

染料激光中的饱和效应和倍增噪声*

朱士群 印建平 陈玉华

(苏州大学物理系, 苏州 215006)

提 要

研究了单模激光中的倍增噪声和饱和效应, 导出了定态激光强度的平均值和归一化方差. 同实验值相比较, 理论与实验在阈值附近符合得很好. 而在远高于阈值时, 含有饱和效应的激光模型能更好地描述实际应用中的激光.

关键词 单模激光, 倍增噪声, 饱和效应, 强度方差.

1 引 言

对既含有加性噪声又含有倍增噪声的单模激光的研究表明, 这一类激光系统的统计性质在阈值附近存在较大的反常涨落行为^[1~9]. 这些反常涨落主要来自倍增泵浦噪声. 在染料激光中, 泵浦噪声用有色噪声来表征^[1,3~6], 而在理论分析中, 泵浦噪声有时用白噪声来表示^[2,7~9]. 在以前的染料激光理论分析中, 激光模型往往只保留到光场振幅的三次非线性项^[1~6], 即只研究了三次项的饱和效应, 而对含有高于三次项饱和效应的激光模型的理论研究, 只是在远高于阈值的近似下讨论过激光强度的相关函数^[2,9].

本文从既含有加性量子噪声又含有倍增泵浦噪声的激光场出发, 研究了含有高次项饱和效应以及只含有三次非线性项的激光模型, 导出了定态激光强度的平均值和归一化强度方差的表达式, 同实验值^[8]相比较, 在阈值附近两种理论与实验符合得很好, 但在远高于阈值时, 含有高次项饱和效应的饱和激光模型更接近于实际运转的激光.

2 两种理论模型

具有三次饱和项的单模激光模型(以下简称三次激光模型)遵从郎之万方程

$$dE/dt = \alpha_0 E - A|E|^2 E + p(t)E + q(t), \quad (1)$$

式中电场 E 为无量纲的复变量, 实参量 α_0 和 A 分别为增益和自饱和系数, 复随机变量 $q(t)$ 和 $p(t)$ 分别表示量子噪声和泵浦噪声. 噪声项的系综平均为零, 它们的统计性质由二次矩表示为

$$\langle q_i(t)q_j(t') \rangle = P\delta_{ij}\delta(t-t'), \quad (i, j = 1, 2) \quad (2)$$

$$\langle p_i(t)p_j(t') \rangle = \frac{P'}{2}\delta_{ij}e^{-\gamma|t-t'|} \xrightarrow{\gamma \rightarrow \infty} P'\delta_{ij}\delta|t-t'|, \quad (i, j = 1, 2) \quad (3)$$

式中 P 和 P' 分别为量子噪声和泵浦噪声强度.

收稿日期: 1992年2月26日; 收到修改稿日期: 1992年4月27日

* 本课题得到国家自然科学基金的资助.

如果倍增噪声 $p(t)$ 是有色噪声 (γ 是有限值), 方程 (1) ~ (3) 是通常的染料激光模型^[1,3~6]. 如果倍增噪声 $p(t)$ 是白噪声 ($\gamma \rightarrow \infty$), 方程 (1) ~ (3) 是染料激光模型的近似^[2,7~9]. 通过在 He-Ne 激光中迭加上倍增白噪声 $p(t)$, 控制倍增白噪声的强度 P' , 就能对倍增噪声的作用进行测量和分析研究^[8].

含有高阶项饱和效应的饱和激光模型(以下简称饱和模型)服从郎之万方程

$$\frac{dE}{dt} = -KE + \frac{F_1 E}{1 + A|E|^2/F_1} + p(t)E + q(t), \quad (4)$$

式中 K 为电场空腔衰减速率, $F_1 = (a_0 + K)$ 为增益参量.

当倍增噪声是白噪声时(即 (3) 式中 $\gamma \rightarrow \infty$), 从 (1) ~ (4) 式可求出定态激光强度 $I = |E|^2$ 的平均值 $\langle I \rangle$ 和归一化强度方差 $\lambda_2(0) = \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle / \langle I \rangle^2$. 对于三次激光模型, 有

$$\langle I \rangle_c = \frac{a_0}{A} + \frac{P' \alpha_c^{\beta_c + 1} \exp(-\alpha_c)}{A \Gamma(\beta_c + 1, \alpha_c)}, \quad (5)$$

$$\lambda_{2c}(0) = \frac{P}{A \langle I \rangle_c^2} + \frac{a_0 + P'}{A \langle I \rangle_c} - 1, \quad (6)$$

$$\alpha_c = \frac{AP}{(P')^2}, \quad \beta_c = \frac{a_0}{P'} + \frac{AP}{(P')^2} - 1, \quad (7)$$

$\Gamma(\beta_c + 1, \alpha_c)$ 为不完全伽玛函数^[10]. 方程 (5) ~ (7) 已在文献 [8] 中导出, 这里写出来只是为了和从饱和激光模型得到的结果进行比较.

对于含有高阶项饱和效应的饱和激光模型, 有

$$\langle I \rangle_s = \frac{PA + F_1(F_1 - K)}{A(K - P')} + \frac{F_1 K}{A(K - P') {}_2F_1(\beta, 1; \alpha; 1 - AP/F_1 P')} \quad (8),$$

$$\lambda_{2s}(0) = \frac{F_1 P}{A(K - 2P') \langle I \rangle_s^2} + \frac{2PA + F_1 P' + F_1(F_1 - K)}{A(K - 2P') \langle I \rangle_s} - 1 \quad (9),$$

$$\alpha = (K/P') - 1, \quad \beta = F_1^2 / (F_1 P' - PA) \quad (10)$$

而 ${}_2F_1(\beta, 1; \alpha; 1 - AP/F_1 P')$ 为超几何函数^[10].

3 理论和实验的比较: 倍增噪声

为了检验理论的准确程度, 以上导出的理论公式将同实验结果进行比较^[8]. 参量的数值取为 $A = 1, P = 2, P' = 2Q$, 空腔衰减常数 K 取为 500 并有 $a_0 = F_1 - K$.

归一化强度方差 $\lambda_2(0)$ 的理论预期值作为泵浦参量 a_0 的函数, 连同实验值^[8]均画在图 1

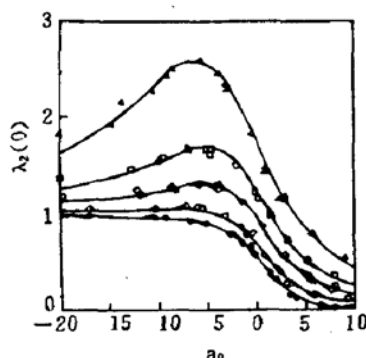


Fig. 1 Normalized variance $\lambda_2(0)$ of the intensity as a function of the pump parameter a_0 . $K = 500$ with (from bottom to top) $p' = 0, 0.5, 1.32, 2.30, 4.26$. $\triangle, \square, \diamond, \circ, \bullet$, experimental measurements from Ref. [8~9]

中. 理论曲线分别从 (5), (6) 式和 (8), (9) 式得到. 从图 1 可见, 两种理论同实验符合得都很好. 对于不同数值的倍增噪声强度 P' , 三次激光模型和饱和激光模型在阈值附近几乎没有差别. 即使当 $a_0 = 10$ 时, 这两种理论之间的相对误差也不超过 2.5%, 但含有高阶项饱和效应的饱

和激光模型给出的数值总比三次激光模型给出的略高.

图 1 清楚地表明,对不为零的倍增噪声强度 P' , 强度方差 $\lambda_2(0)$ 在衰减为零之前有一峰值, 然后则随泵浦参量 a_0 的增长而迅速减小为零. 峰值出现在激光工作于阈值以下(即 $a_0 < 0$ 时), 峰值的高度随着 P' 的增加而增高但位置则向更小的 a_0 值移动.

4 饱和效应

为了看出激光中的饱和效应, 激光场的平均强度 $\langle I \rangle$ 和归一化强度方差 $\lambda_2(0)$ 作为泵浦参量 a_0 的函数分别画出图 2 和图 3 中. 在这两幅图中, 倍增噪声强度 P' 取固定值, 而空腔衰减常数 K 则取不同值. 图 2 是平均强度 $\langle I \rangle$ 作为 a_0 的函数曲线. 从图 2 可见, 当 a_0 是很大的负值(远低于阈值)时, 两种理论模型之间几乎没有差别; 而当 a_0 是很大的正值(远高于阈值)时, 这两种理论之间就有显著的差别. 例如, 当 $K = 30, a_0 = 10$ 时, 从饱和激光理论得到的预期值和从三阶理论得到的预期值之间的相对偏差高达 52%, 而且相对偏差随着 a_0 的增加而不断扩大. 但相对偏差随着 K 的增加而不断减小, 例如, 当 $K = 500, a_0 = 10$ 时, 相对偏差只有 2.8%, 正如图 2 所示. 图 3 是归一化强度方差 $\lambda_2(0)$ 作为 a_0 的函数曲线. 图 3 清楚地表明, 当方差 $\lambda_2(0)$ 衰减为零前有一峰值, $\lambda_2(0)$ 的数值随着 K 的增加而不断减小, 峰值位置则随 K 的增加而向 a_0 小的方向移动.

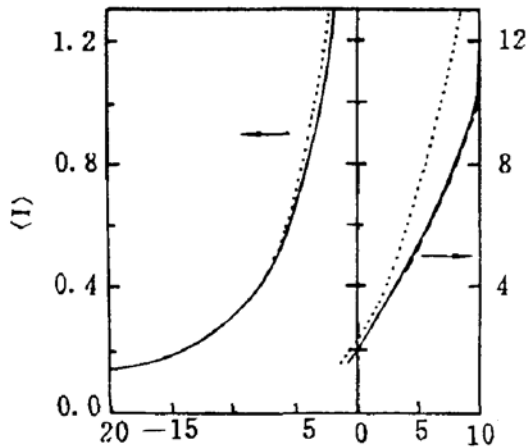


Fig. 2 Mean laser intensity $\langle I \rangle$ [Eq. (8)] as a function of the pump parameter a_0 with $P' = 4$. 26., $K = 30$; —, $K = 500$; ---, third-order laser model^[5]

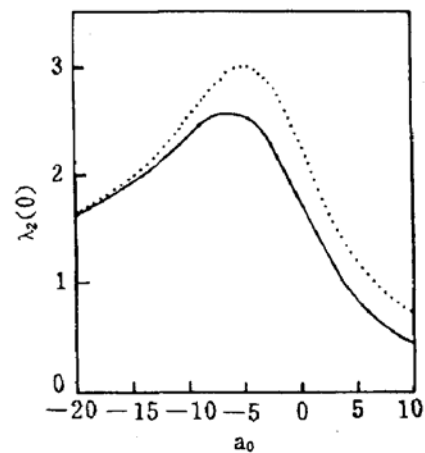


Fig. 3 Variance $\lambda_2(0)$ ^[9] as a function of the pump parameter a_0 with $P' = 4$. 26., $K = 30$; —, $K = 500$

5 讨 论

对既含有加性量子噪声又含有倍增泵浦噪声的激光中饱和效应的研究表明, 当 $F_1/K \sim 1$, 而 $P'/K \ll 1$ 时, 饱和激光模型同三次激光模型在阈值附近几乎没有差别. 理论与实验相符合表明, 饱和激光模型是成功的. 实际应用中的激光往往在远高于阈值的条件下工作, 这时, 三次激光模型就要在理论分析中引进较大的误差, 而饱和激光模型则能给出比较理想的描述.

参 考 文 献

- [1] R. Shorrt, L. Mandel, R. Roy, Correlation Functions of a Dye Laser: Comparison between Theory and Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **49**(9):647~650
- [2] A. Schenzle, Gain and Loss Fluctuations in Nonlinear Optical Systems. in *Optical Instabilities*, edited by R. W. Boyd, M. G. Raymer, L. M. Narducci, Cambridge, England, Cambridge University Press, 1986:376~379
- [3] S. N. Dixit, P. S. Sahni, Nonlinear Stochastic Processes Driven by Colored Noise: Application to Dye-Laser Statistics. *Phys. Rev. Lett.*, 1983, **50**(17):1273~1276
- [4] R. Roy, A. W. Yu, S. zhu, Colored Noise in Dye Laser fluctuations. in *Noise in Nonlinear Dynamical Systems*, edited by F. Moss, P. V. E. McClintock, Cambridge, England, Cambridge University Press, 1989: Vol. III, 90~118
- [5] R. F. Fox, R. Roy, Steady State Analysis of Strongly Colored Multi-plicative Noise in a Dye Laser. *Phys. Rev. A*, 1987, **35A**(4):1838~1842
- [6] S. Zhu, Multiplicative Colored Noise in a Dye Laser at Steady State. *Phys. Rev. A*, 1989, **40**(6)3441~3443
- [7] 朱士群, 染料激光瞬态过程中的噪声. *光学学报*, 1989, **9**(11):1002~1007
- [8] M. R. Young, S. Singh, Statistical Properties of a Laser with Multi-plicative Noise. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(1)21~23
- [9] M. Aguado, E. Hernandez—Garcia, M. San Miguel, dye—Laser Fluctuations; Comparison of Colored Loss—Noise and White Gain—Noise Models. *Phys. Rev. A*, 1988, **38A**(11):5670~5677
- [10] 数学手册. 北京:高等教育出版社, 1979:599, 617

Saturation effect and multiplicative noise in a dye laser

ZHU Shiqun YIN Jianping CHEN Yuhua

(Department of Physics, Suzhou University, Suzhou, Jiangsu 215006)

(Received 26 February 1992; revised 27 April 1992)

Abstract

The multiplicative noise and saturation effect in a single-mode laser are investigated and the mean and normalized variance of the steady state laser intensity are calculated. Compared with the experimental measurements, good agreement is obtained near threshold region. Far above threshold, the saturation laser model can well describe lasers in practical applications.

Key words single-mode laser, multiplicative noise, saturation effect, intensity variance.