第12卷 第2期
1992年2月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 12, No. 2
February, 1992

光学系统的时间衍射积分及其应用

张筑虹 范滇元
(中国科学院上海光学精密机械研究所，上海 201800)

提 要

对含色散光学元件和其它非线性光学元件的光学系统，引入了时间 $ABCD$ 矩阵元表达的时间衍射积分，用以讨论高斯光脉冲在色散介质中的传输行为，验证了线性色散系统中光传输的时间自成像，光纤中的方波自成形。

关键词：时间衍射积分，时间自成像，色散。

基于时域色散脉冲传输与空间光束衍射的相似性[1]，利用空间-时间类比[2]可给出时间量和空间量的对应关系 $\tau=t-k'z\leftrightarrow x$，$\eta=\omega_0k''z\leftrightarrow z$，$\omega_0=-k_0$。在此，空间量 x 表征光束空间分布，z 为传输距离；$k'=(\partial k/\partial\omega)$，$k''=(\partial^2k/\partial\omega^2)$，$\omega_0$ 为光脉冲中心频率。光脉冲的传输由时间光线与时域 $ABCD$ 矩阵给出[3]

$$\begin{pmatrix}\tau_2\\ \dfrac{d\tau_2}{d\eta}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tau_1\\ \dfrac{d\tau_1}{d\eta}\end{pmatrix},\tag{1}$$

由此，在光脉冲传输过程中时间特性（如脉宽、波形、啁啾等）的变化研究中，可将空间光束传输的成熟理论引入。本文基于这一考虑，将 Collins 衍射积分应用到时域[4]，引入了时间衍射积分，该积分是色散脉冲传输方程的解；用其讨论高斯光脉在色散介质中传输行为；验证了线性色散统系中光传输的时间自成像效应；综合考察了高斯光脉冲在光纤中传输时，脉冲形状和传输距离的关系，给出了计算结果。

一、光学系统的时间衍射积分

如图1，当衍射空间含光学系统时，由惠更斯二次子波，$E_0\exp[ik_0\Phi(r_1,\ r_2)]$，衍射场为

$$\psi(r_2)=\int F(r_1)E_0\exp[ik_0\Phi(r_1,\ r_2)]dr_1,\tag{2}$$

式中 Φ 为源点到观察点的程函，E_0 为幅度，k_0 是光在真空中波矢；E_0，Φ 满足广义程函方程

$$\Phi(r_1,\ r_2)=S_0+[(Ar_1^2+Dr_2^2-2r_1r_2)/2\,B],\ E_0=(-i/\lambda_0B)^{1/2},\tag{3}$$

衍射积分为

$$\psi(r_2)=\left(-\frac{i}{\lambda_0B}\right)^{1/2}e^{ik_0S_0}\int_{-\infty}^{+\infty}F(r_1)\exp\left[i\frac{k_0}{2B}(Ar_1^2+Dr_2^2-2r_1r_1)dr_2\right],\tag{4}$$

从空间-时间对应关系，光脉冲在色散介质中传输的时间行为与空间光束的自由传输相似，光脉冲经相位调制元件后的变化类同光束经透镜的行为[5]，引入时间程函

$$L(\tau_1,\ \tau_2)=L_0+[(A\tau_1^2+Dx_2^2-2\,\tau_1\tau_2)/2\,B]。\tag{5}$$

收稿日期：1991年1月5日；收到修改稿日期：1991年4月29日

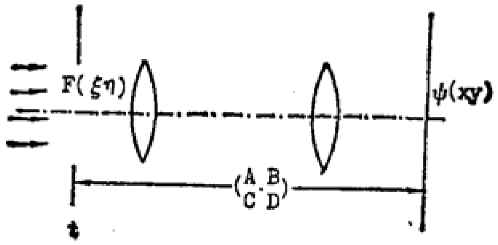

Fig. 1 Optical beam diffraction in optical system

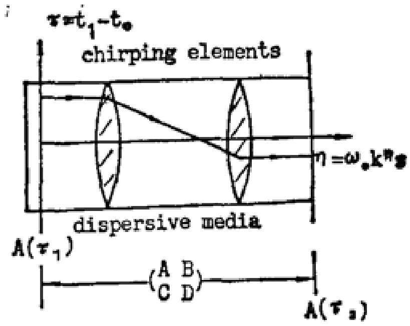

Fig. 2 Time ray path in dispersive media with linear chirping elements

A、B、D 为时间 $ABCD$ 矩阵元，L 具有时间量纲，L_0 表征光脉冲中心频率 ω_0 相对应的有效传输时间，如图 2，给出时间衍射积分

$$E(\tau_2)=\left(\frac{\nu_0 i}{B}\right)^{1/2}e^{-i\omega_0 L_0}\int_{-\infty}^{+\infty}E(\tau_1)\exp\left[-\frac{i\omega}{2B}(A\tau_1^2+D\tau_2^2-2\tau_1\tau_2)d\tau_1\right], \tag{6}$$

式中 $E(\tau_1)$, $E(\tau_2)$ 为光脉冲振幅；ν_0 为光频率。将(6)式代入色散脉冲传输方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}+k_0'\frac{\partial}{\partial t}\right)E(z,\ t)=\frac{1}{2}ik_0''\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(z,\ t)。 \tag{7}$$

根据脉冲传输所给出 $ABCD$ 矩阵，故(6)式即方程的积分解。

二、高斯光脉冲在色散介质中传输

高斯光脉冲的场 $E(t)$ 为

$$E(t)=E_0\exp[-2\ln 2(t/T)^2]\exp(-i\omega_0 t), \tag{8}$$

式中 T 为脉冲全半宽度。脉冲进入色散介质时(不计 $(d\phi/d\omega)$ 的影响) $E(\tau_1)$ 为

$$E(\tau_1)=\exp[-2\ln 2(\tau_1/T)^2], \tag{9}$$

对纯色散介质，其时间 $ABCD$ 矩阵为

$$\begin{pmatrix}A & B\\ C & D\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & \omega_0 k''z\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \tag{10}$$

式中 $k''z$ 表征介质色散引起的位相变化，代入(6)式，可推得

$$\left.\begin{aligned}E(\tau_2)&=\left(1+\frac{\phi''^2}{4\beta^2}\right)^{-1/4}\exp\left\{-\frac{\tau_2^2}{4\beta[1+(\phi''^2/4\beta)]}\right\}\exp[-i\phi_{\rm out}(\tau_2)(-i\omega_0 L_0],\\ \beta&=(T/\ln 2),\ \phi''=k''z,\\ \phi_{\rm out}&=[-\phi''\tau_2^2/(2\phi''^2+8\beta)]-(1/2)\arctan(-\phi''/2\beta),\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

由(11)式，高斯光脉冲在色散介质中传输有效时间 L_0 (相应空间距离 z)后脉冲展宽为 T'

$$(T'/T)=[1+(\phi''^2/4\beta)]^{1/2}。 \tag{12}$$

伴随着有扫频项(啁啾)产生。

以上讨论给出的结果与文献[6]中用时域转换到频域，计入色散引起的相位变化量，然后再转换到时域所给出的结果一致。

三、线性色散系统中的时间自成像[7,8]

时间自成像是周期脉冲序列在色散介质中传输时周期地自重现，脉冲序列的普遍形式

$$E(z,\ t)=\exp[i(\omega_0 t-k_0 z)]\sum_n \widetilde{A}_n(\sqrt{n}\,\Omega_0)\exp\{[i[\sqrt{n}\,\Omega_0\tau-n\,2\,\pi(z/z_0)]\},\tag{13}$$

式中 n 为正整数，$\tau=t-k_0'z$，将(13)式代入(6)式，这种脉冲在线性色散介质中传输距离 z 后的脉冲形式为

$$E(\tau_2)=\exp(-i\omega_0 L_0+ik_0''zn\Omega_0^2/2)\sum_n A_n(\sqrt{n}\,\Omega_0)\exp\{i[\sqrt{n}\,\Omega_0\tau_2-n\,2\,\pi(z/z_0)]\},\tag{14}$$

如脉冲在 $z=z_0$ 处自重现，需有

$$(k''z_0 n\Omega_0^2/2)=n\cdot 2\,\pi,\tag{15}$$

时间自成像有必要条件

$$(k_0''\Omega^2/2)=(n\cdot 2\,\pi/z_0),\quad \Omega=\omega-\omega_0=\sqrt{n}\,\Omega_0,\tag{16}$$

以时间衍射积分得出的时间自成像的必要条件与文献[8]给出的一致。

四、Sech² 型光脉冲在光纤中传输行为

超短光脉冲一般具有极高的峰值功率密度，在介质中传输会感生诸如自相位调制，自聚焦和自陡峭等非线性效应，采用非线性薛定谔方程描述。光脉冲在光纤中的传输行为与光通讯光纤-光栅脉冲压缩、展宽等密切相关，采用文献[9]的模型，用时间衍射积分法处理并模拟计算具有正色散的 sech² 型脉冲在光纤中传输的时间行为，得出结果与文献[9]一致。

如图 3，对只具有自相位调制的长为 (L/M) 的光纤元，其时间矩阵为[10]

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}_s=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2\,k_0 L n_2 I_0/MT^2 & 1 \end{pmatrix}。\tag{17}$$

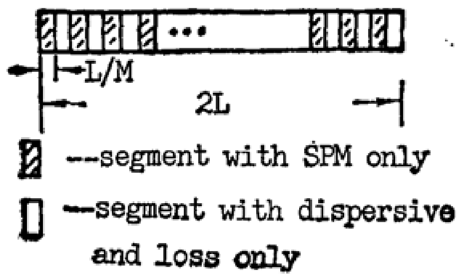

Fig. 3　The theoretical model of optical fiber for calculation

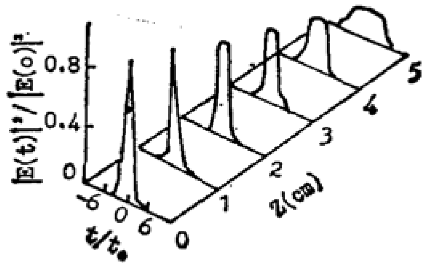

Fig. 4　Behavior of pulses propagation in optical fiber with positive di spersion

光经过第 $(N+1)$ 个光纤单位（含一自相位调制元和色散损耗元）后，利用时间衍射积分给出其形状

$$E_{N+1}(t)=\alpha\left(\frac{\nu_0 i}{B}\right)^{1/2}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-i\omega_0 L_0}E_N(t')\exp\left[-\frac{i\omega_0}{2B}(At'^2+Dt^2-2\,t't)\right]dt'$$

式中 A、B、D 为色散矩阵和自相位调制矩阵乘积给出的矩阵元，α 为损耗系数，L_0 为单位元的有效传输时间，数值计算结果由图 4 给出。所用参数为：$\nu_0=5.8\times10^{17}$ Hz，非线性折射率 $n_2=1.1\times10^{-13}$ esu，$(d^2\phi/d\omega^2)=6.02\times10^{-29}$，对应中心频率的损耗系数 $\alpha=20$ dB/km，脉冲为 sech² 型

$$E(t)=E_0\,\mathrm{sech}^2(t/t_0)。\tag{19}$$

取半宽为 100 fs；峰值功率取在出现方波自成形水平，并且小于喇曼散射阈值。

五、结　论

由时间-空间类比而引入的时间衍射积分是色散脉冲传输方程的积分解，可成功地描述高斯光脉冲色散展宽，线性色散系统中的时间自成像和具有正色散的光纤中 sech^2 型脉冲方波自成形。这种将空间光束传输的成熟理论映照到时域的方法，对处理高功率激光系统，以及啁啾脉冲放大系统中的脉冲形状、信噪比、脉冲剪切等问题有一定的应用价值。

参 考 文 献

[1] A. Siegmon; «*Lasers*», (Univ. Sci., 1986), Ch. **9**.
[2] S. A. Akhmonov, A. P. Sukhorov *et al.*; *Soviet Phys. JETP*, 1969, **28** (Apr), 748～757.
[3] S. P. Dijaili, A. Dienes *et al.*; *IEEE J. Quant Electron.*, 1990, **QE-26**, No. 6 (Jun), 1158～1164.
[4] S. A. Collins; *J. O. S. A.*, 1970, **60**, 1168.
[5] 张筑虹，范滇元；«光学学报», 1991, **11**, No. 11 (Nov), 1011。
[6] S. D. Silvestri, P. Laporta *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20**, No. 5 (May), 533～539.
[7] A. Wohmann, A. S. Marathay; *Appl. Opt.*, 1989, **28**, 4419.
[8] G. Indebetouw; *J. Modern Opt.*, 1990, **37**, No. 9 (Sep), 1439～1451.
[9] 章若冰，张立原等；«光学学报», 1989, **9**, No. 7 (Jul), 646～652。
[10] A. Caprara; *Proc. SPIE*, 1990, Vol. 1229, 48～74.

Temparal diffraction integration of optical system and its applications

ZHANG ZHUHONG AND FAN DIANYUAN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechonics, Academia Sinica, Shanghai* 201800

(Received 5 January 1991; revised 29 April 1991)

Abstract

The temporal diffraction integration in terms of temparal *ABCD* matrix element is introduced in an optical system. This integration is used to discuss the Gaussian pulse propagation in dispersive medium, and to show the time-imaging in a linear dispersive medium and square pulse shaping for optical fiber.

Key words: temporal diffraction integration; temporal self-imaging; temporal self dispersion.