

# 交叉柱面镜腔的研究\*

吕百达 许世发 胡玉芳 蔡邦维  
(四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

## 提 要

使用矩阵理论, 对两个交叉成任意角度的柱面镜构成的谐振腔作了深入的理论研究。分析了这类光腔的稳定性、模式分布和腔内光束传输特性, 并以数值计算例说明。对我们使用交叉柱面镜腔的铍玻璃板条激光器有关的实验结果作了报道和讨论。

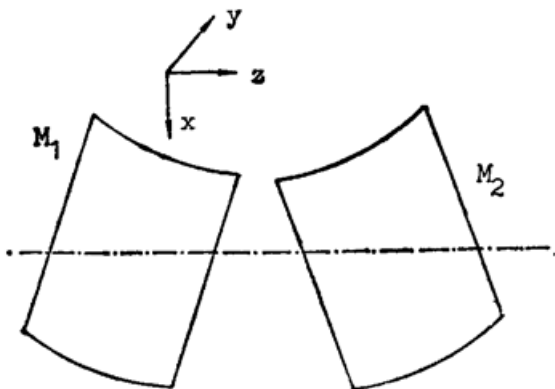
关键词: 非轴对称腔, 矩阵光学, 板条激光器, 柱面镜腔。

## 一、引 言

非轴对称腔亦称像散腔, 是指腔内光束在  $xOz$  和  $yOz$  面经历的变换不完全相同的光腔<sup>[1~5]</sup>, 它可分为二类: (1)有简单像散的光腔, 在这类腔中, 虽然光束在  $xOz$  和  $yOz$  面有不同的变换特性, 但它们是分开的, 问题比较简单<sup>[4,5]</sup>; (2)复杂像散腔, 是指在  $xOz$  和  $yOz$  面有耦合情况, 像散光束在腔内传输变得相当复杂, 对这类腔已进行一些理论研究<sup>[3,6,7]</sup>。本文以母线交叉成任意角度的二个柱面镜构成的光腔作为复杂像散腔的典型例, 使用矩阵理论<sup>[7]</sup>对光腔稳定性、模式特性和光束传输特性具体作了研究, 并首次报道了交叉柱面镜板条激光器的实验结果。

## 二、交叉柱面镜腔的矩阵理论

在图1建立的坐标系中, 设曲率半径  $R_1$  的柱面镜  $M_1$  的母线与  $y$  轴交成  $\theta_1$  角, 曲率半径  $R_2$  的柱面镜  $M_2$  的母线平行于  $y$  轴 ( $\theta_2=0^\circ$ ), 使用非轴对称腔的矩阵理论<sup>[7]</sup>, 二柱面镜的  $R_1$ 、 $R_2$  矩阵分别为



$$R_1 = \begin{pmatrix} -(2 \cos^2 \theta_1 / R_1) & (2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 / R_1) \\ (2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 / R_1) & -(2 \sin^2 \theta_1 / R_1) \end{pmatrix},$$
$$R_2 = \begin{pmatrix} -(2/R_2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

Fig. 1 Schematic illustration of the resonator with two crossed cylindrical mirrors

由镜  $M_1$  至  $M_2$  的腔内单程变换矩阵

收稿日期: 1991年1月25日; 收到修改稿日期: 1991年7月11日

\* 该项工作得到四川省科委的资助。

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} E & B \\ 0 & E \end{pmatrix}, \\ B &= \begin{pmatrix} L_x & 0 \\ 0 & L_y \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

为一般起见, 这里已设在  $xOz$  和  $yOz$  面腔长可以不相等, 分别为  $L_x, L_y$ 。由(1)~(2)式求得光腔  $G$  参数矩阵为

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \begin{pmatrix} \sin^2 \theta_1 + g_{x1} \cos^2 \theta_1 & (1 - g_{x1}) \sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ (1 - g_{y1}) \sin \theta_1 \cos \theta_1 & \cos^2 \theta_1 + g_{y1} \sin^2 \theta_1 \end{pmatrix}, \quad G_2 = \begin{pmatrix} g_{x2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ g_{xi} &= 1 - (L_x/R_i), \quad g_{yi} = 1 - (L_y/R_i), \quad (i=1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

利用张量  $ABCD$  定律和自再现条件以及(1)~(3)式, 经过较为冗长的矩阵运算得到以镜  $M_1$  为参考, 入射光束的复曲率张量  $Q_1^{-1}$  的公式为

$$Q_1^{-1} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_1/R_1 & -\sin \theta_1 \cos \theta_1/R_1 \\ -\sin \theta_1 \cos \theta_1/R_1 & \sin^2 \theta_1/R_1 \end{pmatrix} \pm i \begin{pmatrix} 1/L_x g_{x1} & 0 \\ 0 & 1/L_y \end{pmatrix} \sqrt{S}, \quad (\det G_2 B \neq 0) \quad (4)$$

式中  $S$  为  $2 \times 2$  矩阵, 其诸元素为

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= (\sin^2 \theta_1 + g_{x1} \cos^2 \theta_1) g_{x1} [1 - g_{x1} (\sin^2 \theta_1 + g_{x1} \cos^2 \theta_1)] \\ &\quad - g_{x1} (1 - g_{x1}) (1 - g_{y1}) \sin^2 \theta_1 \cos^2 \theta_1, \\ S_{12} &= g_{x1} (1 - g_{x1}) [(1 - g_{y1} - g_{x1}) \sin^2 \theta_1 - g_{x1} g_{x1} \cos^2 \theta_1] \sin \theta_1 \cos \theta_1, \\ S_{21} &= (1 - g_{y1}) [(1 - g_{y1} - g_{x1}) \sin^2 \theta_1 - g_{x1} g_{x1} \cos^2 \theta_1] \sin \theta_1 \cos \theta_1, \\ S_{22} &= (1 - g_{y1}) [(1 - g_{x1} + g_{x1} g_{x1}) \cos^2 \theta_1 + g_{y1} \sin^2 \theta_1] \sin^2 \theta_1, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

若以镜  $M_2$  为参考, 可求出与(4)~(5)式相应入射到镜  $M_2$  面上光束的复曲率张量  $Q_2^{-1}$  的公式\*。(4)、(5)式已是能作数值计算的公式, 具体计算过程虽然较繁, 但借助于计算机不难实现。利用此两式亦易求得  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  和  $\theta_1 = 90^\circ, \theta_2 = 0^\circ$  作为其特例的简单像散腔公式。

对多模工作, 当腔内本征光束为厄米-高斯光束时, 在两个主对角化方向有<sup>[8]</sup>

$$w_\xi = \sqrt{2m+1} w_{\xi_0}, \quad w_\eta = \sqrt{2n+1} w_{\eta_0}, \quad (6)$$

式中  $w_\xi, w_\eta, w_{\xi_0}, w_{\eta_0}$  分别为在  $\xi, \eta$  方向  $m, n$  阶模和基模椭圆高斯光束光斑尺寸。因此, 如果  $m, n$  已知或由实验测得, 则由基模椭圆高斯光束传输变换规律可得出多模工作特征。

### 三、数值计算例

现以凹柱面 ( $R_1 = 5 \text{ m}$ ) 一凸柱面 ( $R_2 = -3 \text{ m}$ ) 腔为例, 利用(4)式、(5)式作数值计算。光腔往返一周矩阵的本征值<sup>[9]</sup> 随  $\theta_1$  的变化 ( $\theta_2 = 0^\circ, L_x = L_y = 1 \text{ m}$ ) 如表 1 所示。图 2 为在镜  $M_1$  处光斑尺寸  $w$  (稳定方向)。等相面曲率半径  $\rho$  (非稳时为球面波波面曲率半径) 和  $Q^{-1}$  的实、虚部对角化角度  $\alpha, \beta$  随镜  $M_1$  绕  $z$  轴转角  $\theta_1$  的变化。图 3 给出了以镜  $M_1$  为起点,  $w, \rho$  和  $\alpha, \beta$  随腔内传输距离  $z$  的变化。分析计算结果知:

1. 非轴对称腔稳定性判据是一个重要问题。作者认为, 以利用光腔往返一周矩阵本征

\* 类似的考虑亦能推导出镜,  $M_1$  和  $M_2$  的母线都与  $y$  轴成任意交角时的计算公式, 为节省篇幅从略。

Table 1 Eigenvalues  $\lambda_{1,2,3,4}$  of the round trip matrix of the resonator with two crossed cylindrical mirrors

(Parameters for calculation are  $R_1=5\text{ m}$ ,  $R_2=-3\text{ m}$ ,  $\theta_2=0^\circ$ ,  $L_x=L_y=1\text{ m}$ ,  $\theta_1$  being variable)

$\theta_1$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_{3,4}$
$0^\circ$	1.667	0.600	1.000, 1.000
$30^\circ$	2.268	0.441	$0.812 \pm 0.584 i$
$45^\circ$	2.568	0.389	$0.721 \pm 0.693 i$
$60^\circ$	2.801	0.357	$0.654 \pm 0.756 i$
$75^\circ$	2.949	0.339	$0.614 \pm 0.790 i$
$90^\circ$	3.000	0.333	$0.600 \pm 0.800 i$

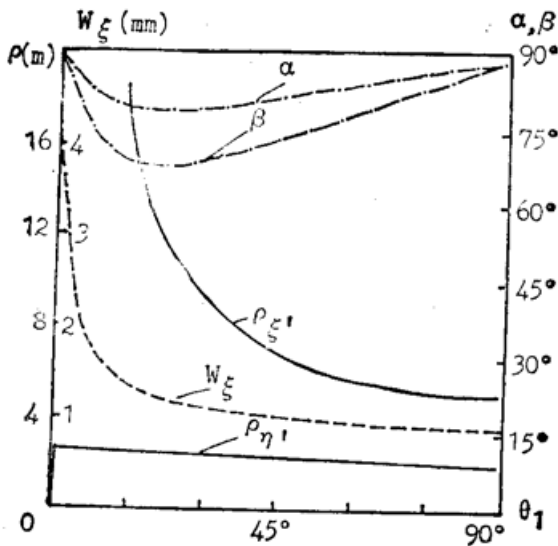


Fig. 2

(a) spot size  $w_x$ , (b) curvature radii  $\rho_x, \rho_y$  on mirror  $M_1$  and (c) diagonalized angles  $\alpha, \beta$  of the real and imaginary parts of  $Q^{-1}$  as a function of angle  $\theta_1$  ( $R_1=5\text{ m}$ ,  $R_2=-3\text{ m}$ ,  $\theta_2=0^\circ$ ,  $L_x=L_y=1\text{ m}$ )

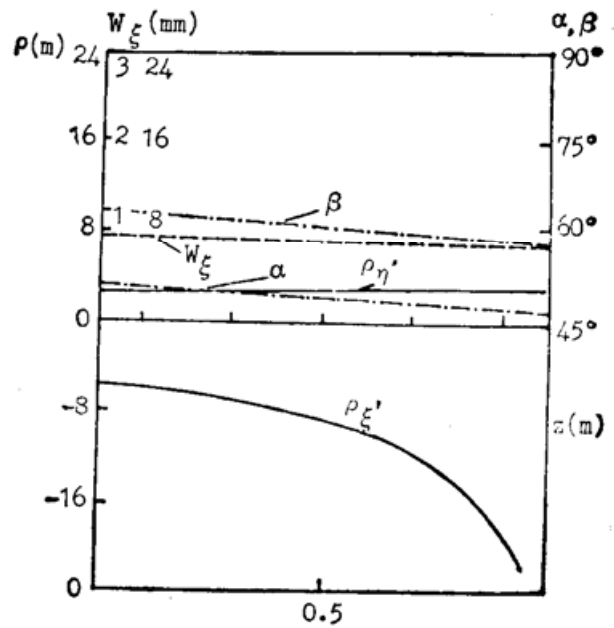


Fig. 3

(a) spot size  $w_x$ , (b) curvature radii  $\rho_x, \rho_y$  and (c) diagonalized angles  $\alpha, \beta$  of the real and imaginary parts of  $Q^{-1}$  vs. distance  $z$  inside the cavity ( $R_1=5\text{ m}$ ,  $R_2=-3\text{ m}$ ,  $\theta_1=45^\circ$ ,  $\theta_2=0^\circ$ ,  $L_x=L_y=1\text{ m}$ )

值最为简明。即当  $\lambda$  为复数时(必成对出现,互为倒数),对应方向是约束稳定的;  $\lambda$  为实数时(在互为倒数二根中只取绝对值大于1的解)为非稳的;  $\lambda = \pm 1$  时为临界腔情况,但其中对称共焦腔情况应归于约束稳定腔之列。事实上,这与将  $Q^{-1}$  对角化后,由主对角元是复数或实数来判断光腔稳定性结果是一致的,只是对后者,一些特殊情况(例如临界腔)要具体分析。在本例中,当  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  时,光腔为平行平面和虚共焦腔的组合,任意交角时为约束稳定/非稳型腔。

2. (4)式中矩阵开方本身一般有双解,加上根号前的 $\pm$ 号共是四解。但对实际的物理问题,一般只有一个确定的解。本文选解的原则是:(a)将  $Q^{-1}$  的实虚部对角化后,对约束稳定方向,应该取使光斑尺寸的平方大于零的解。对非稳方向,应取微扰稳定解,即对应于  $|\lambda| > 1$  的根;(b)  $Q^{-1}$  应当满足在光腔中的传输规律,例如在镜  $M_1$  上的光束参数既要满足

往返一周自再现条件,又要与以镜  $M_2$ (或腔内任意处)为参考点的计算值相符。计算表明,这样做后,四解中只有一解符合要求。由此还说明:当使用矩阵理论研究非轴对称腔时,本征值的计算步骤是必不可少的。

3. 从图 2 知,对交叉柱面镜腔,因光束出现复杂耦合,位相椭圆或双曲线与光斑椭圆或双曲线一般不重合( $\alpha \neq \beta$ ),  $w, \rho$  随  $\theta_1$  的变化也变得复杂,对具体情况要作具体分析,才能得出规律性。轴对称腔和简单像散腔的一些规律对任意交角的柱面镜腔不一定再成立。

4. 由图 3 知,光束在腔内传输中具有像散光束特征,因  $\alpha, \beta$  不为常数,故在传输过程中伴随有旋转现象。

#### 四、实验研究

实验装置示意图如图 4 所示。 $M_1, M_2$  为曲率半径分别为 5 m 和 -3 m 的柱面全反射镜。激光介质用  $4.9 \times 10 \times 136$  mm 的掺钕磷酸盐玻璃板条,端面磨成布儒斯特角,腔长 1 m。(图中取  $\theta_1 = \theta_2 = 90^\circ$ ) 工作原理简述如下:当多层介质膜片 D. P. 置于其法线与光轴成  $58^\circ$  时,它只允许平行于纸面的  $p$  线偏振光透过( $p$  光透过率  $T_p \geq 98\%$ ),经布儒斯特角端面板条介质出来的  $p$  光通过 D. P. 和  $\lambda/4$  波片后(波片光轴调至非  $45^\circ$  方向,最佳值由实验确定),变成椭圆偏振光,柱面镜  $M_1$  的反射保持偏振特性不变。当它再次通过  $\lambda/4$  波片后,一部分为  $s$  光,另一部分为  $p$  光,  $s$  光经 D. P. 反射耦合输出(D. P. 对  $s$  光透过率  $T_s < 0.1\%$ )。实验中用格兰棱镜检偏,证实了以上的分析。

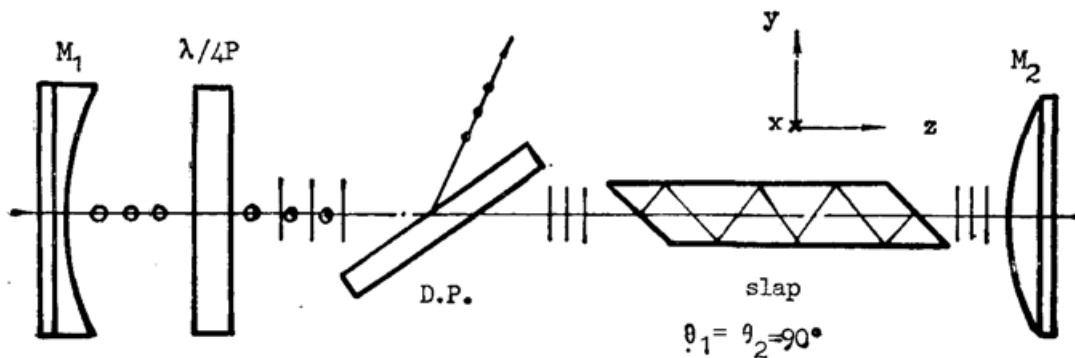


Fig. 4 Schematic diagram of the experimental setup

$M_1, M_2$ —cylindrical mirrors,  $\lambda/4P$ —( $\lambda/4$ ) plate, D. P.—dielectric polarizer

当不加光阑时,输出为多模激光,用打靶法测量远场发散角的典型值为  $\theta_{\text{远}} \cong 3$  mrad, 泵浦能量  $E_p = 560$  J,  $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 90^\circ$ 。当二柱面镜母线平行或正交时( $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  或  $\theta_1 = 90^\circ$ ,  $\theta_2 = 0^\circ$ ),输出光斑为矩形。在其它角度光斑变为菱形或椭圆形等,且随传播距离出现旋转现象。当镜  $M_1$  或  $M_2$  绕  $z$  轴旋转时,输出激光能量也发生变化,实验结果如图 5 所示。由上二节的分析知,对本实验用的腔型和几何参数,当  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  时,光腔为平行母线方向的平行平面腔和垂直方向的虚共焦非稳腔。当  $\theta_1 = 90^\circ$ ,  $\theta_2 = 0^\circ$  时,为平凹稳定腔和平凸非稳腔的组合。对任意交角情况,一般为约束稳定/非稳型腔。当光腔几何尺寸一定后,多模工作的最大输出取决于板条介质的增益特性,在宽和厚度方向实际振荡模式数等因素,应根据实际情况作具体分析。

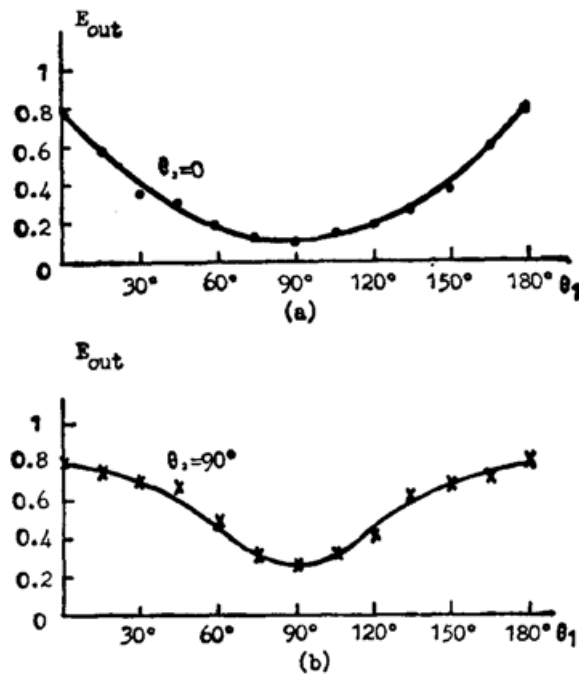


Fig. 5 Slab laser output energy  $E_{out}$  (relative value) as a function of angle  $\theta_1$  (a)  $\theta_2=0^\circ$ , (b)  $\theta_2=90^\circ$

## 五、结 论

(1) 本文在确定了选解法则和稳定性判据后,以交叉柱面镜腔为典型,给出了使用矩阵理论研究非轴对称腔模式特性的方法和设计计算步骤,并以数值计算为例,对公式的应用作了具体的说明,揭示出复杂像散腔内光束传输变换的特征。

(2) 交叉柱面镜板条激光器的实验表明,为提高激光器效率和输出光束质量,实验中存在腔型和几何参数的最佳选择问题。在一般情况下,非轴对称腔可以是约束稳定、非稳定和临界腔的各种组合,光束在  $xOz$  和  $yOz$  面产生耦合,光腔特性变得复杂。非轴对称元件亦有多种选择和配置方案(文中仅举出一种方式)。这类光腔有明显应用前景,已引起国内外重视,无论在理论和实验上都有必要作进一步研究。

致谢: 本文作者之一吕百达曾就文中有关问题与 H. Weber 教授、范滇元研究员、王绍民教授和林强同志进行十分有益讨论,谨此致谢。

## 参 考 文 献

- [1] D. C. Hanna; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1969, QE-5, No. 10 (Oct.), 483~488.
- [2] 卢亚雄, 吕百达;《矩阵光学》, (大连理工大学出版社, 大连, 1989), 98~113, 242~248.
- [3] 方洪烈;《光学谐振腔理论》, (科学出版社, 北京, 1981), 217~239.
- [4] M. K. Chun, N. Y. Manlius; *USP* 4, 559, 627, 1985.
- [5] K. Simon; *JOSA*, 1987, Vol. 4, No. 10 (Oct), 1953~1961.
- [6] 谈镐生, 朱如曾;《中国科学》(A), 1981, 24, No. 5 (May) 557~564.
- [7] 林 强, 王绍民, 吕百达;《中国激光》, 1990, 17, NO. 3. (Mar), 150~155.
- [8] 周炳琨等;《激光原理》, (国防工业出版社, 北京, 1984), 74~75.

## Study of resonators with two crossed cylindrical mirrors

LÜ BAIDA, XU SHIFA, HU YUFANG AND CAI BANGWEI

*(Department of Opto-Electronic Science and Technology, Sichuan University 610064)*

(Received 25 January 1991; revised 11 July 1991)

### Abstract

The resonators bounded by two cylindrical mirrors which are crossed at an arbitrary angle are investigated theoretically by means of matrix theory. The resonator stability, mode distribution and beam propagation characteristics inside the cavity are analysed and illustrated with numerical examples. Our experimental results of a Nd: glass slab laser using the resonator with crossed cylindrical mirrors are reported and discussed.

**Key words:** axially asymmetric resonator, matrix optics; slab laser; cylindrical mirror resonator.