

柱面镜对光栅自成像的旋转

杨坤涛 廖兆曙 陶景光*

(华中理工大学光电子工程系, 武汉 430074)

提 要

本文运用傅里叶频谱分析方法,研究了柱面镜对光栅自成像的调制作用,发现光栅的自成像不仅周期和位置发生变化,而且产生了方向的旋转.文章分析了其旋转规律.

关键词 泰伯效应, 柱面镜.

1 引 言

广义泰伯(Talbot)效应^[1]理论指出,当单色球面波或平面波照明伦奇(Ronchi)光栅时,在相距泰伯距离处,有光栅的自成像,自成像相当于照明光波对自栅的几何投影,它们与原光栅比较只是周期有所不同,而方向均与原物体一致.

本文研究柱面镜调制后光栅的自成像,发现柱面镜母线与光栅栅线方向不平行也不垂直时,光栅的自成像产生了旋转,其方向不再与原光栅栅线方向相同.作者认为周期性物体自成像效应的这种旋转效应,也是光波通过光栅衍射后再相干迭加的结果.

2 柱面镜调制后的光栅的自成像效应

设焦距为 f 的柱面镜作为一位相调制器置于光场中,其母线与 y 轴平行,则位相变换函数为:

$$t(x, y) = \exp\left(-i \frac{\pi x^2}{\lambda f}\right) \quad (1)$$

设伦奇光栅 G , 栅线方向与 y 轴(即柱面镜母线方向)的夹角为 θ , 如图1所示. 则 G 的振幅透过率为:

$$g(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp\left[i \frac{2\pi}{P} n(x \cos \theta - y \sin \theta)\right] \quad (2)$$

式中 P 为光栅周期, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. L 与 G 紧贴放置. 一束单色平面波垂直照明 L 和 G , 那么在 L, G 后, 紧靠 L, G 的光场分布为:

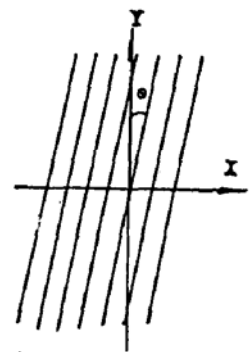


Fig. 1 The schematic diagram of optics

收稿日期:1992年9月15日;收到修改稿日期:1992年12月14日

* 华中理工大学微观分析中心.

$$\begin{aligned}
 u(x, y, 0^+) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{x^2}{-2f} \right\} \cdot \exp \left\{ i \frac{2\pi}{P} n (x \cos \theta - y \sin \theta) \right\} \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp \left\{ i \frac{\pi \left(x - \frac{n\lambda f \cos \theta}{P} \right)^2}{-\lambda f} \right\} \cdot \exp \left\{ i \frac{2\pi}{P} n y \sin \theta \right\} \\
 &\quad \cdot \exp \left\{ -i \frac{\pi}{-\lambda f} \left(\frac{n\lambda f \cos \theta}{P} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \quad (3)$$

由于 x, y 为可分离变量, 当满足傍轴近似条件, 利用菲涅尔近似, 在 z 处的频谱为^[2,3]

$$\begin{aligned}
 A(x, y, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} z \right\} \cdot \exp \left\{ i\pi\lambda f \left(\frac{n \cos \theta}{P} \right)^2 \right\} \\
 &\quad \cdot \mathcal{F} \left[\exp i \frac{\pi}{-\lambda f} \left(x - \frac{n\lambda f \cos \theta}{P} \right)^2 \right] \cdot \exp (-i\pi\lambda z f_z^2) \\
 &\quad \cdot \delta \left(f_z + \frac{n}{P} \sin \theta \right) \cdot \exp (-i\pi\lambda z f_z^2)
 \end{aligned} \quad (4)$$

在 z 处的光场为: $u(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1} [A(x, y, z)]$. 经一些数字运算得

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} z \right\} \cdot \exp \left[i\pi\lambda f \left(\frac{n \cos \theta}{P} \right)^2 \right] \\
 &\quad \cdot \exp \left[-i\pi\lambda z \left(\frac{n \sin \theta}{P} \right)^2 \right] \cdot \exp \left[-i \frac{2\pi}{P} n y \sin \theta \right] \cdot \exp \left[i \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{x - \frac{n\lambda f \cos \theta}{P}}{z - f} \right)^2 \right]
 \end{aligned} \quad (5)$$

若只考虑光栅的 0、±1 级衍射, 设 $A_1 = A_{-1}$ 那么, 其光强分布为:

$$\begin{aligned}
 I(x, y, z) &= A_0^2 + 2A_1^2 + 2A_1^2 \cos \left[\frac{4\pi}{P} \left(x \frac{f}{z-f} \cos \theta + y \sin \theta \right) \right] \\
 &\quad + 4A_0 A_1 \cos \left[\frac{2\pi}{P} \left(x \frac{f}{z-f} \cos \theta + y \sin \theta \right) \right] \cdot \cos \left[\frac{\pi\lambda z}{P^2} \cdot \frac{(z \sin^2 \theta - f)}{(z-f)} \right]
 \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式即为受柱面镜调制后光栅 G 的自成象.

3 光栅自成象的旋转特性

(6)式表示一组干涉条纹, 在

$$\frac{z(z \sin^2 \theta - f)}{(z-f)} = m \frac{P^2}{\lambda} \quad (m \text{ 为整数})$$

处条纹对比度最好, 象的周期 P' 为 $P' = |(z-f)/f|P/\sqrt{\cos^2 \theta + \left[\frac{(z-f)}{f} \right]^2 \sin^2 \theta}$, 而其方向满足

$$\operatorname{tg} \phi = \operatorname{tg} \theta \cdot \frac{f-z}{f} \quad (7)$$

式中, ϕ 为条纹方向与 y 轴夹角. (8)式表示自成象的方向发生了变化, 不再与原光栅方向一致.

图 2 为一组光栅的自成象. 光栅 G 固定, 图中黑线为原光栅栅线方向. 柱面镜焦距 f 不变. (a): 柱面镜母线与原光栅栅线平行, $\theta = 0^\circ$, 此时自成象的方向与原光栅栅线方向相同. (b), 旋转柱面镜, 柱面镜母线与光栅栅线有一夹角 θ_0 时的自成象 ($\theta_0 \neq 0^\circ$, $\theta_0 \neq 90^\circ$); (c): 继续旋

转柱面镜, (z 不变化), 柱面镜母线与光栅栅线有另一夹角 θ_c 时的自成象 ($\theta_c \neq \theta_b$); (d): 保持 θ_c 不变, $\theta_a = \theta_c$, 改变距离 z 后的自成象. 可以看出, (b)、(c)、(d) 中的自成象均与原光栅栅线方向不同.

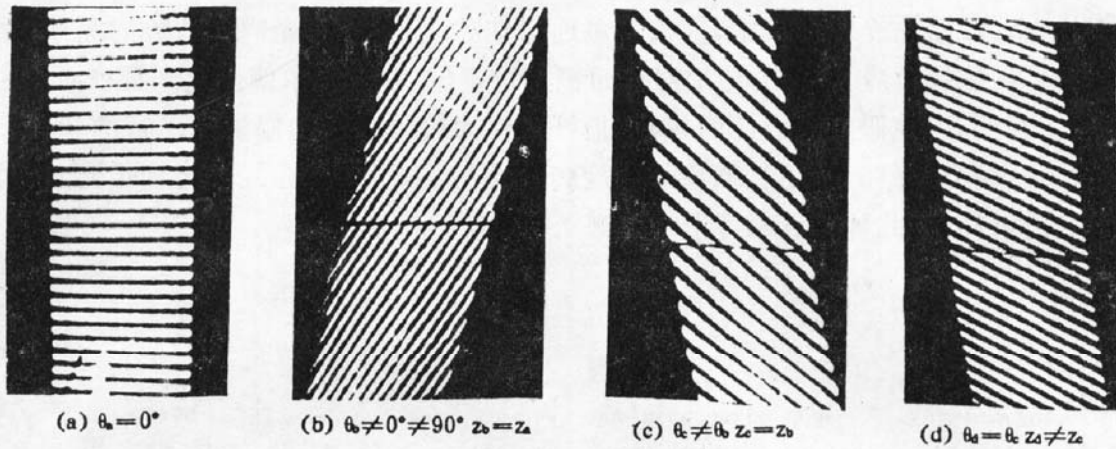


Fig. 2 Self-imaging of a grating

图 3 表示光栅自成象的方向 $\text{tg } \phi$ 与原光栅栅线方向 $\text{tg } \theta$ 、柱面镜焦距 f 及自成象位置 z 的关系. (a) 为 $f < 0$ 时的情况, (b) 为 $f > 0$ 的情况. 光栅自成象的变化有如下规律:

- (1) θ, f 不变时, ϕ 随着 z 变化, $\text{tg } \phi$ 与 z 成线性关系;
- (2) 焦距 f 的绝对值愈大, ϕ 随着 z 的变化愈缓慢;
- (3) z, f 不变时, $|\phi|$ 随着 $|\theta|$ 增加而增加, $\text{tg } \phi$ 与 $\text{tg } \theta$ 成线性关系.

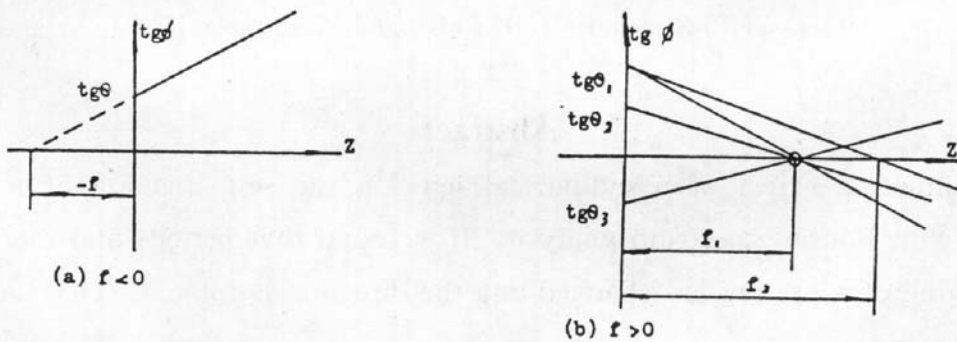


Fig. 3 Geometry of self-imaging of a grating

若柱面镜固定, z, f 不变, 转动光栅. 当光栅由栅线方向与柱面镜母线垂直 ($\theta = 90^\circ$) 转动到栅线方向与柱面镜母线平行 ($\theta = 0^\circ$) 时, 光栅的自成象也由与柱面镜母线垂直 ($\phi = 90^\circ$), 变化到与柱面镜母线方向平行 ($\phi = 0^\circ$). 即在 $\theta = 90^\circ$ 和 $\theta = 0^\circ$ 时, 光栅的自成象与原光栅栅线方向一致; 但在转动途中, $\phi \neq \theta$, 且自成象的旋转方向与光栅旋转方向不一定相同.

4 结 论

综上所述, 柱面波通过光栅衍射后再相干迭加, 使光栅的自成象发生了旋转, 自成象的方向有如下特点:

- (1) 自成象方向与原光栅周期无关;
- (2) 当光栅栅线方向与柱面波母线平行或垂直时 ($\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$), 自成象的方向与原光

栅栅线方向相同；

(3) 当 f 为有限值, $\theta \neq 0^\circ$, $\theta \neq 90^\circ$ 时, 光栅自成象方向发生了旋转, 不再现原光栅栅线方向相同, 而随着 θ 、 z 、 f 变化, 满足关系式 $\text{tg } \phi = \text{tg } \theta [(f - z)/f]$.

在现代光电仪器与光学测试中, 愈来愈多地用到柱面镜, 由于光栅栅线方向易于确定, 利用柱面镜对其的旋转效应, 可以方便地对柱面镜进行定位. 在用莫尔偏折术测量柱面镜的焦距的时候, 为了简便, 应克服旋转效应的影响, 最好在柱面镜母线与光栅栅线平行的状态下进行测量; 同时, 又可移动光栅, 利用光栅象是否旋转来调整其平行度. 在柱面镜加工时, 亦可利用其旋转效应进行检测. 此种效应亦可用于检测光学系统的散焦.

参 考 文 献

- [1] W. D. Montgomery, Self-imaging objects of infinite aperture. *J. Opt. Soc. Am.*, 1967, 57(7): 772
 [2] J. Rhodes, Analysis and synthesis of optical images. *Am. J. Phys.*, 1953, 21(5): 337~345
 [3] 吕乃光, 傅里叶光学. 第一版, 北京, 机械工业出版社, 1988, 69~80

Rotating effect of self-imaging of gratings with cylindrical lens

YANG Kuntao* LIAO Zhaoshu* TAO Jingguang**

(Huazhong University of Science & Technology, * Optical Engineering Department,

** Microscopy Analysis Center. Wuhan 430074)

(Received 15 September 1992; revised 14 December 1992)

Abstract

The modulating effect of a cylindrical lens on the self-imaging of a grating is investigated with Fourier spectrum analysis. It is found that periods and the position of the self-imaging of a grating are changed and the direction is rotated. The feature of the rotation is discussed.

Key words talbot effect, cylindrical lens.