

阵列探测器的像点亚像素定位精度

陈邓云 沈忙作

(中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

提 要

本文研究阵列探测器的像点亚像素定位精度与内插算法及像斑大小的关系, 文中提出一种校正算法误差、提高定位精度的方法. 上述分析和论述通过实验证明是正确的.

关键词 阵列探测器, 亚像素定位

引 言

目前, 各种阵列探测器, 包括一维线列、二维面阵、二极管阵列、CCD 探测器等, 技术日趋成熟. 阵列探测器可以直接探测目标像点的精确位置, 因而在光学成像测量方面得到了广泛的应用. 图 1 为一个光学像点的一维光强分布, X 是一维空间坐标, $S(X)$ 表示像点的光强幅度. 用阵列探测器接收时, 取若干个等间隔的采样点 X_1, X_2, X_3, \dots , 相应得到的光强幅度是 S_1, S_2, S_3, \dots . 现在的问题是怎样由这些数据估算像点的中心坐标 X_0 . 以下只对一维的情况进行分析. 二维光斑以及用二维探测器的情况可以从一维的研究推广出去.

对于点目标, 常规的处理不作内插细分, 取信号最大的像素点中心位置, 如图 1 中的 X_2 . 此时最大误差为 $\pm 1/2$ 像素. 像点中心位置在两个像素之间的范围内出现的概率处处相等, 因而均方根误差是 $\sqrt{3}/6$ 像素. 采用内插细分算法, 可以提高像点中心的定位精度^[1,2], 但有一定限制^[3].

常用的内插细分算法有: 矩心(质心)法, 线性法, 抛物线法和高斯法四种. 在统一取 3 个采样点时, 它们的估算像点中心 X_0 的具体计算公式列于表 1 中.

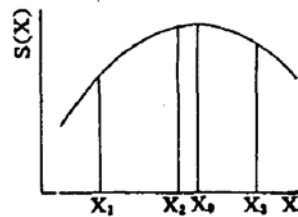


Fig. 1 The intensity distribution of an image spot

Table 1 Four types of interpolation algorithms

centroid	$x_2 + (S_3 - S_1)/(S_1 + S_2 + S_3)$
linear	$X_2 + (S_3 - S_1)/2[S_2 - \min(S_1, S_3)]$
parabolic	$X_2 + (S_3 - S_1)/2(2S_2 - S_1 - S_3)$
Gaussian	$X_2 + (\ln S_3 - \ln S_1)/2(\ln S_1 - \ln S_3 - \ln S_2)$

2 细分算法误差

用内插细分算法估算的像点中心位置 X_c ，一般而言，并不是像点实际中心位置 X_0 ，其差别为细分算法误差 $\Delta X = X_0 - X_c$ ，其大小与光斑的实际形状有很大的关系。在大多数情况下，对称的目标像点光强分布用高斯函数模拟，有很好的真实性。高斯型像点的光强分布是

$$S(X) = A \exp\left[-\frac{2(X - X_0)^2}{\rho^2}\right]$$

式中 A 为峰值幅度， ρ 为高斯光斑半宽度， X_0 为光斑的实际中心位置。对于高斯型光斑，高斯内插细分算法不会有算法误差，细分精度最高。但是高斯算法需要进行复杂的对数运算，计算速度慢，很难做到实时处理，它仅适用于精度要求高的事后处理。其余 3 种算法都存在算法误差。

用解析法分析算法误差的大小比较困难。在已知光斑模型的情况下，采用计算机数值模拟的方法来计算算法误差。首先固定 3 个采样点 X_1, X_2 和 X_3 ，让光斑中心在 X_2 左右 $1/2$ 像素范围内移动。根据 3 个采样点的光强计算得到的光斑估算中心 X_c 与光斑实际中心 X_0 的差，求得细分算法误差。改变 ρ 值的大小，模拟光斑尺寸的变化。为叙述方便，下文中的 $X, \sigma, \rho, X_0, X_c$ 和 ΔX 都取像素为长度单位，且有 $X_3 - X_2 = X_2 - X_1 = 1$ 。

图 2 是 3 点矩心的细分算法误差 ΔX 与光斑中心位置 X_0 之间关系的计算机仿真结果，光斑尺寸 $\rho = 1.5$ 。当 $X_0 = 0$ 时，即光斑中心正好落在 X_2 上，算法误差为零。当光斑中位于两个像素之间的中心点时，即 $X_0 = \pm 1/2$ ，算法误差最大。因为光斑形状及内插算法的对称性，算法误差曲线相对于 $X_0 = 0$ 的原点对称， ΔX 表现为奇函数，在 $\pm 1/2$ 区间内，算法误差 ΔX 的平均值等于零。

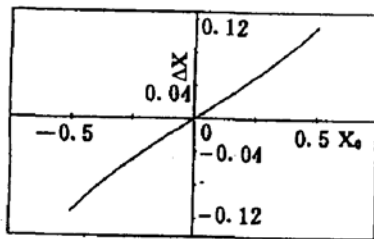


Fig. 2 Interpolation error ΔX VS. image center location X_0

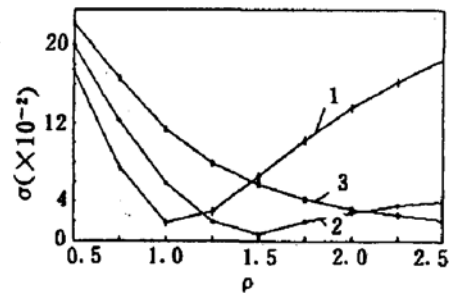


Fig. 3 Algorithm error σ VS. image spot size ρ
1—centroid, 2—linear, 3—parabolic

为了全面、综合评价某种算法的优劣，应该考虑 ΔX 在区间 $-1/2 \leq X_0 \leq 1/2$ 的分布情况。为此采用标准差（或称均方差） σ 来衡量算法误差的大小， σ 定义如下：

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\sum_{i=1}^N \Delta X_i^2}{N} \right)$$

计算机模拟结果表明，算法误差 σ 的大小，除了取决于所用的细分算法之外，还与光斑尺寸 ρ 密切相关。对于 3 点矩心法、线性法和抛物线法，算法误差 σ 与光斑半宽度 ρ 的关系如图 3 所示。从图 3 可以看出，抛物线法的算法误差在 $\rho < 1.5$ 时，比矩心法和线性法都要大。随着光斑尺寸增加，算法误差单调减小，这是因为光斑愈大，高斯曲线的中央部分愈接近于抛物线的缘故。要达到与矩心算法、线性算法的最小算法误差，抛物线法所要求的光斑尺寸要大得多。较大光斑尺寸，意味着光斑功率密度低，探测器输出的目标信噪比小，影响目标的探测能力并且加大了噪声对目标定位的不确定性。所以，建议不要使用抛物线法。

矩心算法是目前最普遍采用的细分算法. 在光斑尺寸 $\rho = 1.0$ 附近, 算法误差达到最小值. 实用的光斑尺寸最好控制在 $\rho = 1.0 \sim 1.25$, 此时算法误差 $\sigma = 1/30 \sim 1/50$, 与不用细分算法相比, 光斑定位精度提高一个数量级以上.

线性细分算法在 $\rho > 1.25$ 时, 算法误差比矩心法误差小, 且变化缓慢. 此种算法适合于 ρ 在较大范围内变化的光斑. $\rho = 1.25 \sim 2.0$ 时, $\sigma = 1/50$.

值得指出的是, 不论何种算法、光斑大小, 经过细分内插, 光斑定位误差都小于不细分时的定位误差. 此外, 从定位精度出发, 往往有一个最佳的光斑尺寸, 并非光斑越小越好, 这与通常的光学系统像质概念有区别.

3 算法误差的校正

从前面的分析知道, 光斑尺寸固定不变时, 算法误差 ΔX 与光斑位置 X_0 有明确的对应关系, 如图 2. 可利用此关系来校正算法误差, 使细分算法达到更高的光斑定位精度.

设细分内插求得的像点中心坐标是 X_c , 误差为 ΔX , 则校正后的像点中心坐标应是

$$X'_c = X_c + \Delta X$$

. 因为在实际测量时, 像点中心坐标 X_0 是未知的, 不能直接利用 ΔX 与 X_0 的关系. 但是经过适当的转换, 可求得 ΔX 与 X_c 的关系, 由此可进行算法误差的校正. 例如, 图 2 中的算法误差可用分段二次曲线来表示. 校正前, 细分误差为 $1/20$. 而

$$\Delta X = 0.235 X_c^2 + 0.210 X_c, X_c \geq 0 \quad \Delta X = -0.235 X_c^2 + 0.210 X_c, X_c \leq 0$$

校正之后, 细分误差可减小到 $1/100$ 以下.

4 实 验

实验装置的方框图如图 4 所示. 光源照明的针孔经光学透镜成像在 CCD 摄像机的光敏面上. 改变透镜的离焦量可以控制光敏面上光斑的大小. CCD 摄像机被微位移驱动器推动作微动, 移动量由电感测微仪读出. CCD 相机输出的电视信号被图像采集卡采集后送入计算机. 计算机完成光斑中心位置计算及算法误差校正, 求得的目标像点位置与测微仪测出的位置之差, 就是实际的光点定位误差 ΔX .

实验采用 3 点矩心法. 用 CCD 相机测量光斑尺寸 $\rho, \rho = 2.15$. CCD 相机输出的像点信噪比为 $SNR = 100$. 测得 CCD 局部响应不均匀性是 0.6% . 视频信号模数转换 8 bit.

实验结果见图 5. 细分内插处理后的像点定位误差最大值为 $1/5$. 误差曲线呈锯齿状, 其周期恰好是 CCD 摄像机的像素间距, 这些都与计算机的模拟结果相吻合. 经过算法误差校正, 最大定位误差为 $1/20$ 左右.

这里需要说明一下, 第 2、3 节中关于算法误差及算法误差校正的讨论都是基于高斯光斑的情况, 并没考虑其它误差. 在实际测量中, 实际光斑与高斯光斑存在着差异, 信号上叠加有噪声、CCD 像元响应不一致都使细分误差变大, 同时使误差曲线偏离算法误差曲线的理论值, 故校正达不到理想结果, 使误差偏大. 但是从实验结果看, 校正效果仍然是相当显著的, 证明采用细分算法加算法误差校正是一种提高定位精度的有效办法.

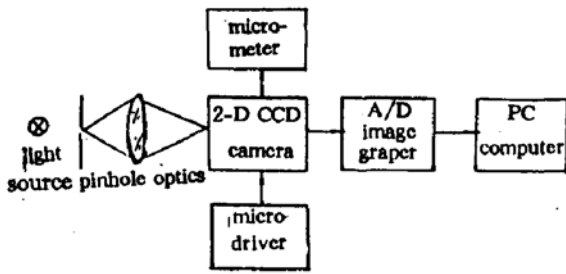


Fig. 4 The diagram of experiment set up

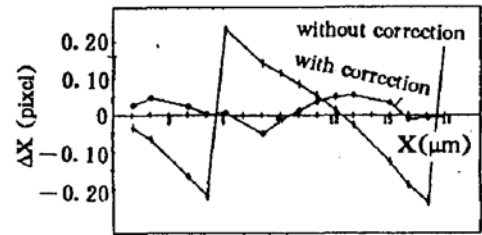


Fig. 5 Experiment results

参 考 文 献

- [1] phil M. Salomon, Charge-coupled device (CCD) trackers for high-accuracy guidance applications. *Opt. Eng.*, 1981, **20**(1):135~142
- [2] Richard H. Stanton, James W. Alexander, Edwin W. Dennison *et al.*, Optical tracking using charge-coupled devices, *Opt. Eng.*, 1987, **26**(9):930~938
- [3] S. B. Grossman, R. B. Emmons, Performance analysis and size optimization of focal planes for point-source tracking algorithm applications, *Opt. Eng.*, 1984, **23**(2):167~176

The subpixel interpolation accuracy of image spots with array detectors

CHEN Dengyun SHEN Mangzuo

(Institute of Optics & Electronics, Academia Sinica, Chengdu 610209)

(Received 27 June 1992; revised 26 October 1992)

Abstract

Using interpolation technique it is possible to determine the image spots position with subpixel accuracy. After a brief introduction to several common used interpolation algorithms, their algorithm errors are investigated based on a Gaussian image spot model. By correcting the algorithm error an even higher accuracy can be achieved. Above analyses are well verified by our experiments.

Key words Array detectors, subpixel interpolation.