

参考面的选取对利用自洽法建立染料激光器锁模方程的影响

朱 箭 袁树忠 吕福云 关信安
(南开大学现代光学研究所, 天津 300071)

提 要

本文讨论了利用自洽法建立锁模方程时, 各种参考面位置的选取对锁模方程的影响, 找到了合理的参考面位置, 据此重新建立了适用于同步锁模, 混合锁模和被动锁模的锁模方程. 并给出了同步锁模的数值解, 它与实验结果是一致的.

关键词 自洽, 锁模, 染料激光器.

1 引 言

早期的同步锁模混合锁模和被动锁模的理论是建立在 Haus 的工作基础之上^[1,2], 它没有考虑到腔内各元件对光脉冲的作用算符之间的对易关系. 最近, 有文献报道了在考虑了各算符之间的对易关系后的同步和混合锁模方程^[3,4]. 由于有的作用算符之间存在不对易性, 这样在建立锁模方程时选取不同的参考面所得的方程也不同, 文献[3][4]的锁模理论由于没有考虑到这一点, 故其所求得的光脉冲参数, 实际上并不是染料激光器的输出光脉冲的参数, 而是在参考面处的光脉冲参数, 本文通过对不同参考面位置的影响分析, 选取合理的参考面位置, 从而建立三种锁模形式的统一锁模方程, 并以同步锁模为例进行了分析.

2 参考面的选取

具有线性谐振腔的锁模染料激光器, 腔内各元件的安排如图1所示. 增益介质对从右边进入的光脉冲的作用算符为 A_1 , 对从左边进入的光脉冲的作用算符为 A_2 , 假定可饱和吸收体的上能级弛豫时间远小于光脉冲两次通过它的时间间隔, 因此可饱和吸收体对光脉冲的两次作用算符均为 L , 色散元件对脉冲的作用算符为 H . 在图1中参考面有四种选取位置.



Fig. 1 Model of mode-locked dye laser

2.1 参考面取在端镜与增益介质之间

不论光脉冲在参考面上的传播方向如何, 得到的自洽关系均为

收稿日期: 1991年7月1日; 收到修改稿日期: 1991年10月21日

* 本文中黑体字表示算符

$$v_1(t) = A_1 L H H L A_2 v_1(t - T_R), \quad (1)$$

式中 T_R 为光脉冲在腔内传播一周的时间

2.2 参考面取在增益介质与可饱和吸收体之间

如光脉冲在参考面上向右传播自治关系为

$$v_2(t) = A_2 A_1 L H H L v_2(t - T_R), \quad (2)$$

而光脉冲在参考面上向左传播时自治关系为

$$v_3(t) = L H H L A_2 A_1 v_3(t - T_R). \quad (3)$$

显然, 这时即使在同一参考面上, 光脉冲的传播方向不同, 所满足的自治关系也不同.

2.3 参考面取在可饱和吸收体与色散元件之间

同样需要考虑光脉冲在参考面上的传播方向, 光脉冲在参考面上向右传播, 自治关系为

$$v_4(t) = L A_2 A_1 L H H v_4(t - T_R), \quad (4)$$

如光脉冲在参考面上向左传播, 自治关系为

$$v_5(t) = H H L A_2 A_1 L v_5(t - T_R). \quad (5)$$

2.4 参考面取在色散元件与输出镜之间

不论光脉冲在参考面上的传播方向如何自治关系均为

$$v_6(t) = H L A_2 A_1 L H v_6(t - T_R). \quad (6)$$

由自治模型可知在稳态时有 $v(t) = v(t - T_R)$, 即各作用算符对光脉冲的综合作用应为 1, 虽从纯数学的角度来看, (1)~(6) 式是等价的, 但由于有些作用算符之间不对易, 而且在实际的染料激光器中不可能存在象 $A_1^{-1}v(t)$, $A_2^{-1}v(t)$, $L^{-1}v(t)$, $H^{-1}v(t)$ 这样一些物理过程, 因而不能引入作用算符的逆算符, 即实际上, 任何情况下 (1)~(6) 式是不等价的, 由于它们建立的锁模方程的解分别是指腔内不同地点、不同传播方向上的光脉冲包络, 其中只有 $v_6(t)$ 与输出光脉冲是一致的, 所以合理的参考面位置应在输出镜的表面. 同时还可以得出以下结论, 锁模染料激光器腔内元件的不同安排, 得到输出光脉冲的包络也将不同, 这一结论已被实验所证实^[5].

3 锁模方程的推导

在推导过程中作了四点的假设和近似^[1]

- 1) 增益介质是均匀展宽的;
- 2) 各元件对光脉冲的作用可展开到指数项的一阶;
- 3) 色散元件的传递函数可展开到二阶;
- 4) 光脉冲的宽度远小于它在腔内传播一周的时间.

以输出镜的表面为参考面, 设在参考面处的光场为 $v(t)\exp(i\omega_0 t)$, $v(t)$ 为光脉冲的包络, ω_0 为激光的中心频率, $v(t)$ 相对于 $\exp(i\omega t)$ 是一个慢变化函数, 光脉冲在腔内传播一周的时间应为: $T_R + \delta T$, δT 是由于谐振腔的失谐量引起的微小延迟, $\delta T = 2\delta L/c$, c 为光速, 考虑到 δT 是一个小量, 则由自治模型得

$$v(t) = v(t - T_R - \delta T) = v(t - T_R) - \delta T [dv(t)/dt]. \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (6) 式得

$$v_0(t - T_R) - \delta T [dv(t)/dt] = HLA_2A_1LHv_0(t - T_R), \tag{8}$$

各作用算符的具体表达式为

$$H = \exp\left[-\frac{\omega_0 T_R}{4Q} \left(1 - \frac{1}{\omega_c^2} \frac{d^2}{dt^2}\right)\right], \tag{9}$$

其中 $(-\omega_0 T_R/4Q)$ 为激光器的单程线性损耗, Q 谐振腔的品质因素, ω_c 色散元件所确定的腔内带宽

$$A_1 = \exp[G_1(t)], A_2 = \exp[G_2(t)], L = \exp[-L(t)], \tag{10}$$

式中 $G_1(t)$, $G_2(t)$ 为增益介质的增益系数, $L(t)$ 为可饱和吸收体的吸收系数. 将(9)式、(10)式代入(8)式, 并考虑到开始的假设和近似, 以及 Wely 等式, 得到参考面在输出镜处的锁模方程

$$\left. \begin{aligned} & \left[g(t) - 2B + \frac{B}{\omega_c^2} g''(t) \right] v(t) + \left[\frac{2B}{\omega_c^2} g'(t) + \delta T \right] \frac{dv(t)}{dt} \\ & + \frac{2B}{\omega_c^2} \left[1 + g(t) - 2B + \frac{B}{2\omega_c^2} g''(t) \right] \frac{d^2v(t)}{dt^2} = 0, \\ & B = \omega_0 T_R / 4Q, \quad g(t) = G_1(t) + G_2(t) - 2L(t), \\ & g'(t) = dg(t)/dt, \quad g''(t) = d^2g(t)/dt^2, \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

(11)式为适用于三种锁模形式的锁模方程. 同步锁模, 混合锁模和被动锁模仅仅是 $g(t)$ 的具体形式不同而已.

为了使锁模方程的解定与实验结果一致, 将(11)式改写成光脉冲强度包络满足的方程:

$$\begin{aligned} & 2 \left[g(t) - 2B - \frac{B}{\omega_c^2} g''(t) \right] I(t) + \left[\frac{2B}{\omega_c^2} + \delta T \right] \frac{dI(t)}{dt} + \frac{2B}{\omega_c^2} \left[1 + g(t) - 2B \right. \\ & \left. + \frac{B}{2\omega_c^2} g''(t) \right] \left[\frac{d^2I(t)}{dt^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{dI(t)}{dt} \right)^2 \right] = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

4 同步锁模的数值解

为求解锁模方程, 需要确定 $g(t)$ 的具体形式, 因在同步锁模染料激光器中 $L(t) = 0$, 故

$$g(t) = G_1(t) + G_2(t), \tag{13}$$

增益介质可以被视为一个均匀展宽的二能级系统, 增益介质的增益在光脉冲 $I(t)$ 到达前, 取决于泵浦光脉冲所确定的小信号增益 $G_s(t)$, 当光脉冲 $I(t)$ 到达时, 由于受激辐射增益急剧下降这时的增益系数满足以下速率方程

$$\frac{dG_1(t)}{dt} = \frac{dG_s(t)}{dt} - I(t)G_1(t). \tag{14}$$

式中小信号增益由

$$G_s = G_m \int_{-\infty}^t I(t') dt'$$

确定, G_m 为增益介质可获得的最大增益, $I_p(t)$ 为泵浦脉冲, 以锁模 Ar^+ 激光器作为泵浦源, $I_p(t)$ 应为高斯^[7]

$$I_p(t) = \frac{E_{p0}}{\sqrt{\pi} I_p} \exp \left[- \left(\frac{t + t_0}{\tau_p} \right)^2 \right], \tag{15}$$

式中 t_0 为泵浦脉冲相对光脉冲 $I(t)$ 的提前量, τ_p 泵浦脉冲的宽度, 因此

$$G_s(t) = \frac{G_m + E_{p0}}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{t + t_0}{\tau_p} \right) \right]. \quad (16)$$

光脉冲通过增益介质后, 由 $I(t)$ 变为 $I_1(t)$, 当 $I_1(t)$ 经端镜反射在 Δt 时间间隔后再次通过增益介质时, 因 $\Delta t \gg \tau_p$, 泵浦脉冲已不存在, 增益系数 $G_2(t)$ 满足的速率方程应为

$$\frac{dG_2(t)}{dt} = -I_1(t)G_2(t). \quad (17)$$

根据开始的假设和近似可知, $I_1(t) \approx I(t)$, 由(13)、(14)、(17)三式得 $g(t)$ 满足的方程

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{dG_s(t)}{dt} - I(t)g(t). \quad (18)$$

同步锁模的光脉冲为(12)式和(18)式两个方程的联立解, 如以 $[dg(t)/dt] = 0$ 的地方为时间原点, 则光脉冲的初值为

$$I(0) = \frac{1}{g(0)} \left. \frac{dG_s(t)}{dt} \right|_{t=0}. \quad (19)$$

由 Frigo 的实验结果^[6]可知 $G_1(t)$ 和 $G_2(t)$ 的初值

$$G_1(0) = (G_m E_{p0}/2) [1 + \operatorname{erf}(t_0/\tau_p)], \quad G_2(0) = 0.6515 E_{p0} G_m. \quad (20)$$

因而

$$g(0) = G_m E_{p0} [1.1515 + 0.5 \operatorname{erf}(t_0/\tau_p)], \quad (21)$$

Frigo 的实验结果还表明 t_0 依赖于 δL , 它们之间存在一个非线性关系

$$t_0 = 50 + 485 \delta L - 2250 \delta L^2. \quad (22)$$

t_0 的单位是 ps, δL 的单位是 mm.

在 $G_m E_{p0} = 0.55$, $\omega_c = 5 \times 10^{12} \text{sec}^{-1}$, $\tau_p = 100 \text{ps}$, $B = 0.23$ 的条件下, 图 2 给出了三个不同失谐量 δL 的光脉冲包络的数值解. 它们表明, 失谐量 δL 对输出光脉冲的形状有明显的显影响, 在 $\delta L = 21 \mu\text{m}$ 时, t_0 过小, 光脉冲 $I(t)$ 通过增益介质后, 泵浦脉冲继续使增益处于较高的水平, 因而在主脉冲之后又产生一卫星脉冲, 在 $\delta L = 22.5 \mu\text{m}$ 时, 光脉冲的包络比较对称, 而且其宽度也较其它的窄. 在 $\delta L = 24 \mu\text{m}$ 时, 由于光脉冲的前沿获得较高的增益而变陡, 而后沿变缓, 其包络也明显地不对称, 宽度增加了. 因此同步锁模染料

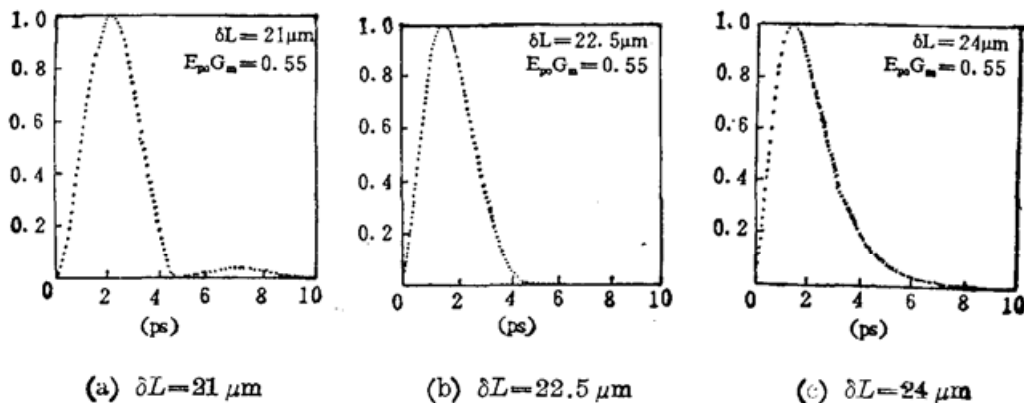


Fig. 2 Numerical solution of SPML ($G_m E_{p0} = 0.55$)

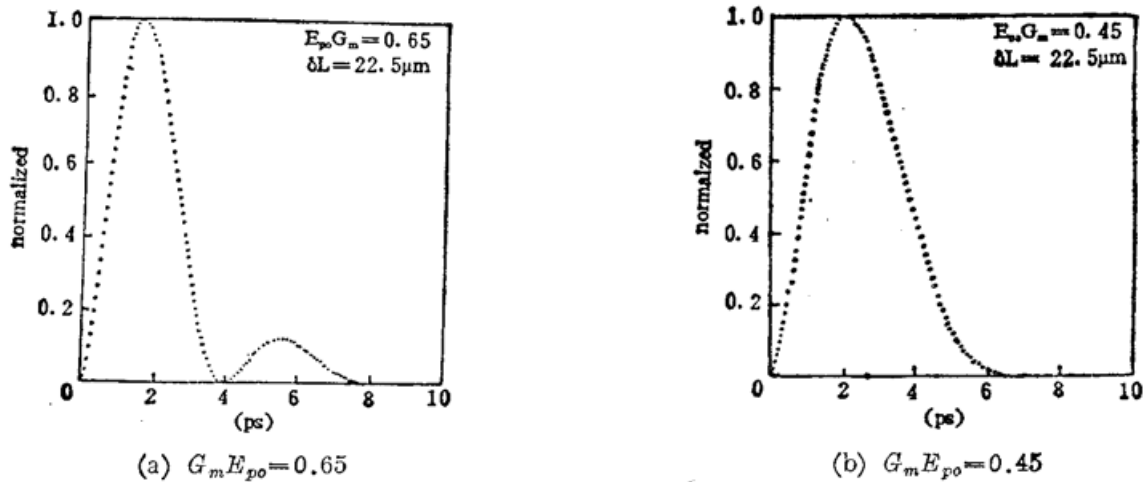


Fig. 3 Numerical solution of SPML ($\delta L=22.5 \mu\text{m}$)

激光器应存在一正的失谐量, 而且存在一最佳值. 图给出了 $\delta L=22.5 \mu\text{m}$, ω_c , τ_p , B 不变, 而 $G_m E_{p0}$ 分别等于 0.45 和 0.65 时光脉冲数值解. 由图 2 中的规律可以看出, $\delta L=22.5 \mu\text{m}$ 的失谐量, 对于 $G_m E_{p0}=0.65$ 来说显然过小, 因而产生了卫星脉冲, 而对于 $G_m E_{p0}=0.45$ 来说又过大, 导致光脉冲包络明显不对称, 由此可以得出以结论: 最佳失谐量的大小与增益水平成正比, 即与泵浦功率和增益介质可提供的最大小信号增益成正比. 以平均输出功率为 1.0 W, 脉冲宽度为 90 ps, 波长为 514.5 nm, 重复频率为 83 MHz 的锁模 Ar^+ 激光器为泵浦源, 去泵浦一个具有三镜线性谐振腔的染料激光器, 其增益介质为 Rh6G (以乙二醇为溶剂, 浓度约为 $4 \times 10^{-3} \text{ mol}$), 染料激光器的腔长与 Ar^+ 激光器的一致. 图 4 给出了, 在不同失谐量的情况下, 由实验得到的输出光脉冲的二次谐波曲线, 显然在此情况下染料激光器存在一最佳失谐量, 在失谐量小于最佳值时, 出现了卫星脉冲, 对应的二次谐波曲线中在主峰两侧应有两个小峰, 图 4(a) 中只给出了右边的一个, 在失谐量大于最佳值时, 光脉冲的宽度变宽了, 这与理论结果是一致的.

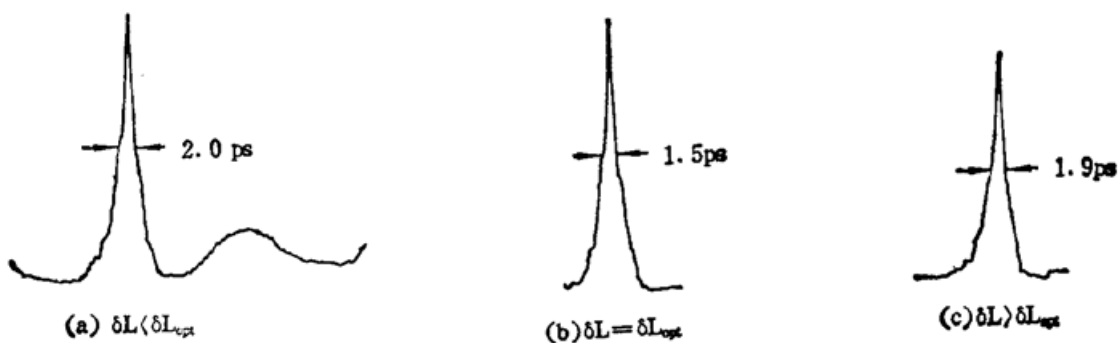


Fig. 4 Dye pulse SHG curves

参 考 文 献

- [1] H. A. Haus, *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**, (9): 736~746
- [2] H. A. Haus, *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **QE-11**, (7): 323~330
- [3] 关信安, 赵智虹. *物理学报*, 1988, **37**(2): 335~340
- [4] 关信安, 赵智虹. *物理学报* 1989, **38**, (1): 16~23
- [5] A. Diens, *ISLA 1987 Technical Digest*; 10
- [6] N. J. Frigo, T. Daly et al., *IEEE J. Quant. Electron.*, 1977, **QE-13**(4): 101~109
- [7] 关信安等. *中国激光*, 1986, **13** (2): 96

Affection of selected reference plane on dye laser mode-locking equation

ZHU JIAN YUAN SUZHONG LU FUYUN GUAN XINAN

(Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071)

(Received 1 July 1991; revised 21 October 1991)

Abstract

In this paper, we discuss the affection of the selected reference plane on mode-locking equation when it was derived from self-consistent model and found the ideal position of reference plane. Based on these disscussion, we have developed a new mode-locking equation for Simutoneously pumped mode-locked (SPML), passive mode-locked and hybridly mode-locked dye laser. The numerical solution of SPML was presented.

Key words self-consistent, mode-lock, dye laser.