

计算机制全息图改造激光波面和模式

何 对 燕

赵 侃

(武汉测绘科技大学光学仪器系, 武汉 430072)

(西安工业学院仪器工程系, 西安 710032)

提 要

以变换椭圆高斯光束为圆对称高斯光束为例, 本文给出了用计算机制全息图作为变换元件改造激光波面和模式的理论和方法。推导出产生计算机制全息图的数学方程。制作出计算机制全息图, 并得出了实验结果。

关键词: 计算机制全息图, 波面, 模式。

一、引 言

在光纤通讯、激光测距、光计算和光盘技术中半导体激光器得到了广泛的应用。但是, 半导体激光器的光束口径、位相和横截面强度分布往往达不到某些技术要求。例如半导体激光器与单模光纤的光耦合, 单模光纤中的传导波是圆对称高斯光束, 而半导体激光器发出的是椭圆高斯光束, 模式失配降低了耦合效率。在激光测距和光盘技术中也有类似的问题。目前已有一些实用的方法来改造激光光束的光强度和位相分布^[1~4]。本文应用计算机制全息图(CGH)作为变换元件来改造激光的波面和模式, 充分发挥了计算机制全息图的可计算设计而不需要实际物光分布和对记录材料要求低等优点。文中以椭圆高斯光束变换为圆对称高斯光束为例, 给出设计方法, 数学方程和实验结果。

二、椭圆高斯光束的特性分析

由于GaAs类半导体激光器的条形波导结构特点, 其发射光束在垂直于传播方向的平面上的截面形状为椭圆, 其近场为平行于结平面的椭圆, 而远场则为垂直于结平面的椭圆。光场分布可写为:

$$\psi(x', y', z') = \psi_0 \frac{\sqrt{\omega_{0x}\omega_{0y}}}{\sqrt{\omega_x(z')\omega_y(z')}} \exp\{-i[kz' - \eta(z') - x'^2 \left[\frac{1}{\omega_x^2(z')} + \frac{ik}{2R_x(z')} \right] - y'^2 \left[\frac{1}{\omega_y^2(z')} + \frac{ik}{2R_y(z')} \right]]\}, \quad (1)$$

$$\omega_x^2(z') = \omega_{0x}^2 [1 + (\lambda z' / \pi \omega_{0x}^2)^2], \quad R_x(z') = z' [1 + (\pi \omega_{0x}^2 / \lambda z')^2], \quad (2)$$

式中位相的起算点在 $z'=0$ 处。式中参数 ω_{0x} , ω_{0y} 分别是高斯光束的 x' , y' 方向的束腰尺寸, $\omega(z')$ 是光束在 z' 处光斑的半径, $R(z')$ 为光束在 z' 处的等相面半径, $k = (2\pi/\lambda)$, 将 x' 换成 y' 可写出 $\omega_y^2(z')$ 和 $R_y(z')$ 相应的表达式。(1)式中的角函数 $\eta(z')$ 和位相 ϕ_0 分别为

$$\eta(z') = (1/2) \tan^{-1}(\lambda z' / \pi \omega_{0x}^2) + (1/2) \tan^{-1}(\lambda z' / \pi \omega_{0y}^2), \quad (3)$$

$$\phi_c = \{ - [kz' - \eta(z')] - x^2(k/2R_x) - y^2(k/2R_y) \}. \quad (4)$$

根据全息图的形成原理, 构成全息图时要求椭圆高斯光束和与之相干的圆对称高斯光束都充满全息图孔径。因此, 椭圆高斯光束必须以一个倾角 β 沿 z' 轴入射到 $z = z_1$ 的记录平面 H 上, 如图 1 所示, 图中设 $x' - z'$ 与 $y' - z'$ 光束的束腰均位于坐标原点 $z' = 0$ 处。 O_2 是与 z' 轴方向构成一夹角的圆对称高斯光束的会聚点。

为了计算方便, 需将所有光束参量归算到统一的坐标系 xyz 中, 如图 2 所示。

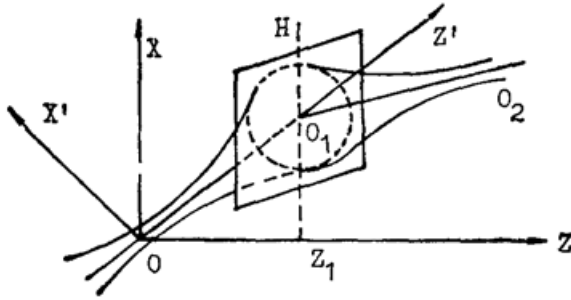


Fig. 1 Record of interference

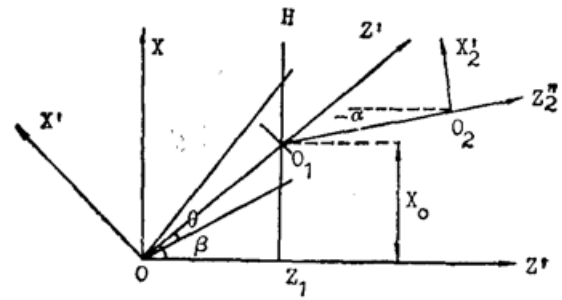


Fig. 2 Coordinate transform

$$\begin{aligned} x' &= (x - x_0) \cos \beta, & z' &= (x - x_0) \sin \beta + z_{10}, \\ x'' &= (x - x_0) \cos \alpha, & z'' &= (x - x_0) \sin \alpha + z_{20}, \end{aligned} \quad (5)$$

y 方向坐标不变。式中 z_{10} 和 z_{20} 分别为图中 OO_1 和 O_1O_2 距离, β 和 α 的选择要考虑椭圆高斯光束在 H 平面上的投影为圆, 以及最后形成的全息图的空间频率不至太大等因素。

三、计算机全息图基本方程的推导

设所需要的圆对称高斯光束在记录平面上的位相分布为

$$\phi_0 = k[x \sin \alpha + z_{20}] - \eta(x, z_{20}) + (k/2R_2)[x^2 \cos^2 \alpha + y^2], \quad (6)$$

椭圆高斯光束在记录平面上的位相分布为

$$\phi_R = k(x \sin \beta + z_{10}) + \eta(x, z_{10}) - (k/2R_{1x})x^2 \cos^2 \beta - (k/2R_{1y})y^2, \quad (7)$$

因为(2)式中 R 的表达式可写为

$$R(z) = z[1 + (f/z)^2], \quad f = \pi \omega_0^2 / \lambda, \quad (8)$$

称为高斯光束的共焦参数。由(8)式可知, 当 ω_0 较小, z 较大时有

$$R \doteq z \quad \text{和} \quad R_x \doteq R_y \doteq z_0 \quad (9)$$

为实验方便计, 取一组椭圆高斯光束参数: $\omega_{0x} = 0.035 \text{ mm}$, $\omega_{0y} = 0.0175 \text{ mm}$, O_1 处 $\omega_y = 2 \text{ mm}$, $\omega_x = 1 \text{ mm}$, 圆高斯光束参数为 $\omega_0 = 0.02 \text{ mm}$, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 。设最后所需的变换元件为 OGH1, 产生椭圆高斯光束的元件为 OGH2。OGH1 上光场的位相分布函数为

$$\begin{aligned} \phi_H = \phi_0 - \phi_R &= k[x \sin \alpha + z_{20}] - \eta(x, z_{20}) + (k/2R_2)(x^2 \cos^2 \alpha + y^2) \\ &\quad + k[x \sin \beta + z_{10}] - \eta(x, z_{10}) + (k/2R_1)(x^2 \cos^2 \beta + y^2), \end{aligned} \quad (10)$$

式中根据(9)和(5)式有

$$R_1 = z_{10} + x \sin \beta, \quad R_2 = z_{10} + x \sin \alpha. \quad (11)$$

而角函数 η 的值在 $z \gg f$ 的情况下总有 $\eta \doteq \pi/2$, 故(10)式的等位相方程为

$$\frac{1}{\lambda} \left\{ x(\sin \alpha + \sin \beta) + \left(\frac{\cos^2 \alpha}{2R_2} + \frac{\cos^2 \beta}{2R_1} \right) x^2 + \left(\frac{1}{2R_2} + \frac{1}{2R_1} \right) y^2 \right\} = N, \quad (12)$$

式中 N 为条纹序数。(12)式即为绘制计算机全息图 CGH1 时所需的基本方程式。可以看出条纹形状为一椭圆族。

(11)式中 z_{10} 及 z_{20} 分别是图 2 中 $\overline{OO_1}$ 及 $\overline{O_1O_2}$ 距离。 $z_{10} = (\pi\omega_0\omega_y/\lambda) = 173.76$ mm, $z_{20} = (\pi\omega_0\omega/\lambda) = 198.58$ mm。因为 $(\omega_x/\omega_y) = 0.5$, 为使光束在记录平面上的投影为圆, 必须以倾角 β 入射, 仍如图 2 所示, 有 $\tan \theta = (\pi\omega/z_{10}) = (1/173.76)$ 。再由正弦定理得 $\sin \gamma = (z_{10} \sin \theta / \omega)$, ($\omega = \omega_y = 2$)。最后求出 $\beta = 90^\circ - (180^\circ - \gamma) = -60^\circ$ 。为使 CGH1 干涉条纹的空间频率不太大, 以及再现时正一级衍射光能与其它级次分开, 经计算取 $\alpha = -56^\circ$ 。

模拟椭圆高斯光束的 CGH2 的位相函数方程推导与上述过程类似, 最后的基本方程为

$$\frac{x}{T} + \frac{1}{2\lambda R} (x^2 + y^2) \mp \frac{\sin^{-1} \{ \exp [-(x^2/\omega_x^2) + (y^2/\omega_y^2)] \}}{2\pi} = N. \quad (13)$$

解出满足(12)和(13)式的 x 、 y 、 z 值, 将具有相同 N 值的点 (x, y, z) 连接在一起就构成了全息图。这一过程是由计算机控制绘图仪完成的。

四、全息图的取样和产生

这种离轴全息图是关于 x - z 平面对称的, 故只需计算 $y \geq 0$ 的部分。计算中每个条纹取 31 个样点 (CGH1), 因为方程式中同时有参变量, 即条纹序数, 故采用数值迭代法编制计算机解算程序。在 x 、 y 方向分别按抽样定理取一系列样点作迭代, 扫描整个全息图平面, 记录满足某一 N 值的 x 、 y 值, 联接这些点就构成一条干涉条纹。对 CGH2 来说, 还需要按脉冲空间调制法记录高斯光束的振幅信息。在 x 方向 (载波方向) 不仅用干涉条纹的位置调制位相, 而且用干涉条纹在 x 方向的宽度调制振幅。这时的全息图实际上就是一个菲涅尔偏心波带片。正一级衍射光完全再现了设计时的物波的光场分布。

五、实验结果

本文的实验工作利用日本精工舍的 xy -NETICS1200 型平面绘图仪, 用刻红膜方法刻制了全息图。所刻制全息图与实际全息图的缩放比为 200:1。全息图的缩微过程分为两步, 第一步 20 倍初缩, 第二步 10 倍精缩。采用日本的樱花 UN-II 型干版作最后的记录材料。CGH2 实际全息图外形为一椭圆, 长轴 8 mm, 短轴 4 mm。也缩微在 UN-II 型干版上。

全息图的再现光路如图 3 所示。平行光照射 CGH2, 产生椭圆高斯光束, 滤出正一级使其倾斜 60° 角照射到 CGH1 上, 则在原设计的会聚圆对称高斯光束的会聚处得到一个圆对称高斯光斑。光束的束腰很小, 如图 4(a) 所示, 不便直接测量。在其后取定三个 z 值, 测出远场较大光斑直径, 由公式反算出束腰尺寸。图 4(a) 中左边椭圆光斑是零级直射光, 右边小圆斑则是正一级衍射光, 可见已经将椭圆高斯光束改造为圆对称高斯光束。图 4(b) 说明在远场的正一级衍射光的光斑形状。远场时有 $z = (\pi\omega_0\omega/\lambda)$, $\therefore \omega_0 = (\lambda z/\pi\omega)$ 。测出三个 z 值及相应的 ω 值, 算出 ω_0 取平均。实际测量中第一次 $z = 880$ mm, $\omega = 8.25$ mm, 得 $\omega_0 = 0.0215$ mm; 第二次 $z = 580$ mm, $\omega = 5.75$ mm, 得 $\omega_0 = 0.0203$ mm; 第三次

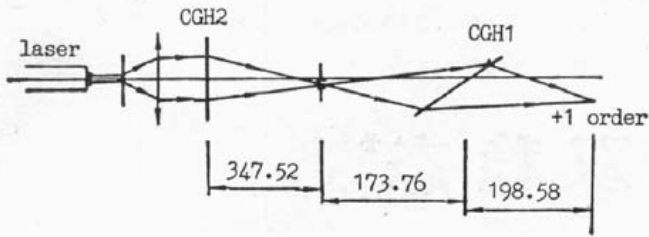
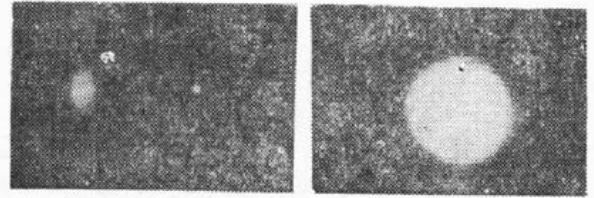


Fig. 3 Experimental set-up for changing beam



(a)

(b)

Fig. 4 Transform of CGH1.

- (a) left is 0 order elliptical Gaussian spot, and right is +1 order circular symmetrical spot
 (b) +1 order circular symmetrical Gaussian spot at far field

$r = 350 \text{ mm}$, $\omega = 3.50 \text{ mm}$, 得 $\omega_0 = 0.0201 \text{ mm}$; 取平均得 $\bar{\omega}_0 = 0.0206 \text{ mm}$ 。原设计为 $\omega_0 = 0.0200 \text{ mm}$, 实验值与设计值极为接近。

感谢朱光世教授的指导和梁阴中教授有益的讨论和建议。

参 考 文 献

- [1] P. W. Rhodes, *Appl. Opt.*, 1980, **19**, No. 20 (Oct), 3545~3553.
 [2] W. H. Lee; *Opt. Commun.*, 1981, **36**, No. 6 (Mar), 469~471.
 [3] C. S. Ih *et. al.*;《物理学报》, 1986, **35**, No. 2 (Feb), 220~226.
 [4] 李永平等;《光学学报》, 1988, **8**, No. 11 (Nov), 991~997。
 [5] 虞祖良等;《计算机制全息图》, (清华大学出版社, 1984)。

Computer-Generated Holograms change the wavefront and mode of lasers

HE DUYAN

(Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, Wuhan 430072)

ZHAO KAN

(Xi'an Institute of Technology, Xi'an 710032)

(Received 2 December 1991)

Abstract

Taking that elliptical Gaussian beam change into circular symmetrical Gaussian beam as an example, this paper gives the theory and method using Computer-Generated Holograms to change the wavefront and mode of lasers, and deduces the equation of Computer-Generated Holograms. The Computer-Generated Holograms are made. Experiment results are presented.

Key words: Computer-generated Hologram, wavefront, mode.