i}} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

式中 $t_i = 1 + d_i/L_i = L_i \exp(\pi/b_i)$. 则 N 级密接锥形梯度折射率激光准直系统的 ABCD 矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} (t_1 t_2 \cdots t_N)^{1/2} & 0 \\ 0 & (t_1 \cdot t_2 \cdots t_N)^{-1/2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

将(19)式的 ABCD 代入(6)式求得

$$\omega'_{0 \max} = (t_1 t_2 \cdots t_N)^{1/2} \omega_0, \quad r_{\max} = \omega'_{0 \max} / \omega_0 = (t_1 \cdot t_2 \cdots t_N)^{1/2}. \quad (20)$$

对于 N 级密接连续锥形准直元件组成的梯度折射率激光准直系统, 如图 4 所示, 可以证明 $t_1 \cdot t_2 \cdots t_i \cdots t_N = 1 + \frac{D}{L}$, $D = \sum_{j=1}^N d_j$, 因而(20)式化为

$$\omega'_{0 \max} = \omega_0 (1 + \frac{D}{L})^{1/2}, \quad r_{\max} = \frac{\omega'_{0 \max}}{\omega_0} = (1 + \frac{D}{L})^{1/2} \quad (21)$$

考虑到 $d_j = z_j - z_{j-1}$, z_j 为光斑极大值坐标, 由(10)确定, 则 $D = \sum_{j=1}^N d_j = z_N$. 故(21)式与(11)、(12)式一致.

根据上述理论, 即可进行锥形梯度折射率激光准直系统的设计. 先讨论入射光束为高斯平面波的“标准准直系统”, 设计步骤简述如下:

1) 根据输出光束光斑半径要求 ω'_0 及已知的输入光束光斑半径 ω_0 , 求得系统扩束比 r_{\max}

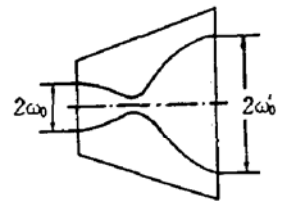


Fig. 2 A conical GRIN laser beam collimating unit

$$= \frac{\omega_0'}{\omega_0}$$

2) 根据 r_{\max} 值选择激光准直系统的结构型式. 现选用单一连续锥形梯度折射率纤维准直元件进行设计, 并设 $l_0 = 0$.

3) 根据材料情况, 选择一种合适的锥形梯度折射率纤维, 则 g_0, L 及 b 即为已知.

4) 从(10)、(12)式得 $r_{\max} = \exp(m\pi/2b)$, 由此可求得 $m = (2b/b)\ln r_{\max}$.

5) 根据(10)式求得锥形梯度折射率激光准直系统的长度 $D = z_m = L(r_{\max}^2 - 1)$. 输出光束束腰平面位于锥形纤维的端面 $z = z_m$ 处.

6) 若选用密接锥形梯度折射率激光准直系统结构型式, 则可根据 r_{\max} 大小来确定单元锥形激光准直元件的数目 N . 再按(21)式即 $r = r_1 \cdot r_2 \cdots r_i \cdots r_N$ 来分配每个单元锥形准直元件的扩束比 r_i . 最后按 1 ~ 5 步骤进行诸单元锥形准直元件的设计. 在确定单元锥形准直元件的口径, 必须满足关系 $\omega_{0,i} \leq r_{i+1,1} \leq r_{i,2}$. 这样才能使第 i 个锥形准直元件输出的光束全部耦合进入第 $i + 1$ 个锥形准直元件. 实际的梯度折射率激光准直系统可以是锥形梯度折射率激光准直子系统 and 单元锥形准直元件的组合.

现考虑入射光束束腰平面位于纤维端面前 l_0 处时准直系统的设计. 计及高斯光束在长度为 l_0 的自由空间中的传播及在纤维端面上的折射率, 则(3)式的 ABCD 矩阵应为

$$M = \begin{bmatrix} H_2(z) & \frac{1}{n_0} H_1(z) - l_0 H_2(z) \\ H_2'(z) & \frac{1}{n_0} H_1'(z) - l_0 H_2'(z) \end{bmatrix} \quad (22)$$

这样, 公式(7)、(8)仍然适用. 同样可求出在锥形纤维中传播的高斯光束的极大值坐标. 由此可确定第一级锥形准直元件的附加长度 $\delta = z_1$. 如图 5 所示. 而后面各级锥形准直元件可按单元锥形准直元件或“标准锥形准直子系统”来设计. 但公式中需作变换 $g_0 \rightarrow g_0/(1 + \delta/L), L \rightarrow L + \delta$. 这样, 实际激光准直系统($l_0 \neq 0$)的设计就可化为“标准激光准直系统”的设计. 图 5 是锥形梯度折射率激光准直系统的一个实例.

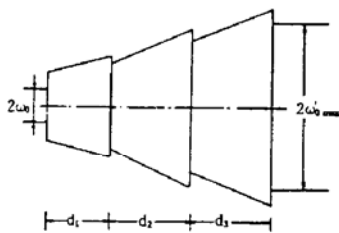


Fig. 3 A contact conical GRIN laser beam collimating system (N=3)

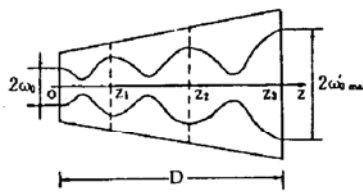


Fig. 4 A continuous conical GRIN laser beam collimating system (N=3)

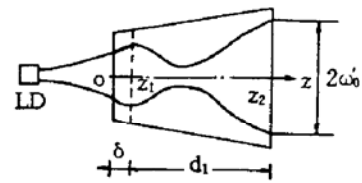


Fig. 5 A practical conical GRIN laser beam collimating system

综上所述, 采用矩阵光学的方法研究了锥形梯度折射率激光准直系统(元件)的高斯光束传输特性及设计原理. 与文献[9]的等效望远系统分析法相比, 本文方法更为简便. 应用本文结果, 易于确定纤维长度以获得输出光束最大扩束比. 此外, 本文结果用于设计多级密接锥形梯度折射率激光准直系统尤为方便. 但若是设计一个球面端面的锥形梯度折射率激光准直元件, 则需要采用文献[9]的有关结果. 最后必须指出, 本文结果只适用于傍轴激光准直系统的设计.

参 考 文 献

- [1] E. W. Marchand, H. Nishihara, Gradient-index optics; introduction by the feature editors. *Appl. Opt.*, 1990, **29** (28):3991
- [2] H. Nishi, H. Ichikawa, M. Toyama *et al.*, Gradient-index objective lens for the compact disk system. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(19):3340~3344
- [3] I. Kitano, H. Ueno, M. Toyama, Gradient-index lens for low-loss coupling of a laser diode to single-mode fiber. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(19):3336~3339
- [4] M. Kawazu, Y. Ogura, Application of gradient-index fiber arrays to copying machines. *Appl. Opt.*, 1980, **19** (7):1105~1112
- [5] C. Gomez-Reino, M. V. Perez, Image and transform transmission through divergent conical GRIN rods. *Opt. Commun.*, 1985, **55**(1):5~7
- [6] C. Gomez-Reino, J. Linares, Paraxial Fourier transforming and imaging properties of a GRIN lens with revolution symmetry; GRIN lens law. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(19):3418~3424
- [7] A. Sharma, D. V. Kumar, A. K. Ghatak, Tracing rays through graded-index media; a new method. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(6):984~987
- [8] J. Alda, G. D. Boreman, On-axis and off-axis propagation of Gaussian beams in gradient-index media. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(19):2944~2950
- [9] 廖廷弟, 一种新颖的激光准直系统的研究. *光学学报*, 1991, **11**(4):347~352

Study of laser beam collimating system with conical gradient-index rods by matrix optics method

LIAO Tingdi

(*Institute of Laser, Fujian Normal University, Fuzhou 350007*)

(Received 3 June 1991; revised 20 July 1992)

Abstract

The characteristics of Gaussian beam propagation through a laser beam collimating system consisting of conical GRIN rods are studied by using the matrix optics method. The principle for designing a laser beam collimating system with several contact conical GRIN beam collimating units is discussed in this paper.

Key words gradient index, Gaussian beam, matrix optics, optical system design.