

增强吸收型光双稳的耦合动力学方程 及动态分析

周誉昌

(广东石油化工专科学校, 茂名 525000)

欧 发

(华南理工大学物理系, 广州 510641)

提 要

本文从唯象的角度首次提出了增强吸收型光双稳的耦合动力学方程, 利用计算机模拟, 描述了增强吸收型光双稳的静态和动态特性.

关键词 增强吸收光双稳, 耦合, 临界点, 二级相变, 异常开关.

1 引 言

按照非线性材料的吸收特性来分, 可以把光双稳分成两类. 一类为饱和吸收型光双稳(简称 SAOB), 其光滞回路为反时针方向; 另一类为增强吸收型光双稳(简称 IAOB), 其光滞回路为顺时针方向. 增强吸收型光双稳, 也就是人们所说的无外反馈型光双稳, 这种光双稳, 由于具有明显的应用前景而受到了人们的关注. 尽管有人对 IAOB 作过一些理论探讨, 但还没有描述 IAOB 特性的满意的理论模型, 实际工作中需要有某种合适的模型或方程来描述 IAOB 的一些基本特性(静态和动态特性). 本文从唯象的角度出发, 找到了一种非线性耦合动力学方程, 用计算机对 IAOB 进行了动态分析, 得到了某些新结果.

2 IAOB 耦合动力学方程的建立

参照 D. A. B. Miller 等人的分析^[1], 简单地假设, 激发量 N 的浓度是控制 IAOB 的本质因素, 其数量与介质的净吸收光能成正比. 设 y 为入射光强(已标准化), x 为出射光强(已标准化). 在稳态中, 有

$$N = -\eta(x - y), \quad (1a)$$

其中(1a)式中的 η 是一正的常数. (1a)式来自动力学方程

$$\dot{N} = \frac{dN}{dt} = -\gamma_1[N - \eta(y - x)], \quad (1)$$

γ_1 表示激发量 N 的驰豫率, 当 $\dot{N} = 0$ 时, (1)式变为(1a)式.

与 N 相耦合的出射光强 x 将满足另一动力学方程,其形式为:

$$\dot{x} = -\nu_2[x + \varphi(x, y, N)]. \tag{2}$$

ν_2 为 x 的弛豫率. 绝热消除 N 后, (2) 式会变成

$$\dot{x} = -k f(x, y). \tag{3}$$

当 x 为静态值时, 有

$$f(x, y) = 0 \tag{4}$$

$f(x, y)$ 将代表静态方程, 可以描述象图 1 那样的特性曲线. 根据这曲线所具有的特点, 可以决定未知函数 $f(x, y)$. (图 1 中 x 轴为输出光强, y 轴为输入光强)

让 δx 表示 x 偏离稳态值的偏差, 它正比于因子 $\exp(\lambda t)$

$$\delta x \sim \exp(\lambda t). \tag{5}$$

就(3)式来说, 进行线性稳定性分析, 可得

$$\lambda = -K \frac{\partial f}{\partial x}, \tag{6}$$

根据(4)式, (6)式成为

$$\lambda = K \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx}. \tag{7}$$

当 $\frac{dy}{dx} = 0$ 时, $\lambda = 0$, 这是对应于图 1 所示曲线的稳态和非稳态的临界点 P (下跳阈值 $y = y \downarrow$, $x = x \downarrow$) 和 Q (上跳阈值 $y = y \uparrow$, $x = x \uparrow$).

在 $x \sim y$ 曲线上, 除 P, Q 两点外, λ 应为有限值, 且 $\lambda \neq 0$, 同样包括曲线上最大值点 M 在内. 在 M 点, $\frac{dy}{dx} = \infty$, x 有最大值 C .

由于

$$\lambda = \lim_{\substack{dy/dx \rightarrow \infty \\ x \rightarrow C}} \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dx} = \text{有限值}, \tag{8}$$

则

$$\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x=x_{\max}=C} = 0. \tag{9}$$

y 相应值为 y_m , y_m 应由(9)式唯一确定, 所以 $f(x, y) = 0$ 必定是变量 y 的二次函数. 一般而言, y_m 应是 C 的函数, 为简单起见, 假定:

$$y_m = C + a = x_m + a. \tag{10}$$

这里 a 是正的常数, 这意味着在 y 取最大值点 (x_m, y_m) 处, 相应的激发量 N 取值 N_m 也是一常数.

$$N_m = \eta(y_m - x_m) = \eta a = \text{const.} \tag{11}$$

若是一级双稳, 函数 $f(x, y)$ 中的 x 幂次数不应大于三次, $f(x, y)$ 可以选取下列形式:

$$f(x, y) = p(x)y^2 - 2q(x)y + R(x), \tag{12}$$

$P(x)$, $q(x)$ 和 $R(x)$ 是 x 的多项式.

在稳态中, 有

$$P(x)y^2 - 2q(x)y + R(x) = 0. \tag{13}$$

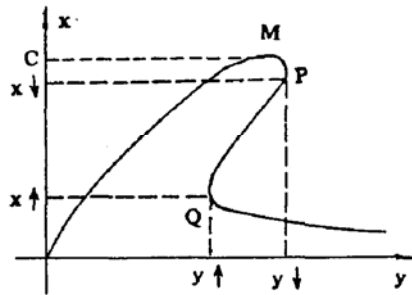


Fig. 1 IA OB $x \sim y$ curve

由(13)式得:

$$y = \frac{q(x)}{P(x)} \pm \frac{1}{P(x)} \sqrt{q(x)^2 - P(x)R(x)}, \quad (14)$$

参照(9)式,有

$$\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_m=c \\ y=y_m=c+a}} = 2[P(x)y - q(x)] \Big|_{\substack{x=c \\ y=c+a}} = 0. \quad (15)$$

为保证 $x \leq C$, 取

$$q^2(x) - P(x)R(x) = C^2 - x^2. \quad (16)$$

在(15)和(16)式中所出现的参量 a 和 C (特别是 C) 应代表 IAQB 曲线的基本特性,由(15)和(16)式可决定 $P(x)$, $q(x)$ 和 $R(x)$. 最后可得出 IAQB 稳态方程为:

$$xy^2 - 2(x^2 + aC)y + x^3 + a(2C + a)x = 0 \quad (17)$$

根据(17)式和 $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$, 可算出上跳阈值和下跳阈值如下:

$$x_{\pm} = \frac{1}{2} [C(C + 2a) \pm C^2 \sqrt{1 - 4a/c}] \quad (x_+ = x_{\downarrow}, x_- = x_{\uparrow}). \quad (18)$$

$$y_{\pm} = \frac{x_{\pm}^3}{(x_{\pm}^2 - ac)} \quad (y_+ = y_{\downarrow}, y_- = y_{\uparrow}). \quad (19)$$

当 $c \gg a$ 时,有

$$y = y_{\downarrow} = x_{\downarrow} \doteq C, \quad y_{\uparrow} = 2x_{\uparrow} = 2\sqrt{2ac}, \quad (20)$$

合作参量 C 的临界值为

$$C = C_c = 4a(x_c = 2a\sqrt{3}, y_c = 3a\sqrt{C}). \quad (21)$$

也就是说,如果 $C < 4a$, 无双稳现象(见图 2).

同时,可得动力学方程(2)的显式:

$$\dot{x} = -\gamma_2 \left\{ x - \frac{1}{a}(y-x) \left[2C - \frac{1}{a}(y-x)x \right] \right\}. \quad (22)$$

应当指出:(17)和(22)式是在以某些假设(见式(1a)和(10))为前提而得出的,可用来描述增强吸收型一级光双稳的共性,对于具体的 IAQB 还需要作具体分析. 参量 C 和 a 是 IAQB 两个重要参量,它们与系统内部的介质性质及其作用机制有关. 两参量与介质的具体联系,还有待于更进一步研究.

3 IAQB 的暂态特性

根据(22)式,用计算机模拟的方法对 IAQB 暂态特性进行了研究,找到的规律如下:

3.1 临界慢化现象

图 3 描绘了处于低透支系统对于过阈值的负阶跃信号的响应,在跃上高透支时表现出临界慢化现象. 图 4 描绘了处于高透支系统,对于高于下跳阈值的正阶跃信号的响应. 曲线(2)和(3)表现出了临界慢化现象.

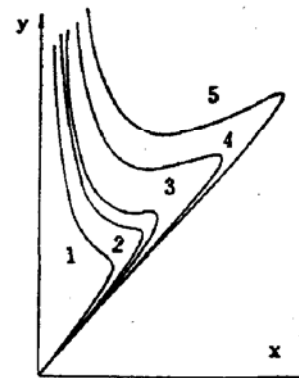


Fig. 2 Bistability curve $x(y)$ for (1) $C=2.5$; (2) $C=3.5$; (3) $C=4.0$ (Critical point); (4) $C=6.0$; (5) $C=8.0$

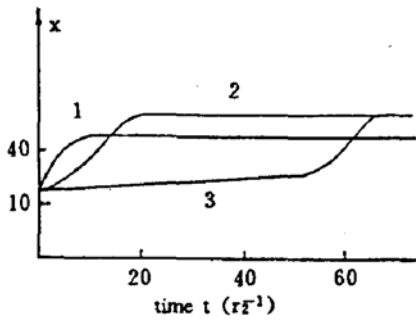


Fig. 3 Critical slowing down; $C = 100$; $a = 1$; $y \uparrow = 28.21$; $x(t = 0_-) = 12.45$ (1) $P_{H1} = -5$; (2) $P_{H2} = -1$; (3) $P_{H3} = -0.3$

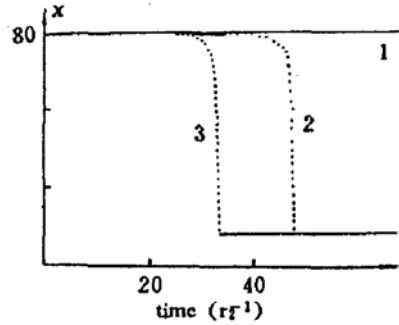


Fig. 4 Critical slowing down; $C = 100$; $a = 1$; $x(t = 0_-) = 80$; (1) $P_{H1} = 1.499$; (2) $P_{H2} = 1.501$; (3) $P_{H3} = 1.51$

3.2 异常开关判据

(1) 系统初始偏置在高透支

如图 5 所示, 设系统初始偏置在高透支某一点 P , 加入方脉冲, 发现有如下规律:

如果加入的正阶方脉冲的高度值 P_H 满足 $P_H > y_1 - y_0$, 则系统状态由高透支跃迁到低透支, 即使 $P_H < y \uparrow - y_0$

如果加入的负阶方脉冲绝对高度值 $|P_H|$ 满足 $|P_H| > y_0 - y_2$, 则系统状态也由高透支跃迁到低透支。(见图 6)

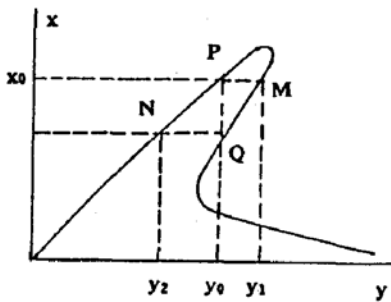


Fig. 5 Initial bias at high transmission branch

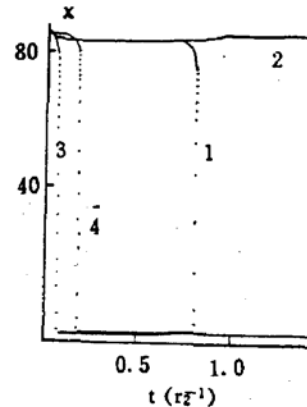


Fig. 6 Anomalous switch rules $x(t = 0_-) = 80$; $y(t = 0_-) = 80.5$; $y_1 - y_0 = 1.5$; $y_0 - y_2 = 1.6$; $C = 100$; $a = 1$; $P_w = 0.06 y_2^{-1}$; $P_{H1,2,3,4} = -2, -1.5, 2, 1.55$; $y \downarrow = 100.5$

(2) 系统初始偏置在低透支

如图 7 所示, 设系统初始偏置在低透支 P 点上, 加入负方光脉冲, 可以得出如下规律.

如果加入的方光脉冲的绝对高度 $|P_H|$ 满足 $|P_H| > y_0 - y_2$, 则系统状态变化是先上跳到高透支, 最后又下跳到低透支(见图 8).

3.3 脉冲响应随光脉宽的变化

如图 9 所示, 图中曲线(1)和(2)分别为脉宽 P_w 不同时用计算机模拟得出的结果. 当 P_w 取 $10^{-4} \times y_2^{-1}$ 时, 系统状态最后稳定在低透支上, 也就是说, C 取 100, a 取 1 时, 只要输出光强变化达到 5%, 用该系统制成的光开关, 其开关时间可达到 $10^{-4} \times y_2^{-1}$ 数量级. 输出随脉宽的影响非常类似临界慢化现象, 脉冲宽度愈大, 上跳速度愈快。(见图 10)

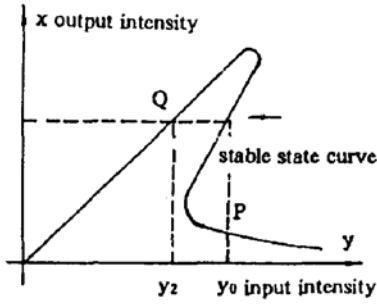


Fig. 7 Initial bias at low transmission branch

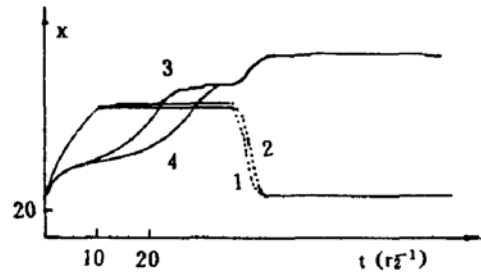


Fig. 8 Unusual switch rules $y(t=0_-) = 33.68$, $y \uparrow = 28.21$, $P_{H1,2,3,4} = -10, -9, -6, -5.8$, $y_0 - y_2 = 8.8$

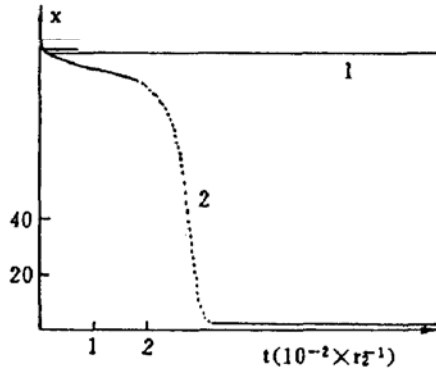


Fig. 9 The relations of light responses with pulse width $y|_{t=0_-} = 100.81$; $x(t=0_-) = 99.87$; $P_H = 5$, $C = 100$, $a = 1$, (1) $P_w = 10^{-5} y_2^{-1}$; (2) $P_w = 10^{-4} y_2^{-1}$

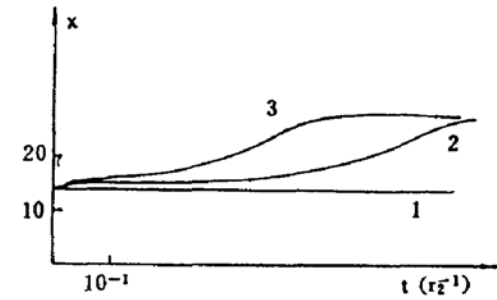


Fig. 10 The relations of light responses with pulse width $x(t=0_-) = 12.45$; $C = 100$; $P_H = -1$; $a = 1$; (1) $P_w = 0.001 y_2^{-1}$; (2) $P_w = 0.005 y_2^{-1}$; (3) $P_w = 0.01 y_2^{-1}$

4 IAOB 类相变问题

依照文献[2]所表明的原理,临界点附近的广义势 G 可按下式计算:

$$G(\delta) = \left[\frac{1}{4a^2}x_c^4 - \frac{2}{3a^2}x_c^3 y_{0P} + \frac{1}{2a^2}(y_{0P}^2 + 2aC + a^2)x_c^2 - \frac{2C}{a}y_{0P}x_c \right] + \left[\frac{3}{2a^2}x_c^3 - \frac{2}{a^2}x_c y_{0P} + \frac{1}{2a^2}(y_{0P}^2 + 2aC + a^2) \right] \delta^2 + \left[\frac{1}{a}x_c - \frac{1}{3a^2}2y_{0P} \right] \delta^3 + \frac{1}{4a^2}\delta^4 \tag{23}$$

其中 y_{0P} 是与 x_c (临界值) 相对应的入射光强的开关值,按照(17)式, y_{0P} 满足:

$$x_c^3 - 2x_c y_{0P} + (y_{0P}^2 + 2aC + a^2)x_c - 2aC y_{0P} = 0 \tag{24}$$

而 δ 是当 y 等于 y_{0P} 时,出射光强 x 与 x_c 的偏差.

$$\delta = x - x_c \tag{25}$$

令 $Ay = y_{0P} - y_c$, $AC = C - C_c$ (26)

(23)式变成

$$G(\delta) = G_0 + 2t\delta^2 + \frac{4t^2}{\sqrt{3}a}\delta^3 + \frac{1}{4a^2}\delta^4 \quad (27)$$

其中 G_0 为(23)式右边第一个方括号的项,而

$$t = 1 - C/C_c \quad (28)$$

由于 $|t| \ll 1$, $|t|^{1/2} \gg |t| \gg |t|^2$,略去 t 的高次项,得

$$G(\delta) = G_0 + 2t\delta^2 + \frac{1}{4a^2}\delta^4 \quad (29)$$

上式和二级相变 Landaus 理论完全一致. 所以 IAOB 同 SAOB 一样^[2],其临界现象也展示了二级相变行为.

参 考 文 献

- [1] D. A. B. Miller, A. C. Gossard, W. Weigmann, Optical bistability due to increasing absorption. *Opt. Lett.*, 1984, **9**(5): 162
 [2] Ou Fa, Critical phenomen and phase transitions in optical bistability. *Phys. Rev. (A)*, 1990, **41**(6): 3021~3025

Coupled dynamical equations of the increasing absorption optical bistability and it' s dynamical state situation

ZHOU Yuchang

(Guang Dong Petro-Chemical College, Maoming, 525000)

OU Fa

(Physics Department, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

(Received 27 April 1992; revised 5 October 1992)

Abstract

In this paper a set of coupled dynamical equations for describing or stimulating common features of the increasing absorption optical bistability (IAOB) is put forward in a phenomenological way. By computers analyzing, IAOb' s dynamical characteristics have been studied.

Key words increasing absorption optical bistability, coupled, critical point, second-order phase transition, unusual switch.