

光栅作用下双波导间的反向耦合*

丁 浩 陈新之

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

提 要

本文根据非正交模理论导出了描述光栅作用下双波导间反向耦合的耦合模方程组。通过数值计算对这种结构的反向耦合特性进行了初探,并同光栅作用下单波导反向耦合特性作了比较。

关键词 非正交模理论,光栅波导,耦合模方程。

1 引 言

在通常情况下,双波导间的强耦合是在光栅作用下的正向耦合,即两邻近波导中同向传输的导模在光栅作用下相互耦合。Marcuse用正交耦合模理论^[1],Huang用非正交耦合模理论^[2]均已对这一耦合过程进行了分析和计算。在某些情况下,由于制作工艺的限制,光栅必须刻蚀在与输入输出波导相并行的另一波导上来产生DBR效应,这就是要考虑光栅作用下双波导的反向耦合。这种反向耦合的特性与常见的有光栅参与的单波导反向耦合的特性是否有相同之处或不同之处,这就是本文要探讨的问题。由于反向传导模的介入,分析要复杂一些。本文的目的有两个:(1)用非正交耦合模理论导出描述光栅作用下双波导间反向耦合的耦合模方程组 给出解这种方程组的方法;(2)利用本文导出的方程组对光栅作用下双波导间的反向耦合特性作一个初探。

2 耦合方程组的推导

为了下面分析的方便,先给出本文要研究的具体结构和折射率分布,如图1所示。 n_4 为

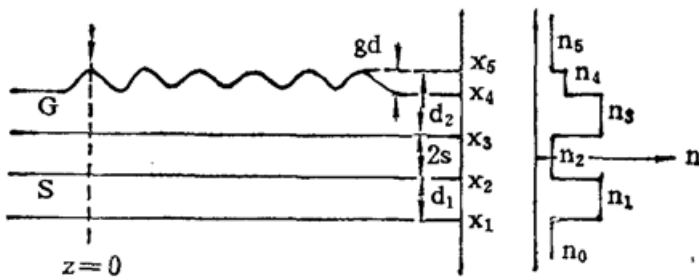


Fig. 1 Grating assisted double-waveguide contra-directional coupler (a) structure (b) index distribution

n_4 为光栅层的平均折射率,信号由波导S在 $z=0$ 处输入,一方面逐渐耦合至波导G,另一方面由于波导G上光栅的作用在波导G中产生了反向传输的导模(反馈信号),这一反馈信号又通过耦合返回到波导S。这两个过程在同一空间内相互作用,同时完成 因此不能分开讨论。

耦合模方程通常是通过正交模集来描述的。当考虑双波导间的耦合时,可近似地取每个波导单独存在时其导模作为研究对象。但

收稿日期: 1991年9月20日; 收到修改稿日期: 1991年11月4日

* 本工作部分得到中国博士后科学基金的资助。

当两个波导相互靠得很近时, 两个波导各自单独存在时导模的场分布与另一波导导模的场分布相互交叠而不再构成正交集, 因此必须采用非正交耦合模理论^[2, 3].

考虑到图 1(b) 所示的折射率差通常很小, 所以采用标量来描述这一结构的场分布

$$\nabla_t^2 \psi + (\partial^2 / \partial z^2) \psi + (n_y^2 - n_0^2) + (n_s^2 - n_0^2) + n_0^2] k^2 \psi = 0, \quad (1)$$

其中 $k = (2\pi/\lambda)$ 为真空中的传播常数, λ 为工作波长.

$$n_y^2 = \bar{n}_y^2 + \tilde{n}_y^2$$

为波导 G 单独存在时的折射率分布

$$\left. \begin{aligned} \bar{n}_y^2 &= \begin{cases} n_4^2 = (n_0^2 + n_3^2)/2, & (x_5 > x > x_4) \\ n_3^2, & (x_4 > x > x_3) \\ n_0^2, & (\text{其他}) \end{cases} \\ \tilde{n}_y^2 &= \begin{cases} (n_3^2 - n_0^2) \cos(\xi z) / \pi, & (x_5 > x > x_4) \\ 0, & (\text{其他}) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $\xi = (2\pi/\Lambda)$ 为光栅常数, Λ 为光栅步长. 考虑余弦形的皱折光栅*, 波导 S 单独存在时的折射率分布为

$$n_s^2 = \begin{cases} n_1^2, & (x_2 > x > x_1) \\ n_0^2, & (\text{其它}) \end{cases} \quad (3)$$

设 ψ 可表为

$$\psi = \sum_{\nu} \{ a_{\nu}(z) G_{\nu} \exp(-i\beta_{g\nu} z) + b_{\nu}(z) S_{\nu} \exp(-i\beta_{s\nu} z) \}, \quad (4)$$

a_{ν} 和 S_{ν} 分别为波导 G 和 S 单独存在时其 ν 阶导模的归一化场分布, 即

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\mu} G_{\nu}^* dx &= \delta_{\mu\nu}, \\ \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mu} S_{\nu}^* dx &= \delta_{\mu\nu}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 $a_{\nu}(z)$, $\beta_{g\nu}$ 和 $b_{\nu}(z)$, $\beta_{s\nu}$ 分别为对应的振幅和传播常数, $\beta_{g\nu}$ 和 $\beta_{s\nu}$ 为负值时表示沿 $-z$ 方向传输. 将(4)式代入(1)式, 利用条件(5)式和

$$\left. \begin{aligned} \nabla_t^2 G_{\nu} &= (\beta_{g\nu}^2 - \bar{n}_y^2 k^2) G_{\nu}, \\ \nabla_t^2 S_{\nu} &= (\beta_{s\nu}^2 - n_s^2 k^2) S_{\nu}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

并忽略二阶求导项, 可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{da_{\mu}}{dz} &= - \sum_{\nu} \left\{ \left[B_{g\mu\nu} \frac{db_{\nu}}{dz} + i(k_{g\mu\nu} + \tilde{k}_{g\mu\nu} \cos \xi z) b_{\nu} \right] \exp[i(\beta_{g\mu} - \beta_{s\nu})z] \right. \\ &\quad \left. + i(Q_{g\mu\nu} + \tilde{Q}_{g\mu\nu} \cos \xi z) a_{\nu} \exp[i(\beta_{g\mu} - \beta_{g\nu})z] \right\}, \\ \frac{db_{\mu}}{dz} &= - \sum_{\nu} \left\{ \left[B_{s\mu\nu} \frac{da_{\nu}}{dz} + i(k_{s\mu\nu} + \tilde{k}_{s\mu\nu} \cos \xi z) a_{\nu} \right] \exp[i(\beta_{s\mu} - \beta_{g\nu})z] \right. \\ &\quad \left. + i(Q_{s\mu\nu} + \tilde{Q}_{s\mu\nu} \cos \xi z) b_{\nu} \exp[i(\beta_{s\mu} - \beta_{s\nu})z] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

* 光栅形状对耦合特性的影响不在此文中讨论.

$$\left. \begin{aligned}
 B_{g\mu\nu} &= \frac{\beta_{sv}}{\beta_{s\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} S_\nu G_\mu^* dx, & B_{s\mu\nu} &= \frac{\beta_{sv}}{\beta_{s\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} G_\nu S_\mu^* dx, \\
 k_{g\mu\nu} &= \frac{k^2}{2\beta_{g\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{n}_g^2 - n_0^2) S_\nu G_\mu^* dx, & k_{s\mu\nu} &= \frac{k^2}{2\beta_{s\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} (n_s^2 - n_0^2) G_\nu S_\mu^* dx, \\
 \tilde{k}_{g\mu\nu} &= \frac{k^2}{4\pi\beta_{g\mu}} \int_{x_1}^{x_2} (n_g^2 - n_0^2) S_\nu G_\mu^* dx, & \tilde{k}_{s\mu\nu} &= \frac{k^2}{4\pi\beta_{s\mu}} \int_{x_1}^{x_2} (n_s^2 - n_0^2) G_\nu S_\mu^* dx, \\
 Q_{g\mu\nu} &= \frac{k^2}{2\beta_{g\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} (n_g^2 - n_0^2) G_\nu G_\mu^* dx, & Q_{s\mu\nu} &= \frac{k^2}{2\beta_{s\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{n}_g^2 - n_0^2) S_\nu S_\mu^* dx, \\
 \tilde{Q}_{g\mu\nu} &= \frac{k^2}{4\pi\beta_{g\mu}} \int_{x_1}^{x_2} (n_g^2 - n_0^2) G_\nu G_\mu^* dx, & \tilde{Q}_{s\mu\nu} &= \frac{k^2}{4\pi\beta_{s\mu}} \int_{x_1}^{x_2} (n_s^2 - n_0^2) S_\nu S_\mu^* dx,
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 $B_{g\mu\nu}$ 和 $B_{s\mu\nu}$ 是由于 G_ν 和 S_ν 的非正交而引起的耦合系数; $k_{g\mu\nu}$ 和 $k_{s\mu\nu}$ 为双波导间由于“隧道效应”而产生的互耦合系数; $\tilde{k}_{g\mu\nu}$ 和 $\tilde{k}_{s\mu\nu}$ 为由于光栅的存在而产生的双波导间的互耦合系数; $Q_{g\mu\nu}$ 和 $Q_{s\mu\nu}$ 为由于邻波导的存在, 波导的自耦合系数; $\tilde{Q}_{g\mu\nu}$ 和 $\tilde{Q}_{s\mu\nu}$ 为由于光栅的存在而引起的波导中的自耦合系数. 若不考虑光栅的作用, 可令 $\tilde{k}_{g\mu\nu}$, $\tilde{k}_{s\mu\nu}$, $\tilde{Q}_{g\mu\nu}$ 和 $\tilde{Q}_{s\mu\nu}$ 为零, (7) 式、(8) 式与文献 [3] 中的 (7) ~ (14) 式一致.

现设两波导单独存在时均为单模波导, 以下标 1 代表正向传输的模, 下标 2 代表反向传输的模. 设 $\xi = 2\beta_{g1}$, $\beta_{g2} = -\beta_{g1}$, $G_1 = G_2$, $\beta_{s1} = \beta_{g1}$, $\beta_{s2} = -\beta_{s1}$, $S_1 = S_2$. 将这些条件代入 (7) 式, 忽略 z 方向上快速变化项, 可得

$$[D] \begin{bmatrix} da_1/dz \\ da_2/dz \\ db_1/dz \\ db_2/dz \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

矩阵 $[D]$ 、 $[C]$ 分别为

$$\left. \begin{aligned}
 [D] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ B_{s11} \exp[i(\beta_{s1} - \beta_{g1})z] & 0 \\ 0 & B_{s22} \exp[i(\beta_{s2} - \beta_{g2})z] \\ B_{g11} \exp[i(\beta_{g1} - \beta_{s1})z] & 0 \\ 0 & B_{g22} \exp[i(\beta_{g1} - \beta_{s1})z] \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 [C] &= \begin{bmatrix} Q_{g11} & \tilde{Q}_{g12} \exp[i(2\beta_{g1} - \xi)z] \\ \tilde{Q}_{g21} \exp[i(\xi - 2\beta_{s1})z] & Q_{g22} \\ k_{s11} \exp[i(\beta_{s1} - \beta_{g1})z] & \tilde{k}_{s12} \exp[i(\beta_{s1} - \beta_{g1} - \xi)z] \\ \tilde{k}_{s21} \exp[i(\xi + \beta_{s2} - \beta_{g1})z] & k_{s22} \exp[i(\beta_{s2} - \beta_{g2})z] \\ k_{g11} \exp[i(\beta_{g1} - \beta_{s1})z] & \tilde{k}_{g12} \exp[i(\beta_{g1} - \beta_{s2} - \xi)z] \\ \tilde{k}_{g21} \exp[i(\xi - \beta_{g1} - \beta_{s1})z] & k_{g22} \exp[i(\beta_{g2} - \beta_{s2})z] \\ Q_{s11} & \tilde{Q}_{s12} \exp[i(2\beta_{s1} - \xi)z] \\ \tilde{Q}_{s21} \exp[i(\xi - 2\beta_{s1})z] & Q_{s22} \end{bmatrix},
 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(9)式是本文的主要结果. 当 B_{g11} 、 B_{g22} 、 B_{S11} 和 B_{S11} 为零时, (9)式即为正交模理论下导出的耦合模方程*.

3 数值计算结果及讨论

为了便于了解光栅作用下双波导间反向耦合的特性, 考察几个数值计算的例子.

3.1 $\beta_s = \beta_g$

考虑两个波导各自单独存在时传播常数(β_s , β_g)相等的情况, 结构如图 1 所示. 设 $2S = 1 \mu\text{m}$, $d_1 = d_2 = 1 \mu\text{m}$, $g_d = 0.1 \mu\text{m}$, $n_1 = 3.25$, $n_3 = 3.2517$, $n_0 = 3.2$, $\lambda = 1.52 \mu\text{m}$, 计算得 $\beta_s = \beta_g = 1.3336 \times 10^7 \text{m}^{-1}$. 现假定 $a_1(0) = 0$, $b_1(0) = 1$, $a_2(L) = 0$, $b_2(L) = 0$.

3.1.1 若不考虑光栅作用的情况

如图 2 所示. 双波导间不存在反向耦合, 故 $a_2(z) = b_2(z) = 0$, $|b_1|^2$ 和 $|a_1|^2$ 出现交替

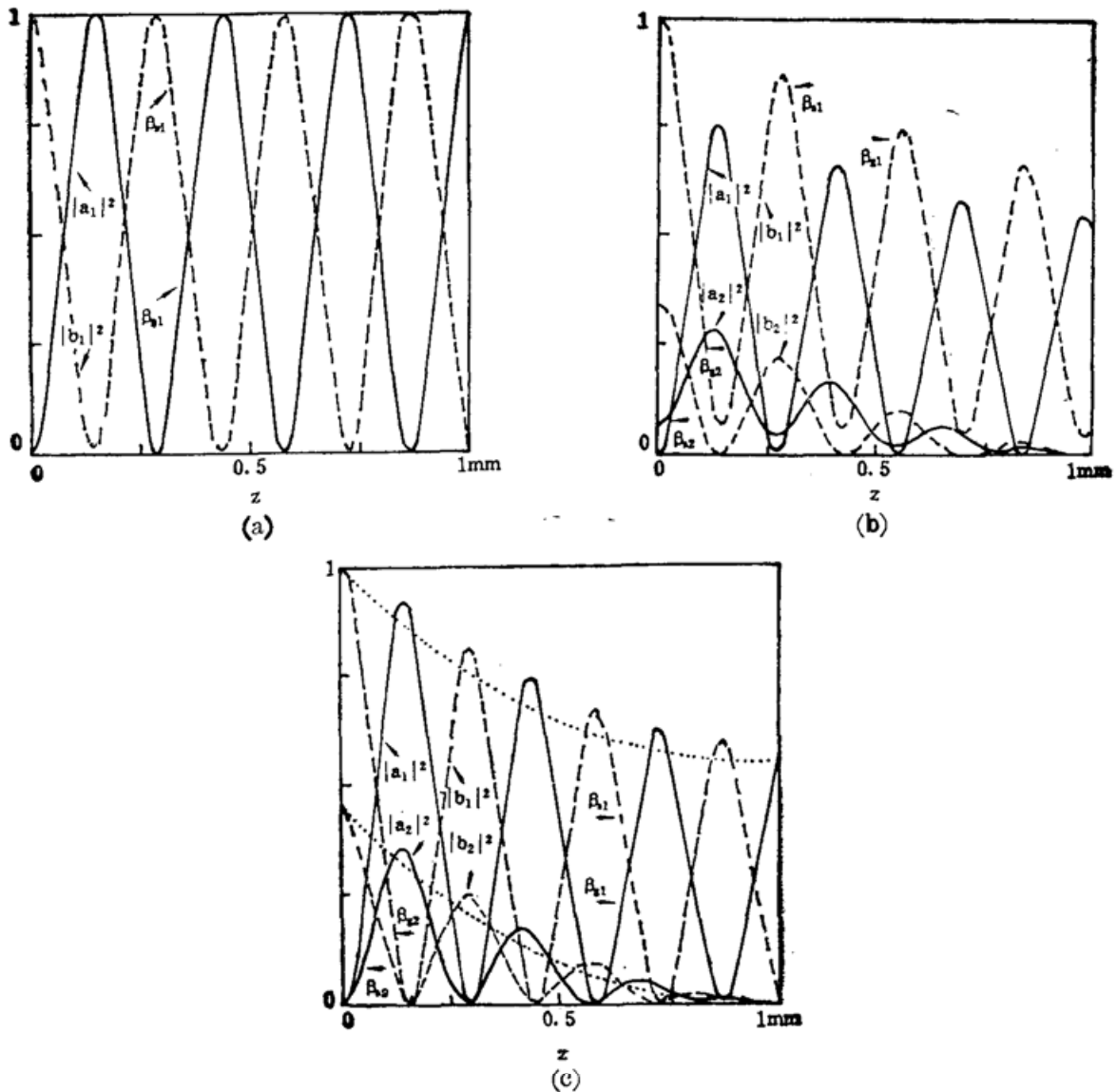


Fig. 2 The incident and reflected intensities inside the grating assisted double-waveguide contra-directional coupler (a) without grating effect, $\beta_s = \beta_g$ (b) with grating effect $\beta_s = \beta_g$ (c) with grating effect $\beta_s \neq \beta_g$

* 耦合模方程组的解法在附录 A 中给出.

起伏^[4], 即系统所传输的能量周期性地 在波导 S 和波导 G 中, 能量交换长度(能量由一个波导最大程度地转移到另一波导所需的作用长度)取决于复合结构的二个组合模(β_0, β_1)的传播常数差 $L_e = \pi/(\beta_0 - \beta_1)$, 本例中 $\beta_0 = 1.3337 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, $\beta_1 = 1.3315 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$, 算得 $L_e = 0.14 \text{ mm}$.

3.1.2 考虑光栅作用的情况

如图 2(b)所示双波导间周期性地交换能量的特性依然保留, 能量交换长度不变, 但强度沿 $+z$ 方向逐渐减弱. 这部分能量由于光栅的作用耦合至沿 $-z$ 方向传播的 $a_2, b_2, |a_2|^2$ 和 $|b_2|^2$ 也以同样的能量交换长度交替起伏, 其强度沿 $-z$ 方向逐渐增大. 在 $z=0$ 处 $|a_2|^2 = 0$, $|b_2|^2$ 达到最大值. 具有相同功率反射率的光栅作用下单波导反向耦合特性亦示于图 2(b)(点线), 以便比较.

3.2 $\beta_s \neq \beta_g$

两个波导各自单独存在时传播常数不相同的情况. 如图 2(c)所示. 与(b)不同的是沿 $+z$ 和 $-z$ 方向传播的两个波都不能 100% 地交换能量, $z=0$ 处, $|a_2|^2$ 不为零, 而 $|a_2|^2 + |b_2|^2$ 在 $z=0$ 处的值与(b)中的一样, 这个值仅取决于系统的耦合参数和作用长度.

图 2(b)所考虑的单波导和双波导结构的功率反射率随作用长度 L 的变化关系如图 3 所示. 代表双波导结构的关系曲线呈波动状, 波动周期等于能量交换周期. 功率反射率与 $z=L$ 处 $|b_1|^2$ 的状况有关, 当 $|b_1|^2$ 处在峰顶时, 功率反射率小, 反之当 $|b_1|^2$ 处在峰谷时, 功率反射率就大. 当 L 增大时, 双波导结构的关系曲线逐渐偏离单波导结构的关系曲线, 功率反射率增长速度减慢. 图 4 是上述两种结构的功率反射率的频率响应, 它们的半功率带宽(FWHM)相同. 双波导结构的频响虽然没有单波导结构的频响来得陡峭, 边模振幅大, 但主瓣边沿的线性度明显提高, 这使双波导结构有可能在光鉴频方面得到应用.

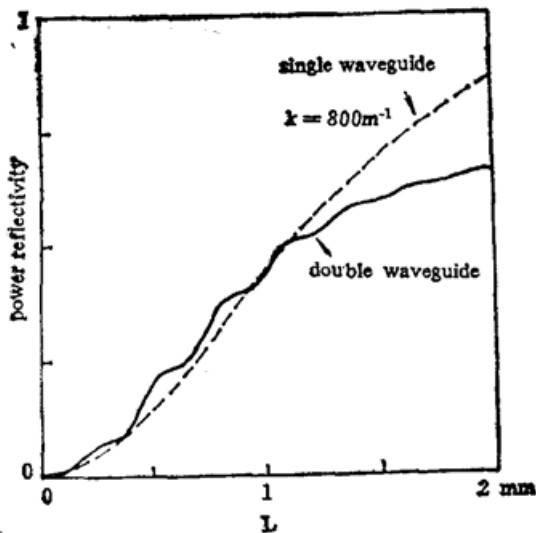


Fig. 3 Power reflectivity versus the grating section length L

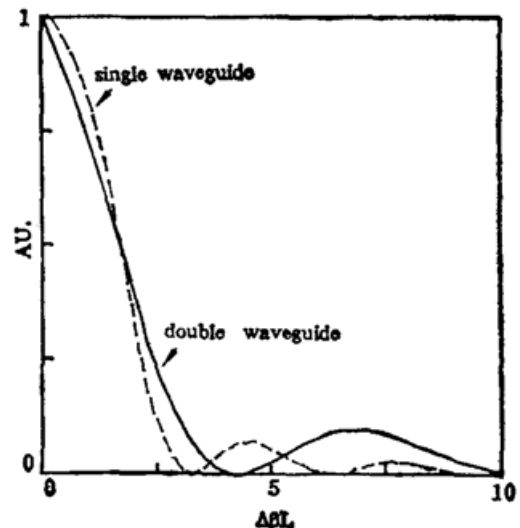


Fig. 4 Power reflectivity as a function of the detuning $\Delta\beta L$ ($L=1 \text{ mm}$)

附录 A: 耦合模方程组的解

令 $a_1 = x_1, a_2 = x_2, b_1 = x_3, b_2 = x_4$, 方程组(11)式可写成下列形式

$$[D][dx/ds] = [C][x], \quad (\text{A1})$$

系数 d_{ij} 和 C_{ij} ($i, j \in [1, 4]$) 可以是坐标 z 的函数. 现寻求(A1)式在 $x_1(0) = A, x_2(L) = B, x_3(0) = C, x_4(L) = D$ 条件下的解, 为此将区域 L 分割成 N 个子区域, $\Delta s = L/N, s_k = k \Delta s$, 在第 k 个子区域内, 系数

d_{ij} 和 c_{ij} 可近似地认为是常数, 并记作 d_{ij}^k 和 c_{ij}^k . 对(A1)式进行差分得

$$[\mathbf{P}_k][\mathbf{x}(z_k + \Delta z)] = [\mathbf{Q}_k][\mathbf{x}(z_k)], \quad (\text{A2})$$

$$[\mathbf{x}(z_k)] = [\mathbf{Q}_k]^{-1}[\mathbf{P}_k][\mathbf{x}(z_k + \Delta z)] = [\mathbf{M}_k][\mathbf{x}(z_k + \Delta z)], \quad (\text{A3})$$

$$[\mathbf{P}_k] = \begin{bmatrix} 1 & -c_{12}^k \Delta z & d_{13}^k & -c_{14}^k \Delta z \\ 0 & 1 - c_{22}^k \Delta z & 0 & d_{24}^k - c_{24}^k \Delta z \\ d_{31}^k & -c_{32}^k \Delta z & 1 & -c_{34}^k \Delta z \\ 0 & d_{42}^k - c_{42}^k \Delta z & 0 & 1 - c_{44}^k \Delta z \end{bmatrix},$$

$$[\mathbf{Q}_k] = \begin{bmatrix} 1 + c_{11}^k \Delta z & 0 & d_{13}^k + c_{13}^k \Delta z & 0 \\ c_{21}^k \Delta z & 1 & c_{23}^k \Delta z & d_{24}^k \\ d_{31}^k + c_{31}^k \Delta z & 0 & 1 + c_{33}^k \Delta z & 0 \\ c_{41}^k \Delta z & d_{42}^k & c_{43}^k \Delta z & 1 \end{bmatrix},$$

$$[\mathbf{M}] = [\mathbf{Q}]^{-1}[\mathbf{P}], \quad (\text{A4})$$

于是可得

$$[\mathbf{x}(0)] = \left(\prod_{j=1}^N [\mathbf{M}_j] \right) [\mathbf{x}(L)] = [\mathbf{S}][\mathbf{x}(L)], \quad (\text{A5})$$

由(A5)式可解出

$$\left. \begin{aligned} x_1(L) &= \frac{S_{33}[x_1(0) - S_{13}x_2(L) - S_{14}x_4(L)] - S_{13}[x_3(0) - S_{32}x_2(L) - S_{34}x_4(L)]}{S_{11}S_{33} - S_{13}S_{31}} \\ x_3(L) &= \frac{S_{11}[x_3(0) - S_{32}x_2(L) - S_{34}x_4(L)] - S_{31}[x_1(0) - S_{13}x_2(L) - S_{14}x_4(L)]}{S_{11}S_{33} - S_{13}S_{31}}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{A6})$$

在求得了 $[\mathbf{x}(L)]$ 后, $[\mathbf{x}(z_k)]$ 可由下式确定

$$[\mathbf{x}(z_k)] = \left(\prod_{j=k}^N [\mathbf{M}_j] \right) [\mathbf{x}(L)]. \quad (\text{A7})$$

参 考 文 献

- [1] D. Marcuse, *J. Lightwave Tech.*, 1987, **LT-5**: 113
- [2] W. P. Huang, H. A. Haus, *J. Lightwave Tech.*, 1989, **LT-7**: 920
- [3] D. Marcuse, *J. Lightwave Tech.*, 1989, **LT-7**: 122
- [4] A. Yariv, *Optical Electronics*, (3rd Ed, Holt-Saunders, 1985): 431

Grating assisted double-waveguide contra-directional coupling

DING HAO CHEN XINZHI

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

(Received 20 September 1991; revised 4 November 1991)

Abstract

A coupled wave equation set describing the grating assisted double-waveguide contra-directional coupling is derived based on the nonorthogonal coupled mode theorem (NOCMT). Through numerical computation, the coupling characteristics are analyzed and compared with those of a grating assisted single waveguide contra-directional coupling.

Key words nonorthogonal coupled mode theorem, grating waveguides, coupled wave equations.