

自聚焦透镜列阵的色差测量

黄伟同 俞本立 杨瀛海 罗祖宁
(安徽大学物理系,合肥 230039)

提 要

本文分析了色差的产生和表示、计算和测量了锂玻璃自聚焦透镜成像系统中的轴向色差与横向色差、讨论了色差对自聚焦透镜列阵成像的影响。

关键词 自聚焦透镜列阵, 色差.

1 色差原理

1.1 色差现象

任何实际光学材料,对不同波长的光它们的折射率不相同,在使用白光照明时自聚焦透镜的系列公式都要考虑波长的影响,如:

$$n(\lambda) = n_0(\lambda)[1 - \frac{1}{2} A(\lambda)r^2] \quad (1)$$

$$P(\lambda) = 2\pi A(\lambda)^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$A(\lambda) = 2 \left[\frac{n_0(\lambda) - n_{r_0}(\lambda)}{n_0(\lambda)} \right] \frac{1}{r_0^2} \quad (3)$$

以上各式中 n_0 为轴上的折射率, n 为距轴 r 处的折射率, n_{r_0} 是 $r = r_0$ 处的折射率, A 为折射率分布常数, P 为周期长度. 由(2)式和(3)式对波长取导数,得到

$$\frac{\Delta P}{P} = - \frac{1}{2} \frac{(1/V_0)[1 - (1/n_0)] - (1/V_{r_0})[1 - (1/n_{r_0})]}{(n_0/n_{r_0}) - 1} \quad (4)$$

式中 V_0 和 V_{r_0} 分别为自聚焦透镜中心和边缘处的阿贝数. 阿贝数 $\nu = (n_D - 1)/(n_F - n_C)$, 使用的波长分别为 $\lambda_F = 486.1 \text{ nm}$, $\lambda_D = 589.3 \text{ nm}$, $\lambda_C = 656.3 \text{ nm}$. (2)式表明,由于入射光波长不同,在自聚焦透镜内光线行进的轨迹和周期长度也不同, λ_C 、 λ_D 和 λ_F 光线将沿不同路径传播,即出现色差. 自聚焦透镜及其列阵的一系列参数和公式亦与入射光波长有关. 由于色差的存在,当白光照射时,列阵成像位置与分辨率将受到一定的影响.

1.2 横向色差与纵向色差

为了评价色差的大小,引入色差估计函数 $\Delta P/P$, 式中 P 为 λ_D 光测得的自聚焦透镜周期长, $\Delta P = P_C - P_F$, P_C 与 P_F 分别为 λ_C 光和 λ_F 光测得的周期长. $\Delta P/P$ 也可用于表示纵向色差. 横向色差是色差的轴向效应,它的一个重要特点是具有叠加性,透镜长度增加一倍其横向色差也相应增加一倍,但 $\Delta P/P$ 值不变. 因此,在使用长自聚焦透镜时横向色差效应较显著. 当一束白光入射到自聚焦透镜时,光线与透镜轴线间距离 r 将因波长的不同而不同,因而在垂直于轴线的方

向上,得到一扩展了的色斑,这就是色差的纵向效应.一束半径为 R 的平行光束垂直入射到自聚焦透镜上,在距透镜入射端面为 L 的位置,光束的半径为:

$$r = R \cos(\sqrt{A}L) \quad (5)$$

当以 λ_c 光线与 λ_p 光线分别入射时,在透镜 L 处,两种光束的半径分别为:

$$\left. \begin{aligned} r_p &= R \cos(\sqrt{A_p}L), & r_c &= R \cos(\sqrt{A_c}L) \\ \Delta r &= r_p - r_c = R[\cos(\sqrt{A_p}L) - \cos(\sqrt{A_c}L)] \\ &= 2R \sin\left(\frac{\sqrt{A_p} - \sqrt{A_c}}{2}L\right) \sin\left(\frac{\sqrt{A_p} + \sqrt{A_c}}{2}L\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $(\sqrt{A_p} - \sqrt{A_c}) = \Delta(\sqrt{A})$,它决定于 ΔP .作者称 Δr 为纵向色差.由(6)式可知:纵向色差与色差估计函数有关,并与透镜的长度 L 有关.色差随 L 作周期性变化,它不因 L 的增长而变大,变化的周期取决于 $(\sqrt{A_p} - \sqrt{A_c})$.又当 $(\sqrt{A_p} - \sqrt{A_c})L/2 = k\pi$ 时, $(k = 0, 1, 2, \dots)$, Δr 亦为零,这样在 P_c 或 P_p 范围内出现两次 Δr 为零的位置,即存在消色差.这就是纵向色差与横向色差不同之处.

1.3 横向色差的计算

由(4)式可知,自聚焦透镜的色差:1) 当 Δn 减小时, $\Delta P/P$ 将增大,反之则减小.2) 自聚焦透镜中部与边缘的阿贝数高,差值小,则 $\Delta P/P$ 较小,反之则较大.为此在设计和制造低色差自聚焦透镜时,必须考虑母玻璃中各种氧化物的平均色散和含量百分比,离子交换时交换离子对的氧化物平均色散.表 1 是常用氧化物的平均色散.

Table 1 Mean dispersion of common used oxide^[1]

oxide	Li ₂ O	Na ₂ O	K ₂ O	Cs ₂ O	Tl ₂ O	MgO	CaO
M-dispersion $(n_p - n_c) \times 10^5$	1380	1420	1300	1540	9100	1300	1480
oxide	BaO	ZnO	PbO	B ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	As ₂ O ₃	SiO ₂
M-dispersion $(n_p - n_c) \times 10^5$	1890	1670	5200	900	850	1850	620

1.3.1 锂玻璃自聚焦透镜的横向色差

理论上计算了锂玻璃自聚透镜的横向色差.

透镜中部:

composition	SiO ₂	PbO	Li ₂ O	Na ₂ O	K ₂ O
W_i (%)	48	23	16	7	6
molecule mol (r_i)	0.4950	0.0638	0.3318	0.0699	0.0395
M-dispersion (g_i) $(n_p - n_c) \times 10^5$	620	6400	1380	1420	1300
$g_i r_i (n_p - n_c) \times 10^5$	306.9	408.32	457.88	99.26	51.31

$$V_0 = (n_0 - 1) / \sum g_i r_i = 40.64$$

透镜边缘

composition	SiO ₂	PbO	Na ₂ O
W_i (%)	48	23	29
molecule mol (r_i)	0.5802	0.0757	0.3441

M-dispersion (g_i)	620	6400	1420
$\overline{(n_F - n_C)} \times 10^5$			
$g_i r_i (n_F - n_C) \times 10^5$	359.72	484.48	488.62

$V_{r_0} = (n_{r_0} - 1) / \sum g_i r_i = 39.77$ $n_0 = 1.538$, $n_{r_0} = 1.531$. 由(4)式计算出, $\Delta P/P = 0.0124$

1.3.2 铯玻璃自聚焦透镜的横向色差

理论上计算了一种铯玻璃自聚焦透镜的横向色差.

透镜中部:

composition	SiO ₂	B ₂ O ₃	Cs ₂ O	Na ₂ O	ZnO
W_i (%)	45	17	17	12	9
molecule mol (r_i)	0.5516	0.1799	0.0444	0.1426	0.0815
M-dispersion (g_i)					
$\overline{(n_F - n_C)} \times 10^5$	620	900	1540	1420	1670
$g_i r_i (n_F - n_C) \times 10^5$	341.99	161.91	68.38	202.49	136.11

$V_0 = 61.04$

透镜边缘:

composition	SiO ₂	B ₂ O ₃	K ₂ O	ZnO
W_i (%)	45	17	29	9
mol (r_i)	0.5306	0.1730	0.2181	0.0783
(g_i)				
$\overline{(n_F - n_C)} \times 10^5$	620	900	1300	1670
$g_i r_i (n_F - n_C) \times 10^5$	328.97	155.7	283.53	130.76

$V_{r_0} = 61.04$, $n_0 = 1.522$, $n_{r_0} = 1.512$. 由(4)式得 $\Delta P/P = 0.002$.

1.3.3 铊玻璃自聚焦透镜的横向色差

理论上计算了一种铊玻璃自聚焦透镜的横向色差.

透镜中部:

composition	SiO ₂	Tl ₂ O	Na ₂ O	PbO	CaO
W_i (%)	66	5	17	10	2
molecule mol (r_i)	0.7498	0.0080	0.1872	0.0306	0.0244
M-dispersion (g_i)					
$\overline{(n_F - n_C)} \times 10^5$	620	9100	1420	5200	1480
$g_i r_i (n_F - n_C) \times 10^5$	464.87	72.80	265.82	159.12	36.11

$V_0 = 49.91$

透镜边缘:

composition	SiO ₂	K ₂ O	PbO	CaO
W_i (%)	66	22	10	2
molecule mol (r_i)	0.7777	0.1653	0.0317	0.0253
M-dispersion (g_i)				
$\overline{(n_F - n_C)} \times 10^5$	620	1300	5200	1480
$g_i r_i (n_F - n_C) \times 10^5$	482.17	214.98	164.84	37.44

$v_{r_0} = 53.99$, $n_0 = 1.523$, $n_{r_0} = 1.513$, 由(4)式得 $\Delta P/P = 0.045$

2 自聚焦透镜横向色差的测量

2.1 测量原理

色差测量的基本装置如图 1 所示。

当一单色平行光束通过半径为 R 的光阑垂直入射到长为 L 的自聚焦透镜时,在透镜出射面上,光斑半径为: $r = R \cos(\sqrt{AL})$ 。

当使 λ_c 、 λ_F 和 λ_D 光线分别入射时,用读数显微镜测出出射端面光斑半径 r_c 、 r_F 和 r_D ,由(5)式计算出 $\Delta r/r$ 及 $\sqrt{A_c}$ 、 $\sqrt{A_F}$ 和 $\sqrt{A_D}$ 或 P_c 、 P_F 和 P_D ,从而求出 $\Delta P/P$ 。

2.2 测量结果

使用光阑 $D = 1 \text{ mm}$,自聚焦透镜长 $L = 24 \text{ mm}$,测量结果如下:

λ^2 (nm)	$2r$ (mm)	period length (mm)	$\sqrt{A} \text{ mm}^{-1}$
$\lambda_c - 656.3$	0.458	35.598	0.1705
$\lambda_F - 486.1$	0.404	35.101	0.1790
$\lambda_D - 589.3$	0.426	35.299	0.1780

计算得:色差函数 $\Delta P/P = 0.014$,横向色差 $\Delta r = 0.054 \text{ mm}$ 。

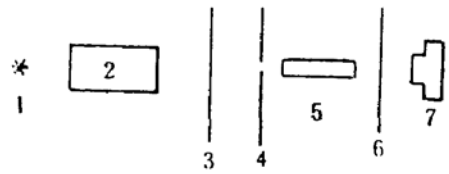


Fig. 1 Measuring setup of chromatic aberration. 1) white light source, 2) collimator, 3) filter, 4) diaphragm, 5) tested selfoc lens, 6) screen, 7) microscope

3 色差对自聚焦透镜列阵成像的影响

3.1 横向色差对成像的影响

实验研究的锂玻璃 SLA 的主要参数为: $L = 24 \text{ mm}$, $D = 1.06 \text{ mm}$, $N_{OD} = 1.534$, $N_{oc} = 1.532$, $N_{OF} = 1.542$. $\sqrt{A_D} = 0.178 \text{ mm}^{-1}$, $\sqrt{A_c} = 0.1765 \text{ mm}^{-1}$, $\sqrt{A_F} = 0.179 \text{ mm}^{-1}$ 。

3.1.1 影响单位放大率成像条件

在通过一根锂玻璃 SLA 成像时,必须获得一单位放大率的正像,这就要求物距 = 像距 = l

$$l = -\text{tg}(\sqrt{AL}/2)/n_0 \sqrt{A} \quad (7)$$

由于波长不同, \sqrt{A} 和 n_0 不同.由(7)式分别对 λ_D 、 λ_c 和 λ_F 光计算出对应的物像距为: $l_D = 5.774 \text{ mm}$, $l_c = 6.078 \text{ mm}$, $l_F = 5.564 \text{ mm}$.因此在锂玻璃 SLA 的使用中,当某一波长光线入射、其物、像距符合单位放大率成像条件时,其它波长光线入射则不适合。

3.1.2 影响成像平面位置

根据单根自聚透镜成像规律:

$$l = \frac{1}{n_0 \sqrt{A}} \left[\frac{n_0 l_0 \cos(\sqrt{AL}) + \sin(\sqrt{AL})}{n_0 l_0 \sqrt{A} \sin(\sqrt{AL}) - \cos(\sqrt{AL})} \right] \quad (8)$$

式中 l_0 为物距, l 为像距.当物距取 $l_0 = 5.774 \text{ mm}$ 时,对不同波长的光分别计算出像距为: $\lambda_D = 5.774 \text{ mm}$, $l_c = 6.078 \text{ mm}$, $l_F = 4.890 \text{ mm}$.可见使用白光入射时,对一确定的物距不同的光得有不同的像距.由于 SLA 应用时物距与像距是固定的,因而只有一种波长的光可获得分辨率高的图像,其它波长的光产生的图像分辨率则要下降。

3.2 纵向色差对成像的影响

根据放大率公式:

$$X = \frac{X_0}{n_0 l \sqrt{A} \sin(\sqrt{A}L) - \cos(\sqrt{A}L)} \quad (9)$$

式中 X_0 为物高, X 为像高. 设 $X_0 = 1 \text{ mm}$, 由自聚焦参数计算出: $X_D = 1 \text{ mm}$, $X_C = 1.080 \text{ mm}$, $X_F = 0.948 \text{ mm}$. 光线从自聚焦透镜出射端面所射出的角度为 $\theta = \text{tg} \frac{X}{l}$. 由此算出 $\theta_D = 10.04^\circ$, $\theta_C = 9.83^\circ$, $\theta_F = 9.57^\circ$. 因此, 位于距自聚焦透镜出射端面 5.774 mm 观察屏上, X_D 的高度为 1 mm , X_C 的高度为 0.973 mm , X_F 的高度为 1.022 mm , 这表明物高为 1 mm , 由于存在纵向像差, 像高将扩展到 1.022 mm . 利用 SLA 观察等间距黑白条纹的像, 当以单色光照明时观察到黑白条纹宽度相等, 若以白光照明则观察到黑条纹较宽, 这就是纵向色差造成的结果.

用上述锂玻璃自聚焦透镜列阵观察 5 lp mm^{-1} 的均匀光栅, 以 λ_D 光照明时, $\text{MTF} = 35\%$, 黑条纹宽度为 0.1 mm . 以白光照明时, $\text{MTF} = 29\%$, 黑条纹宽度为 0.103 mm . 由于理论公式是傍轴光线条件下推得, 测试时则为实际光线, 故理论值与实测值有稍许不同.

4 结 论

综上所述, 以白光照明时, SLA 所成的像虽然不会产生图像畸变, 但由于横向色差, 使图像清晰度下降, 分辨率降低约 $3 \sim 4\%$, 而纵向色差则使条纹宽度发生变化, 其值约为 $2 \sim 3\%$. 色差的大小取决于自聚透镜玻璃特性, 铯玻璃色差最大, 锂玻璃次之, 铯玻璃最小. 此外, 色差也与 SLA 的长度有关. 为了减小色差的影响, 在制造 SLA 涂覆增透膜时, 宜选择透光波长范围较窄的增透膜.

参 考 文 献

- [1] 干福熹等 光学玻璃(上册), 第二版, 北京, 科学出版社, 1982, 262~265
 [2] Nishizawa. K, Chromatic aberration of the selfoc lens as an imaging system. *Appl. Opt.*, 1980, 19(7): 1052~1058

Chromatic aberration of the self-focusing lens array

HUANG Weitong YU Benli YANG Yinghai LUO Zuning

(Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039)

(Received 2 November 1992; revised 4 February 1993)

Abstract

In this paper the origin and representation of the chromatic aberration are analysed. The longitudinal and transverse aberration of the imaging system of Lithium self-focusing lens arrays is calculated and measured. The influence of aberration on the quality of images is discussed.

Key words self-focusing lens array, chromatic aberration.