

# 数字波面恢复中的高斯门限法\*

林有略 陈明仪

(上海科学技术大学应用光学与检测实验室, 上海 201800)

## 提 要

在工程干涉度量中获得的干涉图往往信噪比低且不为常值, 这给采用条纹细化和拟合方法恢复波面带来困难, 并导致较大的测量误差. 本文提出的高斯门限法不仅克服了常用技术的不足, 简便易行, 而且经计算机模拟分析和测试实例分析表明, 本法具有很高的精度和可靠性. 文中详述了高斯门限的原理、算法, 提供了实例分析结果.

**关键词** 波面恢复, 高斯门限法.

## 1 引 言

一种测量大口径光学表面的新方法——多孔径重迭扫描拼接技术<sup>[1,2]</sup>, 其基础在于精确分析各子干涉图. 虽有较多方法分析干涉图<sup>[3,4]</sup>, 尤以条纹中心采样拟波面法既简单实用, 运算速度快, 又能满足一定的精度要求. 但在确定条纹峰值位置时, 要求干涉图有较高质量<sup>[5,6]</sup>. 而实际测量中获得的干涉图往往质量很差, 信噪比低, 采用常规方法处理已十分困难. 本文针对低信噪比的干涉图, 提出了二值化处理中的高斯门限, 用它能有效地消除低频噪声的影响. 以配有图象处理板的个人计算机为处理器, 自动提取条纹中心和级次后恢复得数字波面. 对计算机模拟干涉图和四幅实际干涉图的分析表明, 此方法有很好的精度, 实际恢复波面的标准偏差优于 $\lambda/70$ .

## 2 高斯门限

图1是一幅在菲佐(Fizeau)干涉仪上实际摄取的干涉图, 经确定孔径中心和半径后, 其灰度分布可如下式表示:

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y)\sin[\phi(x, y)] + n(x, y), \quad (1)$$

图2则是对应于图1的某一截面灰度分布图. 由此两图可以看到, 噪声的侵入十分明显. 而就噪声的性质而言大体能分为两类:

- 1) 相干散斑噪声, 光学元件上污点和空气尘粒引起的衍射噪声, 它们相对于条纹处于较高频段, 对应(1)式中 $n(x, y)$ .
- 2) 干涉图上背景光强和对比度分布不均产生的低频噪声, 对应(1)式中 $A(x, y), B(x, y)$ 的变化.

收稿日期: 1992年1月27日; 收到修改稿日期: 1992年7月9日

\* 本课题得到上海科技大学科学基金的资助

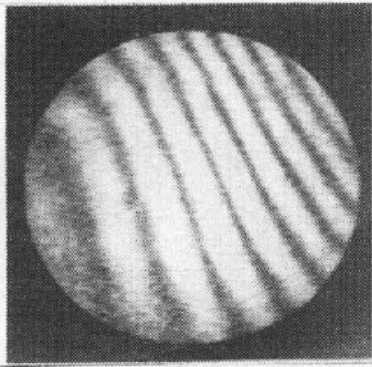


Fig. 1 Original interferogram deep noised

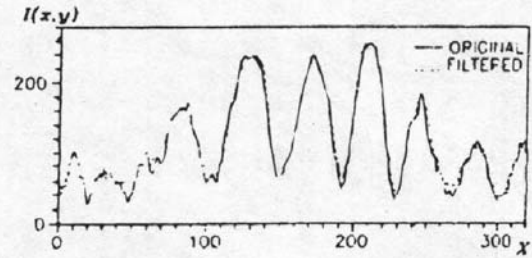


Fig. 2 Intensity distribution of a single line of the interferogram of Fig. 1

低信噪比干涉图经通常的预处理滤波后,采用微分法仍然较难确定条纹峰值,所以常对干涉图作二值化处理,以求将大部分残留噪声抑制于阈值之下,再提取条纹中心.图3为采用固定门限二值化的结果,孔径边缘的处理因背景光强不均匀而失败.采用根据一定窗口内干涉图局部特征自动调节门限作二值化<sup>[7]</sup>,虽然能够消除大部分背景不均匀影响,但会将残留高频噪声转化为许多黑白斑点,不能充分体现门限抑制作用,如图4所示.

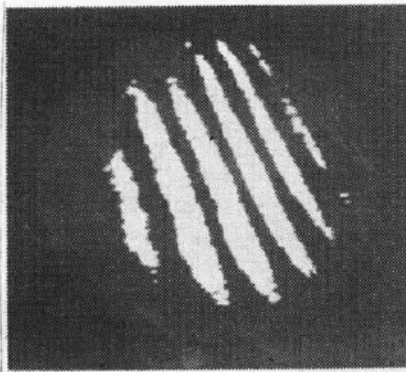


Fig. 3 Binary image of Fig. 1 obtained by means of stable threshold

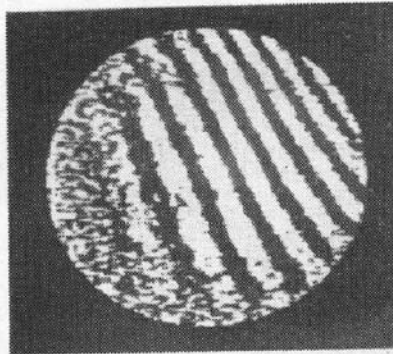


Fig. 4 Binary image of Fig. 1 obtained by means of dynamic threshold

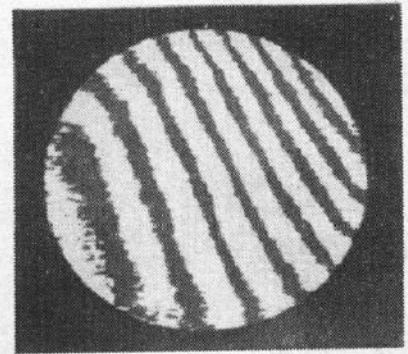


Fig. 5 Binary image of Fig. 1 obtained by means of Gaussian threshold

显然作为二值化关键的门限即是(1)式中的  $A(x,y)$ . 假如干涉图背景均匀,  $A(x,y)$ ,  $B(x,y)$  是常数,那么干涉图具有双峰特性的灰度直方图,其峰谷即是固定门限.事实上  $A(x,y)$ ,  $B(x,y)$  二者自孔径中心到边缘逐渐衰减,即它们是变化的.考虑到激光束本身的振幅分布特性,有理由认为  $A(x,y)$  和  $B(x,y)$  在圆孔径内近似按高斯曲线分布,故而取门限函数为:

$$T(x,y) = T_0[\exp(-r^2/2z^2)]^2, \quad (2)$$

式中  $r$  为  $(x,y)$  点到孔径中心距,  $T_0$  为孔径中心处门限,  $z$  为分布函数方差,表示衰减程度.我们以最大方差阈值法确定  $T_0$ ,即将直方图在某一阈值处分割成两组,当被分割的两组间方差最大时决定阈值<sup>[8]</sup>. 设一幅干涉图灰度值为  $1-m$  级,第  $i$  级灰度有象素  $n_i$  个,则总象素数  $N$  及其各值的出现概率  $P_i$  分别为

$$N = \sum_{i=1}^m n_i, \quad P_i = n_i/N, \quad (3)$$

用  $k$  将其分成两组  $C_0 = 1-k$ ,  $C_1 = (k+1)-m$ ,  $C_0, C_1$  产生的概率  $\omega_0, \omega_1$  和相应的平均值  $\mu_0, \mu_1$  分别为

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \sum_{i=1}^k P_i = \omega(k), & \mu_0 &= \sum_{i=1}^k iP_i/\omega_0 = \mu(k)/\omega(k), \\ \omega_i &= 1 - \omega(k), & \mu_i &= [\mu - \mu(k)]/[1 - \omega(k)], \\ \mu &= \sum_{i=1}^m iP_i, & \mu(k) &= \sum_{i=1}^k iP_i, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $\mu$  与  $\mu(k)$  分别为整体图的灰度均值与  $(1-k)$  灰度均值, 故

$$\mu = \omega_0\mu_0 + \omega_i\mu_i, \quad (5)$$

两组间方差为

$$\begin{aligned} \sigma^2(k) &= \omega_0(\mu_0 - \mu)^2 + \omega_i(\mu_i - \mu)^2 \\ &= [\mu\omega(k) - \mu(k)]^2 / \{\omega(k)[1 - \omega(k)]\}. \end{aligned} \quad (6)$$

求得最大  $\sigma^2(k)$  时的  $k$  值, 即可认为是  $T_0$ . 另外, 按照孔径边缘与中心的光强衰减差值, 由(2)式逆求即得  $z$ .

图 5 是高斯门限二值化的结果, 其去噪效果十分明显. 如果噪声值大到穿越门限时, 它们在二值化后仍被保留, 并表现为离散零落的黑白斑点.

为了去除上述黑白斑点, 并且保证条纹边缘不受损失, 本方法按如下算法处理: 对图 6 所示  $N \times N$  窗口, 若黑点在条纹边缘, 那么窗口内黑点总数  $Nb$  至少应在  $N(N-1)/2$  点以上, 否则改变当前点为白点.

$$I(x, y) = \begin{cases} 1 & Nb < N(N-1)/2 \\ I(x, y) & Nb \geq N(N-1)/2 \end{cases} \quad (7)$$

去黑补白均使用该算法, 且扫描方向近似顺合条纹走向, 前一象素以新计算出的结果参加后续判别, 依照条纹的延续加快清噪过程. 当然二值化前首先应作预处理, 去除  $n(x, y)$ . 常用的领域平均法去除高频段噪声十分有效. 对经处理后的干涉图提取中心, 跟踪条纹得到以不同灰度值表示级次的条纹中心图(图 7). 最后按照 Gram-Schmidt 正交化法, 使基底函数 Zernize 多项式在离散采样点上正交, 以最小二乘拟合即得波面<sup>[9]</sup>.

1	1	0	0	0
1	1	0	0	0
1	1	?	0	0
1	1	0	0	0
1	1	0	0	0

Fig. 6 Sketch map of a  $N \times N$  window

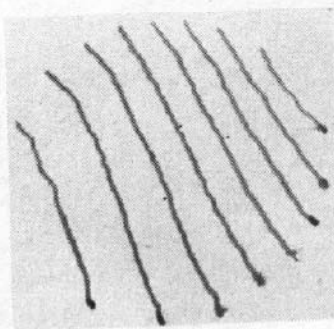


Fig. 7 Center lines of the fringes of Fig. 1

### 3.1 波面恢复精度评价标准

拟合均方差  $EF_{rms}$  是衡量拟合所得波面可信程度的常用标准, 表示了拟合曲面在孔径内偏离采样点的统计特性; 其值为

$$EF_{ave} = (1/M) \sum_{i=1}^M [W_f(x_i, y_i) - W_i], \quad (8)$$

$$EF_{rms} = \left\{ (1/M) \sum_{i=1}^M [W_f(x_i, y_i) - W_i - EF_{ave}]^2 \right\}^{1/2}, \quad (9)$$

式中  $EF_{rms}$  为拟合平均误差,  $W_i$  为波面采样值,  $W_f$  为拟合所得波面,  $M$  为采样点数. 虽然条纹数, 采样点数, 拟合多项式项数的变化都会在拟合误差得到反映, 但它不是测得值与真值的偏差. 由于噪声对条纹边缘的影响, 采样已存在误差, 而最小二乘拟合值和采样点的偏差中必然含有去噪修正的部分, 因此拟合误差虽然能大致评价方法的精度, 但直接将其作为精度评价标准是不适当的.

事实上应将恢复所得波面和真值波面  $W_r$  对应相减, 得到一差值波面  $\Delta W$ , 该波面的均方差  $\Delta W_{rms}$  真正表示了测得值与真值之间的偏差,  $\Delta W_{rms}$  越小, 则测得值越接近真值.

$$\Delta W = W_r - W_f, \quad (10)$$

$$\Delta W_{rms} = \left[ (1/K) \sum_{i=1}^K (\Delta W_i - \Delta W_{ave})^2 \right]^{1/2}, \quad (11)$$

式中  $\Delta W_i$  为差值波面检测值;  $\Delta W_{ave}$  为差值波面均值;  $i$  为网格检测点(总点数为  $K$ ).

### 3.2 计算机模拟干涉图分析

根据上述评价标准, 为了能在已知真值的情况下考察波面恢复的精度, 采用计算机模拟一个数字波面, 并对由该波面产生的干涉图附加随机白噪声和低频噪声, 使其与实际摄得干涉图的噪声状况相近. 由此可在已知真值后考察干涉图在采用高斯门限处理后波面恢复的精度和稳定性, 具体过程如下:

按照 KINGSLAKE 提出的光程差表示式<sup>[10]</sup>:

$$OPD = A(x^2 + y^2)^2 + B y(x^2 + y^2) + C(x^2 + 3y^2) + D(x^2 + y^2) + E y + F x \quad (12)$$

输入不同  $E, F$  值使条纹按不同方向倾斜, 然后根据(1)式使  $A(x, y), B(x, y)$  按高斯分布, 并加入白噪声  $n(x, y)$ , 模拟实摄干涉图如图 8 所示:

$$Ga(x, y) = [\exp(-r^2/2 \times 1.1^2)]^2, \text{ (孔径边缘 } Ga = 0.44),$$

$$A(x, y) = 127 \times Ga(x, y), B(x, y) = 50 \times Ga(x, y),$$

$$n(x, y) = n_0(x, y)/Ga(x, y), [n_0(x, y) \text{ 值为 } 0 \sim 50 \text{ 均布函数}].$$

通过上述方法对模拟干涉图处理并恢复波面, 以波面峰谷值 ( $P-V$ ), 均方差 ( $RMS$ ) 作为波面质量评价, 并按(9)式和(1)式求得其  $EF_{rms}$  和  $\Delta W_{rms}$  结果列于表 1. 对代表同一波面的不同模拟干涉图恢复所得波面函数, 将它们对应系数平均后得到一个平均波面  $\bar{W}$ , 相当于多次测量的平均值. 用  $\bar{W}$  代替(10)式中的  $W_r$ , 可求得各次波面测量值和其平均值之间的差值波面的均方差  $\Delta W'_{rms}$  以及其标准偏差  $\sigma$ :

$$\sigma = \left[ (1/N) \sum_{i=1}^N (\Delta W'_{rms,i})^2 \right]^{1/2}, \quad (13)$$

式中  $N$  为测量次数.

表 1 中  $\Delta W_{rms}$  均优于  $\lambda/200$ , 而其拟合误差都在  $\lambda/100$  左右, 此值和通常的方法具有相同的数量等级. 平均波面  $\bar{W}$  与真值波面间的差值波面的均方差  $\Delta W_{rms}$  约为  $\lambda/300$ . 实际检测时真值波面未知, 当以平均波面代之. 标准偏差  $\sigma$  反映了采用本方法恢复波面的发散, 其值在  $\lambda/400$  左右. 另外可明显看到  $\Delta W_{rms}$  和  $EF_{rms}$  之间并无直接对应关系, 进一步说明了以拟合误差评价的不可靠性.

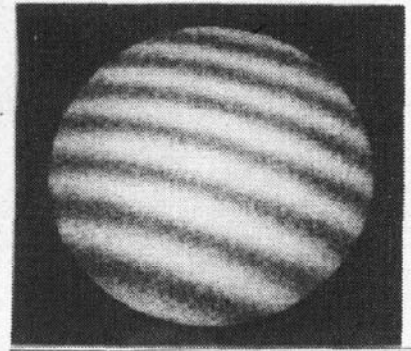


Fig. 8 Simulated interferogram with deep noise

Table 1 Simulated wavefront reconstruction (unit:  $\lambda/2$ )

Sample number	Fringe number	Fringe inclination		$P-V$	$RMS$	$EF_{rms}$	$\Delta W'_{rms}$	$\Delta W_{rms}$
		$E$	$F$					
109	7	-1	3	0.8964	0.1959	0.02122	0.00561	0.00822
102	6	3	1	0.9041	0.1962	0.01725	0.00437	0.00746
104	8	0	4	0.8962	0.1942	0.01639	0.00448	0.00886
true(theoretical) wavefront				0.9039	0.1950			
Average wavefront $\bar{W}$				0.8980	0.1953			0.00662
Standard deviation $\sigma$				0.00482				

### 3.3 实际干涉图分析

实际测量中对同一被测波面摄取了四幅不同条纹方向和数目的干涉图,其信噪比较计算机模拟干涉图更低,质量更差.而且摄于不同时刻,带有不同的温度变化,大气扰动等影响.使用本方法对条纹处理,以21项(5次)Zernike多项式拟合,结果列于表2.表中将四幅之平均波面 $\bar{W}$ 看作真值, $\Delta W'_{rms}$ 表示了测量值与平均值的均方差,由此可算得恢复波面的标准偏差 $\sigma$ 优于 $\lambda/70$ ,该值表明结果的离散较小,说明恢复得到的波面有足够的精度.

Table 2 Real wavefront reconstruction (unit:  $\lambda/2$ )

Sample number	Fringe number	Fringe inclination		$P-V$	$RMS$	$EF_{rms}$	$\Delta W'_{rms}$
		$E$	$F$				
108	9	3.9	-1.8	1.5825	0.3453	0.02666	0.03221
100	8	1.7	3.7	1.5145	0.3307	0.02832	0.01374
106	6	-2.6	0.6	1.5903	0.3475	0.02086	0.02803
142	12	0.1	5.8	1.5362	0.3312	0.03482	0.02986
Average wavefront $\bar{W}$				1.5128	0.3392		
Standard deviation $\sigma$				0.02694			

## 4 结论

精度分析和实验都表明,本方法具有测量精度高,可靠性和重复性好,简单易行等优点.对于信噪比低、对比度不均匀的激光干涉图采用高斯门限和分步清除噪声的方法处理,恢复波面的标准偏差 $\sigma$ 优于 $\lambda/70$ ,较常规方法有明显改善.由于受实验条件限制,本文处理的干涉图摄得较小,一般每条纹仅占象素40个左右,给采样带来固有缺陷,如果增多象素个数,选择适当的条纹数,则精度必定有所提高,可达 $\sigma = \lambda/100$ 左右.

对程维明、莫玉龙同志在本研究工作中给予热心帮助和有益的讨论表示衷心的感谢.

## 参 考 文 献

- [1] Ming-Yi Chen *et al.*, Multi-aperture Overlap-scanning Technique for Large Aperture Test. *Proc SPIE*, 1991, 1553:626
- [2] Weiming Cheng, Mingyi Chen, Transformation and Connection of Subapertures in Multi-aperture Overlap-scanning Technique for Large Optics Test, accepted by *Optical Engineering* in Nov. 1992
- [3] G. T. Reid, Automatic Fringe Pattern Analysis; A Review. *Optics & Laser in Engineering*, 1986, 7(7):37
- [4] D. Malacara, A Review of Interferogram Analysis Methods. *Proc SPIE*, 1990, 1332:678
- [5] T. Yatagai *et al.*, Automatic Fringe Analysis Using Digital Image Processing Technique. *Opt. Eng.*, 1982, 21(3):432
- [6] T. Yatagai *et al.*, Automatic Flatness Tester for VLSI. *Proc SPIE*, 1983, 429:130
- [7] 刘莹莹, 研究生毕业论文, 上海科技大学(1989)
- [8] 王积分, 张新荣编著, 计算机图象识别. 北京:中国铁道出版社, 1988:75
- [9] D. Malacara *et al.*, Wavefront Fitting with Discrete Orthogonal Polynomials in a Unit Circle. *Opt. Eng.*, 1990, 29(6):672
- [10] D. 马拉卡拉扰主编, 白国强等译, 光学车间检验. 北京:机械工业出版社, 1983:60

## Gaussian Threshold for Digital Wavefront Reconstruction

LIN Youlue      CHEN Ming

*Lab of Applied Optics and Metrology**(Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 201800)*

(Received 27 January 1992; revised 9 July 1992)

## Abstract

The interferogram is usually obtained with a low unconstant S/N rate in engineering interferometry, which makes it very difficult to analyse the fringe pattern by using fringe thinning and fit method, and causes larger test error. The Gaussian threshold method introduced in this paper can overcome the disadvantages of some ordinary techniques widely used now. It is certified that this method has high accuracy and reliability by the analysis of computer simulated results and real tests. The principle and algorithm of the Gaussian threshold and the results of tests are presented in details.

**Key words** wavefront, reconstructor, Gaussian threshold method.