

小周期波荡器自由电子激光器 ——数值模拟与实用化设计

封碧波 王明常 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

提 要

采用三维自治非线性理论计算方法, 针对小周期波荡器自由电子激光器进行了数值模拟计算研究. 结果表明, 在我所现有脉冲线加速器基础上, 采用周期为 10 mm 的波荡器, 可获得输出功率为 20 MW, 波长为 1.7 mm 的自由电子激光. 最后给出实用化总体实验设计方案.

关键词 小周期波荡器, 自由电子激光, 数值模拟.

1 引 言

小周期波荡器自由电子激光器可用作高功率的毫米波源, 在基础科学研究和军事上具有极其重要的应用价值. 目前, 国外已有多种不同方式的小周期波荡器自由电子激光器的设计和实验^[1~6]. 作者曾于 1984 年研制了 3 m 长, 周期为 24 mm 的永磁波荡器^[7]. 但它们通常采用了线极化的波荡器, 其结构是磁极间间隙较小, 不利于自由电子束的传输. 电子束流受到极大的限制, 使得激光输出功率降低. 作者曾提出一种新型的小周期波荡器结构^[8]. 它是由带铁芯的双绕螺旋片组成, 产生周期性圆极化磁场. 其激光输出功率较其它类型的小周期波荡器自由电子激光器有较大的提高.

本文先讨论这种新型小周期波荡器的结构及其磁场. 根据实验测量, 周期为 10 mm 的波荡器, 其横向磁场可高达 0.15 T. 然后, 以三维自治非线性理论计算方法, 编制了数值模拟计算程序 SHFEL. 针对我所现有的脉冲线加速器设备(电子束能量 0.5 MeV, 束流强度 800 A), 和这种新型的小周期波荡器, 进行了数值模拟计算. 最后, 提出了这种新型的小周期波荡器自由电子激光器总体实验实用化设计方案.

2 小周期波荡器结构及其磁场

小周期波荡器的结构如图 1 所示. 它是由带铁芯的双绕铜质螺旋片组成. 两组铜片旋绕在一起, 中间插入软铁芯. 铜片与软铁芯之间采用绝缘漆或绝缘薄膜绝缘. 两组铜片在一端相互连接, 另一端通以相反的电流. 图中, λ_w 为波荡器周期, r_0 和 r_i 分别为螺旋片外圆和内圆半径, h_1 、 h_2 分别为铜片和软铁芯厚度.

无铁芯情况下, 两组螺旋片中通以方向相反的电流 I , 螺旋管内将产生周期性变化的圆极化横向磁场. 轴线上横向磁场幅值可表示为^[8]

$$B_w = \frac{8\pi I}{10\lambda_w(r_o - r_i)} \int_{r_i}^{r_o} dr' \left[\frac{2\pi r'}{\lambda_w} K_0\left(\frac{2\pi r'}{\lambda_w}\right) - K_1\left(\frac{2\pi r'}{\lambda_w}\right) \right], \quad (1)$$

式中 K_0, K_1 分别为零阶和一阶变形贝塞耳(Bessel)函数。

在螺旋片间加软铁芯之后,螺旋管内的横向磁场大大提高.磁场分布与无铁芯的波荡器相比有所变化,但其磁场的周期性结构不会改变。

我们设计研制了第 I 型的双绕螺旋片状小周期波荡器.其周期 $\lambda_w = 10$ mm,周期数为 12,总长 120 mm.螺旋片的内径和外径分别为 14 mm 和 28 mm,铜片和铁芯厚度分别为 1.0 mm 和 4.0 mm.螺旋片上电流输入端和输出端的电阻为 20 mΩ.铁芯采用了矽钢材料,铜片和铁芯间用薄膜绝缘.加在波荡器两端的电流由一组电容器提供.利用一分压线圈可测量出放电回路

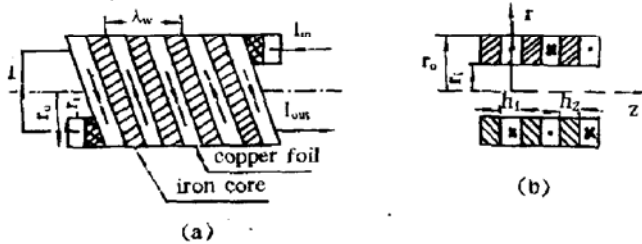


Fig. 1 Configuration of the small-period wiggler with ferromagnetic cores. (a) Schematic of the wiggler, (b) Cross section along z -axis

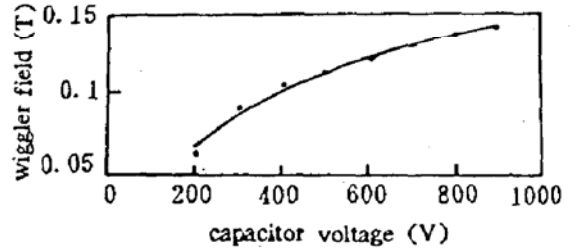


Fig. 2 Wiggler field B_w vs. capacitor voltage V

中电流强度.实验表明电容器上的电压与回路中峰值电流强度的关系是 $I \approx 13 U_c$.采用自制应线圈沿波荡器轴线测得磁场的微分信号 (dB_w/dt);该信号通过密勒积分器后,得到波荡器轴线上的横向磁场.图 2 表示了波荡器横向磁场幅值随电容器上充电电压变化关系曲线.可以看出,场强并不随充电电压 U_c 线性增长.当电压达到一定值后,场强幅值增长变化较为缓慢.这是因为磁性材料存在磁饱和现象的原因.若选取较高磁导率和磁饱和系数的磁性材料,可以获得更高的磁场强度,自由电子激光器实验要求波荡器具有较高横向磁场,实验测到的磁场高达 0.15 T,已满足这一要求。

在喇曼型自由电子激光器实验中,通常加导引磁场来约束自由电子在相互作用区中的运动.由于采用的波荡器中引入了软磁材料,加上导引磁场后,波荡器中磁场分布有所改变.对波荡器内磁场实际测量表明,导引场对波荡器横向磁场的周期性没有影响,只是在一定程度上降低了横向磁场的幅值.这可能受到软磁材料磁饱和特性的影响,关于这一问题,有待于进一步的理论探讨和实验研究。

3 数值模拟

3.1 基本方程

双绕螺旋片小周期波荡器的磁场强度在柱坐标系中近似表示为

$$\mathbf{B}_w(\mathbf{r}) = 2B_w(z) [I_1(\lambda) \mathbf{e}_r \cos \chi - (I_1(\lambda)/\lambda) \mathbf{e}_s \sin \chi + I_1(\lambda) \mathbf{e}_z \sin \chi], \quad (2)$$

式中, $\lambda = k_w r$, $k_w = 2\pi/\lambda_w$, $\chi = \theta - k_w z$, λ_w 为波荡器周期, $I_1(\lambda)$ 、 $I_1'(\lambda)$ 分别为一阶修正贝塞耳函数及其导数, $B_w(z)$ 表示波荡器场强度幅值。

$$B_w(z) = \begin{cases} B_w \sin^2(k_w z / 4N_w), & 0 \leq z \leq N_w \lambda_w \\ B_w & z > N_w \lambda_w \end{cases} \quad (3)$$

(3)式表示了波荡器前 N_w 个周期的磁场强度由零逐渐绝热过渡到均匀磁场 B_w 的区域. 为约束相互作用区中的自由电子束, 引入轴向的均匀导引磁场 B_0 , 则总的静磁场

$$B(\mathbf{r}) = B_w(\mathbf{r}) + B_0 \mathbf{e}_z, \quad (4)$$

忽略空间电荷效应, 辐射场矢势的 $TE_{l,n}$ 模式表示为

$$\delta = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \delta_{ln}(z) \left[\frac{1}{k_{ln} r} J_l(k_{ln} r) \mathbf{e}_r \sin a_l + J_l(k_{ln} r) \mathbf{e}_\theta \cos a_l \right], \quad (5)$$

$$a_l = \int_0^z dz' k(z') + l\theta - \omega t, \quad (6)$$

式中 $\omega, k(z)$ 分别为散射频率和波数. J_l, J_l' 分别为 l 阶贝塞函数. $k_{ln} = \chi'_{ln}/R_g$, χ'_{ln} 满足 $J_l(\chi'_{ln}) = 0$, R_g 是波导半径.

将静磁场(4)式和辐射场矢势(5)代入麦克斯韦方程, 求得 TE_{ln} 模式幅值和波数随轴向距离变化的一阶微分方程组.

$$\frac{d\delta a_{ln}}{dz} = \delta a_{ln} \Gamma_{ln}' \quad (7)$$

$$\frac{d\Gamma_{ln}}{dz} = -\Gamma_{ln}^2 - [(\omega/c)^2 - k^2 - k_{ln}^2] + \frac{\omega_p^2}{c^2} \cdot \frac{H_{ln}}{\delta a_{ln} \beta_{z0}} \left\langle \frac{v_1 T_l^{(+)} + v_2 W_L^{(+)}}{|v_x|} \right\rangle, \quad (8)$$

$$\frac{dk}{dz} = 2k\Gamma_{ln} + \frac{\omega_p^2}{c^2} \cdot \frac{H_{ln}}{\delta a_{ln} \beta_{z0}} \left\langle \frac{v_1 W_L^{(-)} - v_2 T_l^{(-)}}{|v_x|} \right\rangle, \quad (9)$$

$$\delta a_{ln} = e\delta A_{ln}/mc^2, \quad \beta_{z0} = v_{z0}/c, \quad \omega_p^2 = 4\pi e^2 n_b/m.$$

中 Γ_{ln} 为 TE_{ln} 模的增长率. v_1, v_2 分别为螺旋坐标系(球面柱坐标系)中 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 方向的速率. (8)~(9)式中, $\langle \dots \rangle$ 表示对一个周期内所有电子在初始轴向空间和波导横截面分布求平均*

单个自由电子在场中的运动满足洛伦茨(Lorentz)力方程

$$v_z \frac{d}{dz} \mathbf{P} = -e\delta E_{ln} - (e/c) \mathbf{v} \times (\mathbf{B} + \delta \mathbf{B}_{ln}), \quad \sigma E_{ln} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \delta A_{ln}, \quad \delta \mathbf{B}_{ln} = \nabla \times \delta \mathbf{A}_{ln}. \quad (10)$$

自由电子在相互作用区中的位置由下列方程描述

$$v_z \frac{d}{dz} x = v_1 \cos(k_w z) - v_2 \sin(k_w z) \quad v_z \frac{d}{dz} y = v_1 \sin(k_w z) + v_2 \cos(k_w z) \quad (11)$$

电子相位变化为

$$\frac{d\psi_l}{dz} = k + lk_w - \frac{\omega}{v_z} \quad (12)$$

(7)~(9)式描述了辐射场 TE_{ln} 模式的变化特性, (10)~(12)式表示了粒子在场中的运动及轴相空间的变化. 它们构成了一组自洽的一阶微分方程组, 描述了自由电子激光器的非线性特性. 求解这组微分方程, 可以获得自由电子激光的输出功率, 效率, 增益等重要参量, 为自由电子激光器实验设计提供了有力的理论依据.

3.2 计算结果

本文采用 Adams-Moulton 预估一效正法求解场方程和电子运动方程. 方程总数为 6

* 其余参量同文献[9]

$N_T + 3, N_T$ 是一周期内模拟电子总数目, 计算中选取 $N_T = 1000$. 电子束在初始状态时相空间分布及横截面上的分布均采用高斯分布. (8) 式和 (9) 式中的平均采用了 N 阶高斯求积算法, $N = 10$. 根据电子束与辐射场在能量交换过程中其总能量守恒原理, 控制计算程序在整个计算过程中的精度. 圆柱波导喇曼型自由电子激光器一般工作在 TE_{11} 模, 因此仅对 TE_{11} 模式进行数值模拟计算. 根据我所脉冲线加速器工作情况, 选取电子束能量为 0.5 MeV , 束流强度 $I_b = 800 \text{ A}$. 取实心圆柱电子束, 半径 $r_b = 0.3 \text{ cm}$. 波荡器的横向磁场由实验结果取 $B_w = 0.1 \text{ T}$, 周期 $\lambda_w = 1 \text{ cm}$; 前 6 个周期为磁场的绝热过渡段, 波导管半径 $R_w = 0.5$. 图 3 给出了散射波输出功率和增长率与轴向位置的关系曲线, 轴向导引场 B_0 和波荡器磁场幅值分别为 0.3 T 和 0.1 T . 自由电子自发辐射功率作为激光放大器的输入功率, $P_{in} = 0.05 \text{ W}$, 散射波频率 $(\omega_s / ck_w) = 5.8$, 对应于输出波长 $\lambda_s = 1.72 \text{ mm}$. 由图 3 可知, 辐射功率随轴向位置变化. 经过波荡器磁场过渡区域后, 输出功率呈指数增长, 相应的激光增长率维持在线性区域, $zk_w = 80$ 到 $zk_w = 300$, 其增长率 $(\Gamma / k_w) \approx 0.035$. 当 $zk_w = 348$ 时, 输出功率达到饱和, $P_{out} = 20.21 \text{ MW}$. 在自由电子激光器中, 电子束与波相互作用, 电子束发生群聚, 将能量转换给散射波, 产生激光输出. 图 4(a)(b)

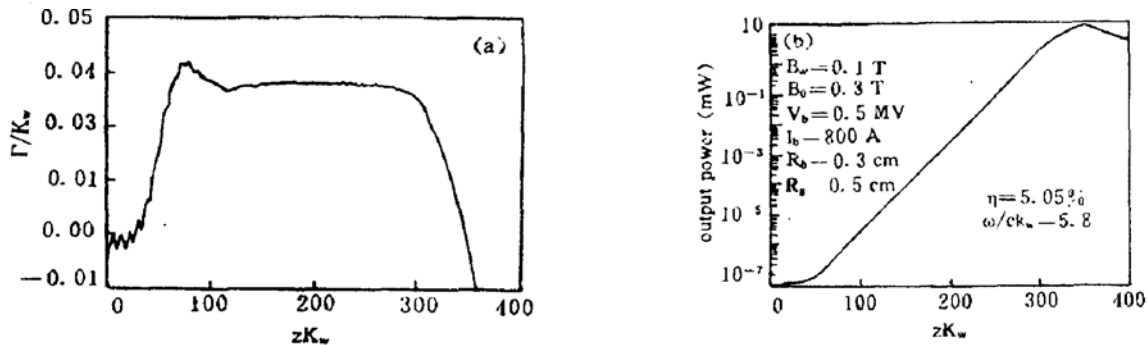


Fig. 3 The growth rate (a) and radiation power (b) of the TE_{11} mode VS. axial position

表示了电子束进入波荡器均匀区 $zk_w = 38$ 和达到饱和点时相空间分布. 实线表示了电子在理想轨道运动情况下计算的相空间包络. 图 4(a) 中, 由于散射波幅值较低, 包络也较小. 从图 4(a) 中也明显看到电子束已经产生群聚, 在小信号情况下, 正是因电子群聚, 电子束将能量转换给散射波. 图 4(b) 描述了达到饱和点时电子束相空间的分布, 其中大部分电子陷落在包络中. 包络中陷落电子与散射波产生能量交换.

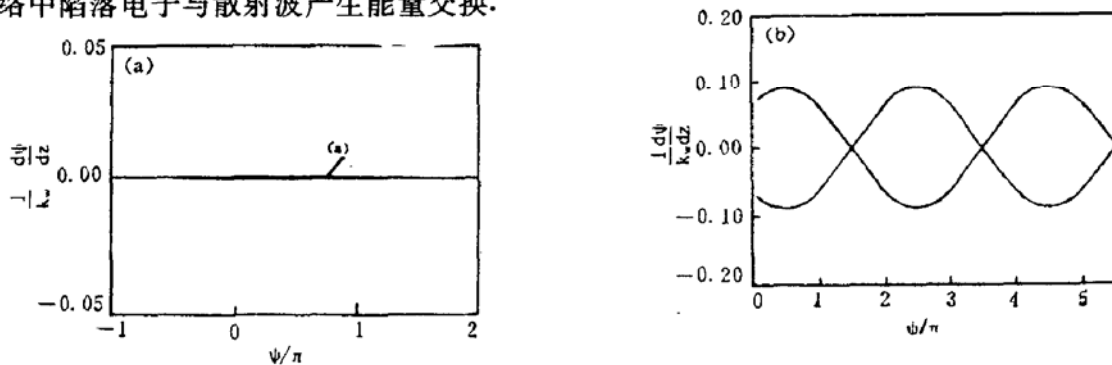


Fig. 4 Axia phase space (a) at $zk_w = 38$, (b) at saturation ($z_0 k_w = 348$).

图 5 给出了输出功率随导引磁场变化关系计算中取波荡器磁场 $B_w = 0.1 \text{ T}$, 散射波频率 $\omega_s / ck_w = 6.0$, 对应于波长 $\lambda_s = 1.67 \text{ mm}$. 电子的运动处于第一轨道. 如图所示, 输出功率在 $B_0 = 0.15 \text{ T}$ 附近达到最大, $P_{out} = 12.11 \text{ MW}$. 随导引磁场的增强, 输出功率降低. B_0 越大, 越靠近谐振点, 电子回旋运动剧烈, 产生其它的复杂效应, 导致输出功率下降.

电子能量转换效率及激光增益与辐射频率的关系如图 6 所示. 取 $B_w = 0.1 \text{ T}$, $B_0 = 0.3 \text{ T}$. 在中心频率 $\omega_s/ck_w = 5.6$ 附近, 效率最大, $\eta = 7.7\%$ (图 6 中曲线 a), 相应输出功率 $P_{\text{out}} = 30.78 \text{ MW}$. 线性增长率 $\Gamma/ck_w = 0.035$, 达到饱和点的位置 $z_0k_w = 385$, 频率 $\omega_s/ck_w = 5.8$ 附近, 线性增益达最大, $\Gamma/K_w = 0.035$, 图 6 中曲线 b, 相应的输出功率 $P_{\text{out}} = 20.21 \text{ MW}$, 相互作用长度缩短为 $zk_w = 348$, 转换效率为 5.05% .

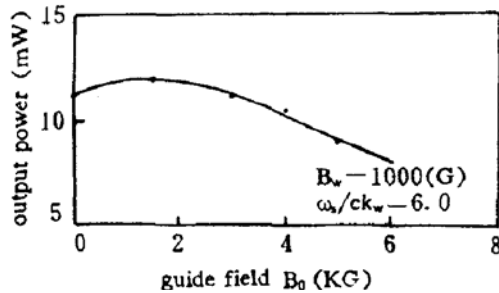


Fig. 5 The radiation power vs. axial field strength

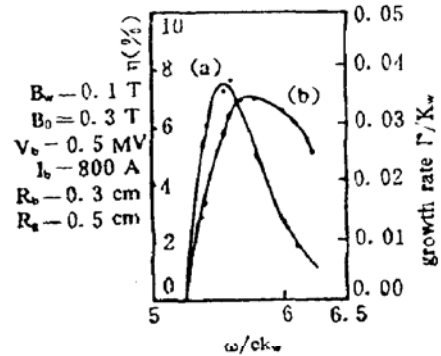


Fig. 6 Spectrum of the interaction efficiency, growth rate vs. frequency

4 小周期波荡器自由电子激光器实验设计

数值模拟计算表明, 在上海光机所现有的脉冲线加速器基础上, 利用小周期波荡器, 可以实现超辐射放大, 输出功率在 20 MW 以上, 波长为 1.7 mm 的自由电子激光. 表 1 给出了我们设计的新型小周期波荡器喇曼型自由电子激光器总体实验设计的一组参数.

Table 1.

| Accelerator parameters: | | wiggler parameters: | |
|-------------------------------------|---------|-----------------------------------|--------|
| electron beam energy E_b | 0.5 MeV | outside diameter ϕ_D | 29 mm |
| relativistic energy factor γ | 1.98 | inside diameter ϕ_d | 15 mm |
| beam radius r_b | 3.0 mm | copper thickness h_1 | 1.5 mm |
| current I_b | 800 A | iron core thickness h_2 | 3.5 mm |
| pulse width | 50 ns | wiggler period λ_w | 10 mm |
| Radiation field parameters: | | transient section $N_w \lambda_w$ | |
| wavelength λ_s | 1.7 mm | wiggler field B_w | 0.1 T |
| output power P_{out} | 20 MW | drift tube radius r_b | 5.0 mm |
| efficiency η | 5.05% | guide field B_0 | 0.3 T |
| growth rate Γ/k_w | 0.035 | | |
| saturation position z_0 | 55 cm | | |

实验中调节充电电容器上的电压, 可改变波荡器磁场和导引磁场强度. B_w 可在 $0 \sim 0.15 \text{ T}$ 内调节; B_0 在 $0 \sim 1 \text{ T}$ 内调节. 适当选取 B_w 和 B_0 , 可以获得小周期波荡器自由电子激光器最佳工作点, 以期获得最大输出功率的自由电子激光.

5 结 论

计算机数值模拟为自由电子激光器的设计提供了一定的理论依据,也为分析,解释其实验结果提供有力帮助,采用该数值模拟程序,分析了中国科学院上海光学精密机械研究所 8 mm 波段喇曼型自由电子激光器,获得了与实验相符的结果.有关设计的小周期波荡器自由电子激光器深入的理论分析与总体实验方面的工作正在进行之中.

参 考 文 献

- [1] V. L. Granatstein, W. W. Destler, I. D. Mayergoyz, Small-period electromagnet wigglers for free-electron lasers. *Appl. Phys. Lett.* 1985, **47**(6):643~645
- [2] W. W. Destler, V. L. Granatstein, I. D. Mayergoyz *et al.*, Near-millimeter free electron laser designs based on measured characteristics of small-period electromagnet wigglers *J. Appl. Phys.* 1986, **60**(2):521~528
- [3] R. Stoner, S. C. Chen G. Bekefi, A Planar Electromagnet Microwiggler for Free Electron Lasers. *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 1990, **18**(3):387~391
- [4] S. C. Chen, G. Bekefi, S. DiCecca *et al.*, Tunable Micro-Undulators for Free Electron Lasers, Conference Digest of 13th International Conference on Infrared and Millimeter Waves. *proc. SPIE* **1039**:39~40
- [5] G. Ramian, L. Elias, I. Kimel, Micro-Undulator FELs. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1986, **A250**:125~133
- [6] G. Ramian, L. Elias, I. Kimel, The new UCSB compact far-infrared free-electron lasers. *Nucl. Instr. and Meth.*, 1988, **A272**:81~88
- [7] 王明常,周慧芬, 永磁 wiggler 磁场的设计和小周期数装置的实验. *中国激光*, 1984, **11**(5):263~269
- [8] 封碧波,王明常,王之江, 新型小周期 wiggler 的研制. *物理学报*, 1992, **41**(3):442~447
- [9] A. K. Ganguly, H. P. Freund, Nonlinear analysis of free-electron laser amplifiers in three dimensions. *Phys. Rev. A*, 1985, **32**(4):2275~2286

A small-period wiggler free-electron laser simulation and design

FENG Bibo WANG Mingchang WANG Zhijiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 30 January 1992)

Abstract

A new type of small-period wiggler free-electron laser is proposed and investigated numerically with the three-dimension self-consistent nonlinear theory. The results show that a radiation with power of 20 MW and wavelength of 1.7 mm can be obtained on a relative low energy accelerator (0.5 MeV, 800 A). The design of the small-period wiggler free-electron laser for overall experiments is presented.

Key words small-period wiggler, free-electron laser, numerical simulation.