

# 会聚线偏振强激光场中氢原子的能态变化

张文清 谭维翰

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

## 提 要

本文研究氢原子在会聚的线偏振强激光场中原子势的变化以及由此而引起的原子能级移位和波函数的空间扩展问题。结果表明,变化后的原子势等价于半径由外场决定而荷电量为核电荷的振荡球壳的势。在此势下,原子能级将变浅和分裂,波函数的空间分布将增大。

关键词: 会聚线偏振强激光场、原子能态变化。

## 一、引 言

强激光场中原子能态的变化早就引起了人们的兴趣<sup>[1~3]</sup>。近几年来,随着激光能量的不断提高,对强激光场中原子表现出的异常行为的研究越来越得到重视<sup>[4~5]</sup>,人们又重新开始了强场下原子内部能态变化及相关物理问题的讨论<sup>[6]</sup>。

光场中原子能态的变化主要是由于激光场的有质动力势和交流斯塔克效应引起的。由于强场下微扰理论不再适用,人们一直在寻找这类问题的非微扰处理方法<sup>[7~8]</sup>。文献[6]、[9]的作者采用缀饰势模型(Dressed Potential)或简称为等效势模型来描述强光场中原子势函数的变化,并处理了线偏振和圆偏振激光作用下的原子行为。从其结果来看,线偏振光作用下的原子等效势相当于两分立电荷的势,圆偏振光作用下的原子等效势则为核电荷沿一圆环均匀分布而产生的势。等效点电荷间距或等效电荷圆环的半径由外场决定。在此基础上,处理了原子能级移位和波函数的形变问题<sup>[9]</sup>。本文将研究会聚线偏振强激光场中氢原子内部能态的变化问题。

## 二、势模型及原子本征态的计算方法

外场存在时,氢原子中电子的运动方程为<sup>[1,10]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V[\mathbf{r} - \mathbf{a}(t)] \right\} \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}, \\ \mathbf{a}(t) = \frac{e}{mc} \int^t \mathbf{A}(t) dt, \quad \mathbf{A}(t) = a \cos \omega t \mathbf{i}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中  $\psi$  为变换后的波函数,  $V[\mathbf{r} - \mathbf{a}(t)]$  表示原子库仑势作空间平移  $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r} - \mathbf{a}(t)$  后的势形

式。 $\mathbf{A}(t)$ 表示入射场的矢势。若考虑线偏振激光入射则可得

$$\mathbf{a}(t) = R_0 \sin \omega t \mathbf{i}, \quad R_0 = (ea/mc\omega). \quad (2)$$

由(2)式可以看出,  $R_0$ 所表示的正是电子在光场中经典位移量的大小<sup>[4]</sup>, 它反映了电子的经典运动情况。将  $a$  用激光强度及频率表示, 得

$$R_0 = \frac{e}{mc} \sqrt{8\pi c I^{1/2} \omega^{-2}}. \quad (3)$$

显然,  $R_0$  可用来表示激光场的强弱, 同时也反映了激光场对原子影响程度的大小。

设想作用在原子上的是一会聚的线偏振光, 则总的势函数需对激光的各个入射方向求平均, 即

$$\bar{V}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} V[\mathbf{r} - \mathbf{a}(t)] d\Omega, \quad (4)$$

式中  $\Omega$  为光传输方向与电子位置坐标决定的空间立体角。将(2)式代入(4)式后可得

$$\bar{V}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \theta (-ze) (r + R_0^2 \sin^2 \omega t - 2rR_0 \sin \omega t \sin \theta \cos \varphi)^{-1/2}, \quad (5)$$

式中  $z$  表示核电荷数, 对氢原子而言,  $z=1$ 。由(5)式可以看出, 这时的原子势等价于一半径为  $R_0 \sin \omega t$ , 荷电量为核电荷的振荡球壳的势。(5)式的积分结果为

$$\bar{V}(r) = \begin{cases} -ze^2/r, & (r \geq |R_0 \sin \omega t|) \\ -ze / |R_0 \sin \omega t|, & (r \leq |R_0 \sin \omega t|) \end{cases} \quad (6)$$

可见,  $r \geq R_0$  部分的变化后的原子势仍然表现为库仑势(因为  $|\sin \omega t| \leq 1$ ), 而对  $r \leq R_0$  部分的势, 则是一与时间相关的势函数, 对  $r \leq R_0$  部分的势, 仍采用等效势模型<sup>[2,6,9]</sup>, 即对光周期平均, 则得

$$\begin{aligned} \bar{V}(r) &= \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \int_0^{4\pi} d\Omega V[\mathbf{r} - \mathbf{a}(t)] \\ &= 4\pi \left[ -\frac{ze^2}{r} \int_0^{\arcsin(r/R_0)} d(\omega t) - \frac{-ze^2}{R_0} \int_{\arcsin(r/R_0)}^{\pi/2} \frac{d(\omega t)}{\sin \omega t} \right] \\ &= -\frac{ze^2}{\pi} \left[ \frac{2}{r} \arcsin \frac{r}{R_0} - \frac{2}{R_0} \ln \frac{(r/R_0)}{1 + [1 - (r/R_0)^2]^{1/2}} \right], \quad (r \leq R_0) \end{aligned} \quad (7)$$

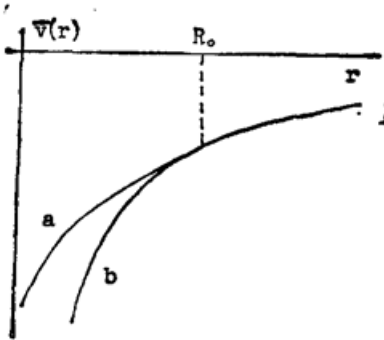


Fig. 1 The potential configuration

- (a) The Modified potential of linear polarization  
(b) Coulomb potential.

这与文献[9]中先求时间平均再对空间平均的结果是一致的。图1中给出的是(6)式、(7)式所表示的势函数的图象。可以看出, 会聚线偏振强激光作用下的原子势, 在  $r \geq R_0$  时仍表现为库仑势, 但在  $r \leq R_0$  时, 变成了较库仑势变化为慢的对数势。

从以上势函数的形式可以看出, 求解在会聚线偏振光作用下的原子本征态问题转化为求解球对称势  $\bar{V}(r)$  中的电子运动的定态问题:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \bar{V}(r) \right) \psi = E\psi, \quad (8)$$

式中  $E$ 、 $\psi$  分别为本征值和对应的本征函数。考虑到  $\bar{V}(r)$  的中心对称性, 角向波函数仍保持为球谐函数  $Y_l^m(\theta, \varphi)$ , 并且由于角动量守恒, 新的波函数只能由那些具有相同角量子数的氢原子波函数  $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$  构

成<sup>[12]</sup>, 故令 
$$\psi = \sum_{n,l,m} C_n \psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = Y_l^m(\theta, \varphi) \sum_n C_n R_{nl}(r) \tag{9}$$

将(9)式代入(8)式, 并利用  $Y_l^m(\theta, \varphi)$  及  $R_{nl}$  满足的方程, 可得

$$\sum_n C_n \left[ \left( \frac{\alpha\lambda}{F(r)} - \frac{n\alpha_n}{r} \right) + \frac{1}{4} (\alpha_n^2 - \alpha^2) \right] R_{nl} = 0, \tag{10}$$

$$F(r) = \begin{cases} r, & (r \geq R_0) \\ \pi \left[ \frac{2}{r} \arcsin \frac{r}{R_0} - \frac{2}{R_0} \ln \frac{(r/R_0)}{1 + [1 - (r/R_0)^2]^{1/2}} \right]^{-1}, & (r < R_0) \end{cases} \tag{11}$$

$$\alpha^2 = (8m|E|/\hbar^2), \quad \lambda = (2mze^2/\alpha\hbar^2), \quad \alpha_n = (2z/na_0),$$

这里  $a_0$  表示玻尔半径, 并已将氢原子束缚能表示成  $E = -|E|$ 。

(10)式同乘  $\int_0^\infty R_{n'l}^* r^2 dr$ , 并利用(11)式, 可得

$$\sum_n C_n [\alpha\lambda(A_{nn'} - B_{nn'}) + (1/4)(\alpha_n^2 - \alpha^2)\delta_{nn'}] = 0, \tag{12}$$

这里 
$$\left. \begin{aligned} A_{nn'} &= \int_0^{R_0} \frac{1}{\pi} \left[ \frac{2}{r} \arcsin \frac{r}{R_0} - \frac{2}{R_0} \ln \frac{(r/R_0)}{1 + [1 - (r/R_0)^2]^{1/2}} \right] R_{nl} R_{n'l}^* r^2 dr, \\ B_{nn'} &= \int_0^{R_0} R_{nl} R_{n'l}^* r^2 dr / R_0. \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

令  $\beta_1 = (2m/\hbar^2)$ ,  $\beta_2 = \alpha\lambda = n\alpha_n = (2z/a_0)$ , 可将(12)式写成

$$\sum_n C_n [(\beta_2/\beta_1)(A_{nn'} - B_{nn'}) + (1/4\beta_1)\alpha_n^2\delta_{nn'}] = |E| C_{n'}, \tag{14}$$

记行列式  $M$  为

$$M = |(\beta_2/\beta_1)(A_{nn'} - B_{nn'}) + (1/4\beta_1)\alpha_n^2\delta_{nn'}|. \tag{15}$$

这样, 我们只要求出(15)式所表示的久期方程的特征值和特征矢量, 就得到了外场存在时的原子本征态。

由(13)、(14)式可见, 当外场不存在时, 亦即当  $R_0 = 0$  时, 有

$$E = -|E| = -\frac{1}{4\beta_1} \alpha_n^2 = -\frac{z^2 e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2}. \tag{16}$$

这正是氢原子的能级公式<sup>[12]</sup>。

### 三、数值计算

利用(15)式, 计算不同入射激光强度下的原子能级及对应的波函数。图2给出的是原

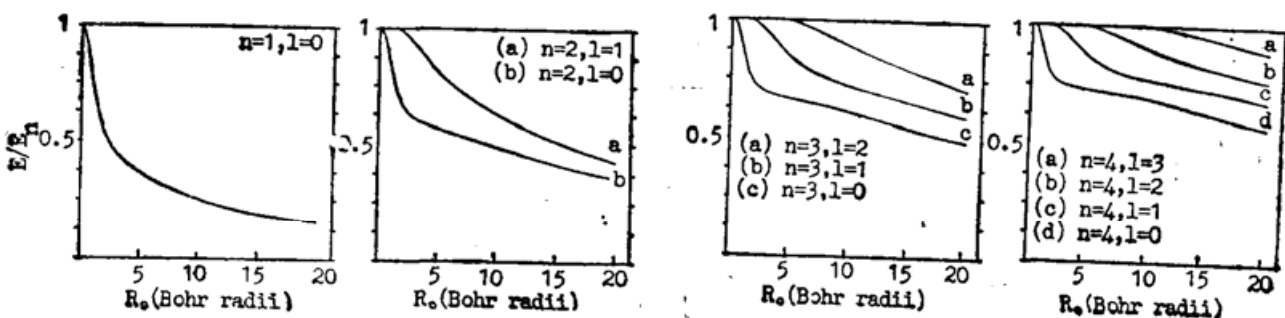


Fig. 2 The energy levels vs  $R_0$  (In Bohr Radiu).

$$E_n = -\frac{z^2 e^2}{2a_0} \cdot \frac{1}{n^2}, \text{ is the hydrogen atom energy eigenvalue with } R_0 = 0$$

子能级随激光强度, 即  $R_0$  的变化情况。显然, 原子各态的束缚能随外场强度的加大而减小, 而且无外场时简并的具有相同主量子数和不同角量子数  $l$  的各能级随  $R_0$  的增大而分裂。将不同量子数的态相比, 量子数较小的态的能级变化较大, 这是因为量子数小的态离核较近, 受  $r \ll R_0$  部分变化的势的影响较大。

伴随着束缚能的减小, 各量子态的波函数的空间分布将加大。图 3 中给出了  $n=1 \sim 4$  的各量子态的平均轨道半径随  $R_0$  的变化情况。对同一主量子数下各态, 角量子数小的态

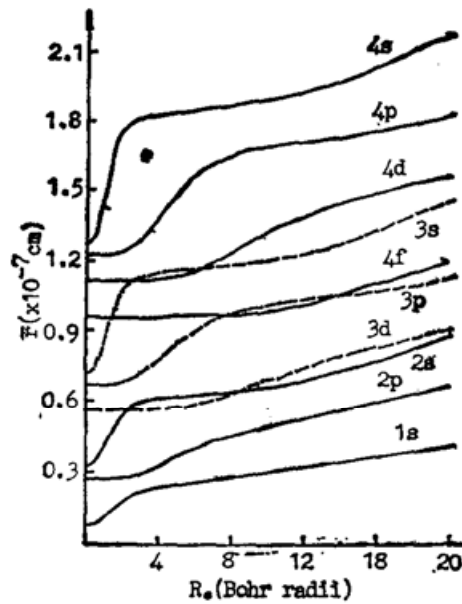


Fig. 3 The averaged orbit radius  $\bar{r}$  vs  $R_0$  (In Bohr Radii)

The index  $nl$  for each line in figure corresponds to the state with principal quantum number  $n$  and angular quantum number  $l$

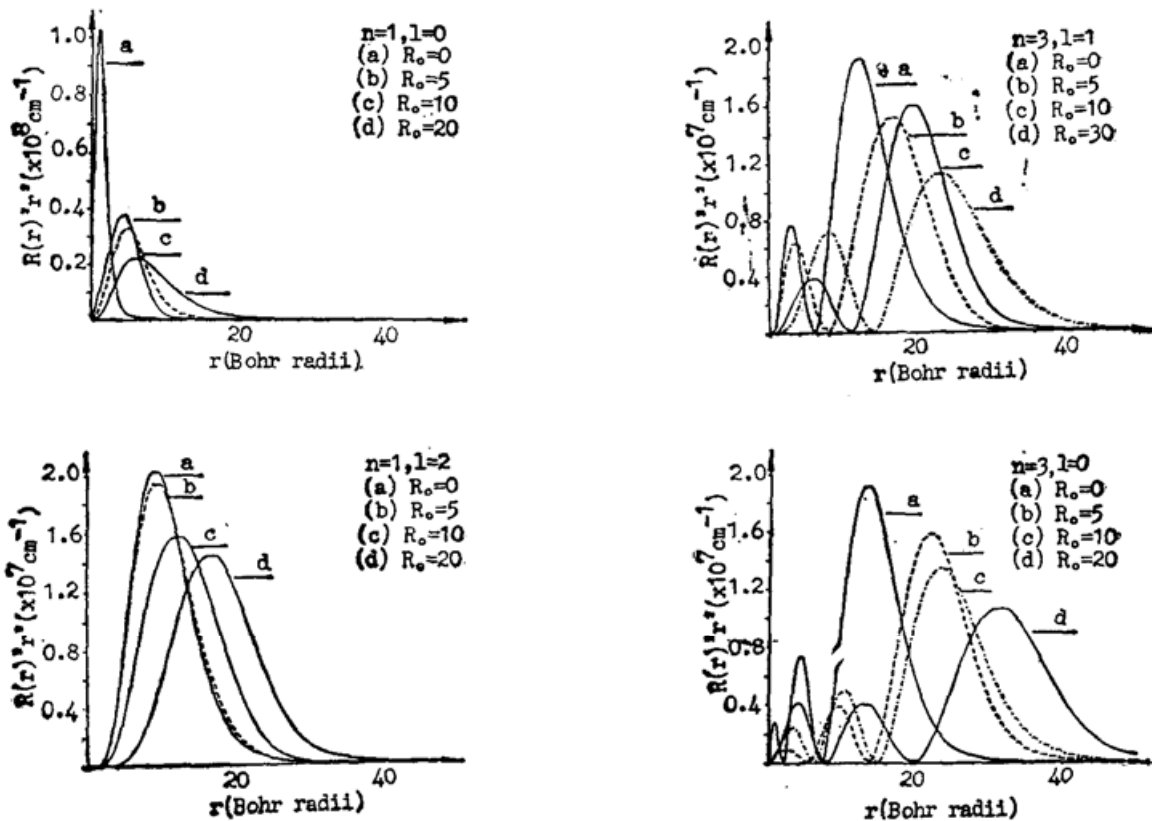


Fig. 4 The wavefunction distortion with different values of  $R_0$  (in Bohr Radii)

随  $R_0$  增大发生的变化较大; 而在主量子数不同的态下, 角量子数相同的态表现出相似的扩展趋势, 主量子数  $n$  大的扩展较快。这是由于  $n$  大的波函数的节点增多, 而  $r$  较小处的节点内的电子分布由于场的加大很快扩展到  $r$  较大处的缘故。

作为直观图象, 也计算了  $n=1, n=3$  的各态波函数随  $R_0$  的变化情况。如图 4 所示。从图 4 也可以看到上面讨论的现象。

#### 四、讨论和结论

前面的计算都是从  $R_0$  出发的, 事实上从(3)式出发, 可直接讨论一定强度和频率的激光入射时所引起的氢原子态的变化。对波长为  $1.06 \mu\text{m}$  的激光, 当强度  $I=1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$  时, 对应的  $R_0=9.1 a_0$ 。由图 2 可以看出, 这时的原子能级的变化已经很大了。因而, 在处理强激光场相关的物理问题时, 除了考虑光场本身的有质动力势外, 原子内部态结构的变化必须引起重视。另外, 如前所述, 原来简并的能级由于强外场的作用而发生了分裂, 因而在相应的电子离化谱中也将出现谱的精细结构, 这很可能正是实验中观察到的现象。

本文首次采用会聚激光场作用于原子系统, 与仅仅采用一束平面入射的激光场作用于原子系统相比, 一方面由于在会聚激光场中的原子等效势仍具有中心对称的特点, 理论上的处理较为方便。而更为重要的另一方面是这种会聚光场与实际情况更为接近, 对于实验工作具有一定的指导意义。而且激光场中原子束缚能的减小和波函数的空间扩展意味着电子离化能的减小和原子空间范围的增大, 这对于现阶段人们感兴趣的原子在强激光场异常行为的研究能够提供一些新的看法。

会聚线偏振强激光作用下氢原子内部的能态变化, 说明由于强外场的存在, 靠近原子核的一定范围内, 原子势不再是库仑势, 而将为一种等效势所替代, 这样就发生了原子的能级移位和波函数的空间扩展现象。可以预期, 在极强的光场下, 原子的束缚能变得很小, 各能级间距也很小, 态密度变的很大, 这时的离化及其它相关过程只需要在很小的能量就能实现, 这必将导致与弱场情况下相异的现象出现。

#### 参 考 文 献

- [1] W. G. Henneberger; *Phys. Rev. Lett.*, 1968, **21**, No. 12 (Sep), 838~841.
- [2] J. I. Gerstern *et al.*; *J. Phys. (B)*, 1976, **B9**, No. 15 (Oct), 2561~2572.
- [3] Chan K. Choi *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1974, **A9**, No. 5 (May), 1895~1897.
- [4] T. J. McIlrath *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1987, **A35**, No. 11 (Jun), 4611~4623.
- [5] D. Normand *et al.*; *J. O. S. A. (B)*, 1989, **B6**, No. 8 (Aug), 1513~1518.
- [6] M. Pont; *Phys. Rev. (A)*, 1989, **A40**, No. 10 (Nov), 5659~5672.
- M. Pont *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1990, **A41**, No. 1 (Jan), 477~494.
- M. Pont *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1988, **61**, No. 8 (Aug), 939~942.
- [7] Shih I. Chu *et al.*; *Phys. Rev. (A)*, 1985, **A32**, No. 5 (Nov), 2769~2775.
- [8] K. C. Kulander; *Phys. Rev. (A)*, 1987, **A35**, No. 1 (Jan), 445~447.
- [9] M. Gavrilin *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **52**, No. 8 (Feb), 613~616.
- [10] F. H. M. Faisal; *J. Phys. (B)*, 1973, No. 4 (Apr), L89~91.
- [11] R. R. Freeman *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **59**, No. 10 (Sep), 1092~1095.
- [12] L. I. 席夫;《量子力学》(人民教育出版社, 北京 1981 中译本), 101~107.

## Structure distortion of hydrogen atom in a strong converging laser field of linear polarization

ZHANG WENQING AND TAN WEIHAN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 12 February 1991; revised 15 April 1991)

### Abstract

In this paper, we study the structure distortion, including the atomic potential, energy level and wavefunction of hydrogen atom in a strong converging laser field of linear polarization. It is shown that the modified atomic potential is equal to a potential decided by an oscillating spherical surface with maximum radius of  $R_0 \propto I^{1/2} \omega^{-2}$  and nuclear charges. With such a new potential, the atomic energy levels shallow and split, the wavefunction undergoes stretching in space drastically.

**Key words:** strong converging laser field of linear polarization; atomic structure distortion.