

# 梯形截面介质光波导的模吸收损耗

马春生 刘式墉

(吉林大学电子科学系, 长春 130023)

## 提 要

本文运用微分法由梯形截面介质光波导的近似模方程导出了模吸收损耗系数的公式, 并结合计算实例进行了误差分析。

关键词: 集成光学, 光波导, 吸收损耗

## 一、引 言

梯形截面介质光波导是激光器, 耦合器, 调制器, 开关等许多光电器件的基本结构, 在集成光学中有着广泛的应用, 由于这种波导的边界条件复杂, 应用电磁场理论精确地分析其光学特性十分困难, 在不考虑介质吸收的情况下, 作者在文献[1]中曾对其传输特性进行了简化分析, 给出了一个近似模方程, 用此模方程可方便迅速地计算模传播常数或模有效折射率。

对于实际应用的波导而言, 组成波导的介质层或多或少地具有一定的吸收作用。当考虑介质的吸收作用时, 文献[1]的模方程仍可用来近似计算模有效折射率, 但不能直接用来计算模吸收损耗, 本文在文献[1]的基础上把梯形截面介质光波导由非吸收型推广到吸收型, 同时把文献[1]给出的模方程由实数域推广到复数域, 然后把吸收介质的复折射率的虚部(即介质的消光系数)看成是其实部(即介质的折射率)的增量, 运用微分法由模方程求得模吸收损耗系数的表达式, 并用此公式对半导体集成光学中应用的  $\text{SiO}_2/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  光波导的模吸收损耗进行了计算, 并对计算误差进行了估计。

## 二、模吸收损耗系数公式的推导

梯形截面吸收型介质光波导的结构如图1所示, 图中  $\hat{n}_1$ ,  $\hat{n}_2$ ,  $\hat{n}_3$  分别为芯层, 下限制层和上面及两侧包层介质的复折射率, 并可表示为

$$\hat{n}_i = n_i - jK_i, \quad (i=1, 2, 3) \quad (1)$$

式中  $n_i$ ,  $K_i$  分别为第  $i$  层介质的实折射率和消光系数, 且  $K_i$  为小量, 梯形周界曲线  $b(x)$  可表示为<sup>[1]</sup>

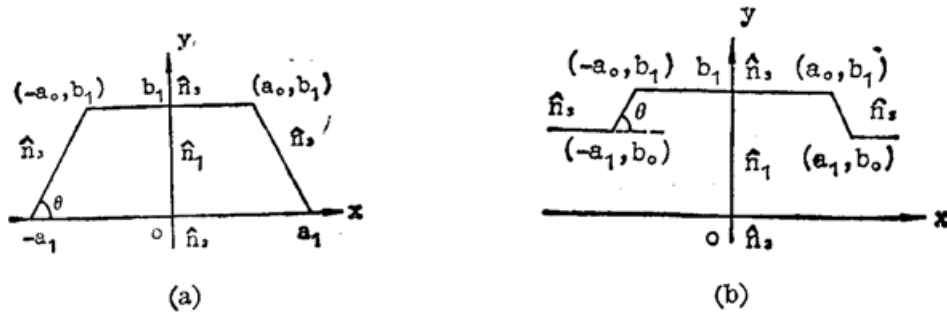


Fig. 1 Cross-section of trapezoidal optical waveguide

(a) trapezoidal strip waveguide ( $b_0=0$ ); (b) trapezoidal rib waveguide ( $b_0 \neq 0$ )

$$b(x) = \begin{cases} b_1, & (|x| \leq a_0) \\ b_1 - [(b_1 - b_0)(|x| - a_0)/(a_1 - a_0)], & (a_0 \leq |x| \leq a_1) \\ b_0, & (|x| \geq a_1) \end{cases} \quad (2)$$

式中  $b_0, b_1$  分别为梯形外部和内部的芯层厚度;  $2a_0, 2a_1$  分别为梯形的上下底宽。当  $b_0=0$  时称为梯形条波导; 当  $b_0 \neq 0$  时称为梯形脊波导。

当不考虑介质的吸收作用时, 即令  $K_i=0$ , 这种波导的  $E_{mn}^x$  模的有效折射率  $N$  可由下述模方程确定<sup>[1]</sup>。

$$\frac{4k_0}{T} \left[ (a_0 T + 1)(n_1^2 - R^2 - N^2)^{1/2} - R \tan^{-1} \frac{(n_1^2 - R^2 - N^2)^{1/2}}{R} \right] = (2m + 1)\pi, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{(n+1)\pi}{(n_1^2 - n_2^2)^{-1/2} + (n_1^2 - n_3^2)^{-1/2} + k_0 b_1}, \\ T &= \frac{k_0(b_1 - b_0)}{(a_1 - a_0) [(n_1^2 - n_2^2)^{-1/2} + (n_1^2 - n_3^2)^{-1/2} + k_0 b_1]}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $m, n=0, 1, 2, \dots$  分别为  $x, y$  方向的模阶数,  $k_0=2\pi/\lambda_0$  为真空中波数,  $\lambda_0$  为真空中光波长, 为了运算方便, (3)式取隐函数形式如下

$$F(R, T, W) = 4k_0[(a_0 T + 1)W - R \tan^{-1}(W/R)] - (2m + 1)\pi T = 0, \quad (5)$$

$$W(n_1, R, N) = (n_1^2 - R^2 - N^2)^{1/2}. \quad (6)$$

当考虑介质的吸收作用时, 即  $K_i \neq 0$  且为小量, (5)式由实数域推广到复数域, 由(1)式可以认为组成波导的各介质层的复折射率  $\hat{n}_i$  是在其实折射率  $n_i$  的基础上获得虚增量

$$\Delta \hat{n}_i = -i\kappa_i \quad (i=1, 2, 3)$$

而形成的, 因此由(4)式定义的  $R, T$  应分别获得相应的增量  $\Delta \hat{R}, \Delta \hat{T}$ , 应用微分法对(4)式求微分可得

$$\left. \begin{aligned} \Delta \hat{R} &= \frac{\partial R}{\partial n_1} \Delta \hat{n}_1 + \frac{\partial R}{\partial n_2} \Delta \hat{n}_2 + \frac{\partial R}{\partial n_3} \Delta \hat{n}_3, \\ \Delta \hat{T} &= \frac{\partial T}{\partial n_1} \Delta \hat{n}_1 + \frac{\partial T}{\partial n_2} \Delta \hat{n}_2 + \frac{\partial T}{\partial n_3} \Delta \hat{n}_3. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

对(4)式求偏导数并代入(8)式得到

$$\Delta \hat{R} = -j\Delta R, \quad \Delta \hat{T} = -j\Delta T, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta R &= \frac{R^2}{(n+1)\pi} \left[ \frac{n_1 \kappa_1 - n_2 \kappa_2}{(n_1^2 - n_2^2)^{3/2}} + \frac{n_1 \kappa_1 - n_3 \kappa_3}{(n_1^2 - n_3^2)^{3/2}} \right], \\ \Delta T &= \frac{(a_1 - a_0) T^2}{k_0(b_1 - b_0)} \left[ \frac{n_1 \kappa_1 - n_2 \kappa_2}{(n_1^2 - n_2^2)^{3/2}} + \frac{n_1 \kappa_1 - n_3 \kappa_3}{(n_1^2 - n_3^2)^{3/2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当  $R, T$  获得虚增量  $\Delta\hat{R}, \Delta\hat{T}$  时, (5) 式中的  $W$  应获得相应的增量  $\Delta\hat{W}$ , 应用微分法由 (5) 式可得

$$\frac{\partial F}{\partial R} \Delta\hat{R} + \frac{\partial F}{\partial T} \Delta\hat{T} + \frac{\partial F}{\partial W} \Delta\hat{W} = 0. \quad (11)$$

当  $n_1, R, W$  获得虚增量  $\hat{n}_1, \Delta\hat{R}, \Delta\hat{W}$  时, (6) 式中的  $N$  应获得相应的增量  $\Delta\hat{N}$ , 应用微分法由 (6) 式可得

$$\Delta\hat{W} = \frac{\partial W}{\partial n_1} \Delta\hat{n}_1 + \frac{\partial W}{\partial R} \Delta\hat{R} + \frac{\partial W}{\partial N} \Delta\hat{N}. \quad (12)$$

由 (11) 和 (12) 式可解出

$$\Delta\hat{N} = - \left[ \frac{\partial F}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial n_1} \Delta\hat{n}_1 + \left( \frac{\partial F}{\partial R} + \frac{\partial F}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial R} \right) \Delta\hat{R} + \frac{\partial F}{\partial T} \Delta\hat{T} \right] / \left( \frac{\partial F}{\partial W} \frac{\partial W}{\partial N} \right), \quad (13)$$

对 (5) 和 (6) 式求偏导数代入 (13) 式, 并利用 (7)、(9)、(10) 式, 得到

$$\Delta\hat{N} = -j\Delta N, \quad (14)$$

$$\Delta N = \frac{1}{N} \left\{ n_1 \kappa_1 - \frac{R^2(R^2 + W^2) [a_0 T R + W \tan^{-1}(W/R)]}{(n+1)\pi [a_0 T R^2 + (a_0 T + 1)W^2]} \left[ \frac{n_1 \kappa_1 - n_2 \kappa_2}{(n_1^2 - n_2^2)^{3/2}} + \frac{n_1 \kappa_1 - n_3 \kappa_3}{(n_1^2 - n_3^2)^{3/2}} \right] \right. \\ \left. \cdot \left[ 1 + \frac{(n+1)\pi (a_1 - a_0) T W [W - R \tan^{-1}(W/R)]}{k_0 (b_1 - b_0) R^2 [a_0 T R + W \tan^{-1}(W/R)]} \right] \right\}. \quad (15)$$

则梯形截面介质光波导  $E_{mn}^x$  模的吸收损耗系数  $\alpha$  的公式为

$$\alpha = -2k_0 I_m(\Delta\hat{N}) = 2k_0 \Delta N, \quad (16)$$

式中  $\Delta N$  由 (15) 式结出,  $R, T, W$  分别由 (4) 和 (6) 式规定,  $N$  可由 (3) 式解出。

### 三、计算结果及误差分析

作为实例对半导体集成光学中应用的梯条形  $\text{SiO}_2/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  光波导 [图 1(a),  $b_0=0$ ] 的模吸收损耗进行了计算, 有关参量选为: 真空中光波长  $\lambda_0=1.06 \mu\text{m}$ , 在此波长下, 高纯 GaAs 波导芯可认为是非吸收介质, 其折射率  $n_1=3.48$ , 消光系数  $\kappa=0^{[2]}$ ;  $\text{Al}_{0.12}\text{Ga}_{0.88}\text{As}$  下限制层为弱吸收介质, 其折射率  $n_2=3.42$ , 体吸收系数  $\alpha_2=0.2 \text{ mm}^{-1}$ , 相应的消光系数  $\kappa_2=\alpha_2/2k_0=1.68704 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ ; 芯上及两侧包层  $\text{SiO}_2$  为非吸收介质, 其折射率  $n_3=1.45$ , 消光系数  $\kappa_3=0$ , 应用 (16) 式计算求得的结果。

(1) 图 2 给出了  $E_{00}^x$  主模吸收损耗系数  $\alpha$  随归一化芯厚度  $b_1/2a_0$  的变化曲线, 选取坡度角  $\theta=45^\circ$ , 芯厚度  $b_1=1, 2, 3, 4, 5 \mu\text{m}$ , 可以看出模吸收损耗随梯形芯厚度  $b_1$  和芯宽  $2a_0, 2a_1$  的增大而减小, 当芯厚度  $b_1$  一定时, 模吸收损耗随芯宽  $2a_0, 2a_1$  的变化不十分显著。

(2) 图 3 给出了  $E_{00}^x$  主模吸收损耗系数  $\alpha$  随坡度角  $\theta$  的变化曲线, 选取  $2a_0=b_1$ , 芯厚度  $b_1=1, 2, 3, 4, 5 \mu\text{m}$ , 可以看出模吸收损耗随坡度角  $\theta$  的变化也很平缓。

(3) 图 4 给出了  $E_{mn}^x$  模吸收损耗系数  $\alpha$  随芯厚度  $b_1$  的变化曲线, 选取  $\theta=45^\circ, 2a_0=b_1, m, n=0, 1, 2$  可以看出模吸收损耗随芯厚度  $b_1$  的增大而迅速地减小。当  $b_1 \approx 1 \mu\text{m}$  时, 此时上底宽  $2a_0=b_1 \approx 1 \mu\text{m}$ , 下底宽  $2a_1=2(a_0+b_1 \tan \theta) \approx 3 \mu\text{m}$ , 在此尺寸下  $E_{10}^x$  及其它高阶模已经截止, 波导中只允许传输  $E_{00}^x$  主模, 其传输损耗约为  $\alpha \approx 0.018 \text{ mm}^{-1}$ , 此时波导将成为低损耗单模波导。

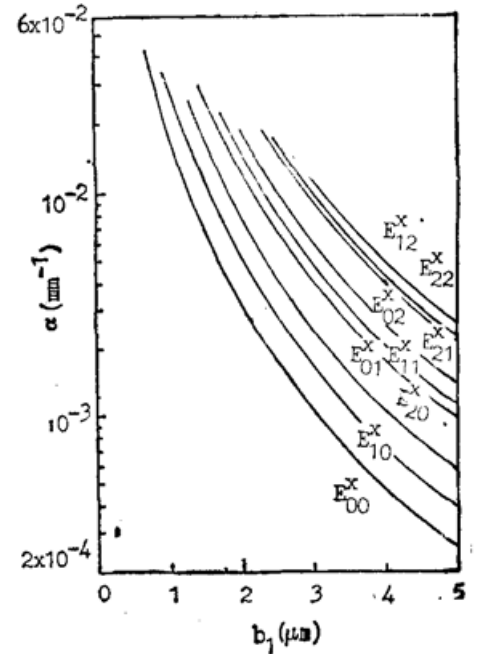
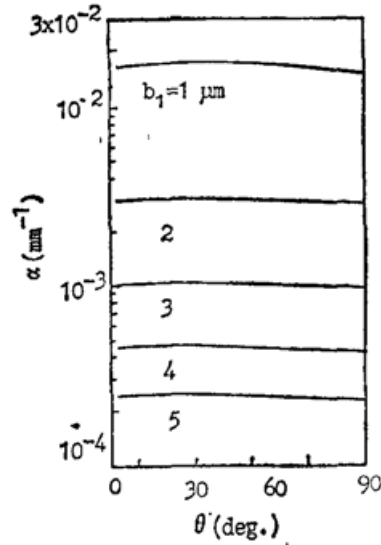
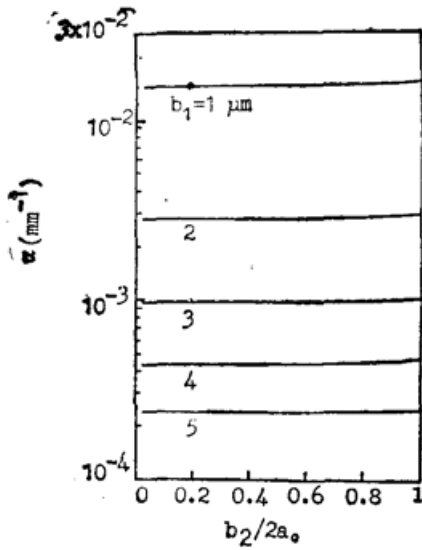


Fig. 2  $E_{00}^x$  mode absorption loss coefficient  $\alpha$  versus normalized core thickness  $b_1/2a_0$ ,  $b_0=0$ ,  $\theta=45^\circ$

Fig. 3  $E_{00}^x$  mode absorption loss coefficient  $\alpha$  versus gradient angle  $\theta$ ,  $b_0=0$ ,  $2a_0=b_1$

Fig. 4  $E_{mn}^x$  mode absorption loss coefficient  $\alpha$  versus core thickness  $b_1$ ,  $b_0=0$ ,  $\theta=45^\circ$ ,  $2a_0=b_1$

以前的一些文献曾运用有限元法, 有效折射率法及其它近似方法对梯形截面介质光波导的传输特性进行了分析<sup>[3,4]</sup>, 但对其吸收损耗特性的分析还未见诸报道, 因此(16)式可能产生的误差只能进行估计, (16)式是由近似模方程(3)运用微分法而导出的, 因此(16)式的计算误差应由下述两部分误差所决定: 一种是由模方程(3)计算模有效折射率  $N$  产生的误差, 一种是由微分法计算模吸收损耗系数  $\alpha$  产生的误差, 以往的计算表明, 在模截止区附近, 上述两种相对误差最大, 分别约为  $1.5 \times 10^{-3}$  和  $6 \times 10^{-4}$ <sup>[1,5]</sup>。由误差理论可知(16)式总的最大相对误差近似等于上述两部分误差之和, 约为  $2.1 \times 10^{-3}$ , 而且当波导芯厚度  $b_1$  增大而使模远离截止时, 此误差将迅速地减小<sup>[5,6]</sup>。

### 参 考 文 献

- [1] 马春生等;《中国激光》, 1991, 18, No. 9 (Sep), 677.
- [2] H. G. Casey, M. B. Panish; 《Heterostructure Lasers》, (Academic Press, New York, 1978), 43~46.
- [3] P. M. Pelosi *et al.*; *Appl. Opt.*, 1978, 17, No. 8 (Apr), 1187~1193.
- [4] J. G. Gallagher; *Electron. Lett.*, 1979, 15, No. 23 (Nov), 734~736.
- [5] 马春生等;《半导体学报》, 1988, 9, No. 3 (May), 300~304.
- [6] Chunsheng Ma *et al.*; *Opt. Commun.*, 1989, 69, No. 5, 6 (Jan), 357~361.

## Mode absorption loss of trapezoidal cross-section dielectric optical waveguide

MA CHUNSHENG AND LIU SHIYONG

(*Department of Electronics Science, Jilin University, Changchun 130023*)

(Received 19 April 1991)

### Abstract

Using the differentiation method for the mode equation of the trapezoidal cross-section dielectric optical waveguide, the expression of mode absorption loss coefficient is derived. As an example  $\text{SiO}_2/\text{GaAs}/\text{AlGaAs}$  waveguide is calculated and the relative errors are discussed.

**Key words:** integrated optics, optical waveguide, absorption loss.