

原子间的偶极相互作用对其在腔场中 辐射谱的影响

徐 磊

(中国科学院上海原子核研究所, 上海 201800)

罗振飞 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

张智明

(西安交通大学物理系, 西安 710049)

提 要

研究了两个通过偶极-偶极力关联的两能级原子在单模腔场中的辐射谱, 发现原子间偶极-偶极力的贡献, 使辐射谱偏离关于中心频率的对称性. 对真空场和强场情况作了细致的讨论.

关键词 辐射谱, 单模腔场.

1 引 言

J-O 模型^[1]是研究两能级原子与光场相互作用的一种可解模型, 并在近年来得到了广泛的讨论. 这不仅由于该模型的简单性, 同时由于它能表现出众多辐射与物质相互作用的量子特性, 如原子反转度的塌缩和恢复^[2]、以及辐射谱的真空场拉比(Rabi)劈裂^[3]等现象.

对于单个原子在腔场中的辐射谱, 文献[4]研究了腔场初态为真空压缩态时辐射谱的性质, 发现在强场时辐射谱呈明显的三峰结构. 柴晋临等人^[5]研究了两个无耦合原子在腔场中的辐射谱, 比较了与单原子情况下辐射谱的差别, 从而揭示了随原子数目增加, 辐射谱性质的变化, 发现在强场时谱仍展现与单原子情况类似的三峰结构, 但各峰的相对高度发生了明显的改变.

当考虑腔场中多原子系统的辐射谱时, 以往的研究都忽略了原子之间的相互作用. 实际上, 当原子相距很近时, 原子之间应该存在相互作用, 例如通过交换虚光子产生的偶极-偶极力. 最近, 文献[6]在讨论原子反转度塌缩和恢复现象时, 计及了两原子间偶极-偶极力的贡献. 发现原子间相互作用力的引进明显地影响了原子反转度的特性. 文献[7~9]研究了两原子间偶极-偶极力对共振荧光谱的影响. 该项的引入导致靠近共振频率且左右对称的两峰的高度降低, 而使远离共振频率的两个对称峰的高度加强. 本文将讨论两原子间偶极-偶极作用力对其在腔场中辐射谱的影响.

2 计及原子间相互作用的 J-C 模型

当考虑原子间相互作用时,“两原子-场”系统的哈密顿量可写为

$$\left. \begin{aligned} H &= H_{J-C} + H_{a-a}, \\ H_{J-C} &= \omega_f a^\dagger a + \omega_a \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sigma_{z,i} + g \sum_{i=1}^2 (a^\dagger \sigma_i + \sigma_i^\dagger a), \\ H_{a-a} &= g_a (\sigma_1^\dagger \sigma_2 + \sigma_2^\dagger \sigma_1). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 H_{J-C} 一般的两原子 J-C 模型哈密顿量, H_{a-a} 为两原子间偶极-偶极作用项, a^\dagger 、 a 为光场的产生和湮灭算子, ω_f 、 ω_a 分别为光子和原子跃迁的频率, σ_i^\dagger 、 σ_i 、 $\sigma_{z,i}$ 为第 i 个原子的赝自旋算子, g 和 g_a 分别为原子与场之间和原子与原子之间相互作用的耦合常数.

在共振情况下, $\omega_f = \omega_a = \omega$, 与(1)式的本征能量 E_i^n 对应的本征函数 $|\psi_i^n\rangle$ 可用“两原子-场”系统的四个本征基矢 $|\varphi_i^n\rangle$ 展开

$$\left. \begin{aligned} |\psi_i^n\rangle &= \sum_{j=1}^4 C_{ij} |\varphi_j^n\rangle, \quad (i=1, 2, 3, 4) \\ |\varphi_1^n\rangle &= |++, n\rangle, \quad |\varphi_2^n\rangle = |+-, n+1\rangle, \quad |\varphi_3^n\rangle = |-+, n+1\rangle, \quad |\varphi_4^n\rangle = |--, n+2\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

这里等式右边的三个量子数依次表示第一、二个原子所处的能级及光场态. 于是得本征方程组为

$$\sum_{j=1}^4 \langle \varphi_i^n | H | \varphi_j^n \rangle C_{ij} = E_i^n C_{ii}, \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad (3)$$

求解上述方程组得到(令 $\delta = g_a/g$)

$$\left. \begin{aligned} E_i^n &= \omega_0(n+1) + \lambda_i^n g, \\ \lambda_i^n &= \left(\frac{\delta + \sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)}}{2}, \frac{\delta - \sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)}}{2}, -\delta, 0 \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对应的本征函数的展开系数 C_{ij} 为

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2(n+1)}{(4n+6) + (\lambda_1^n)^2}} & \frac{\lambda_1^n}{\sqrt{2[(4n+6) + (\lambda_1^n)^2]}} & \frac{\lambda_1^n}{\sqrt{2[(4n+6) + (\lambda_1^n)^2]}} & \sqrt{\frac{2(n+2)}{(4n+6) + (\lambda_1^n)^2}} \\ \sqrt{\frac{2(n+1)}{(4n+6) + (\lambda_2^n)^2}} & \frac{\lambda_2^n}{\sqrt{2[(4n+6) + (\lambda_2^n)^2]}} & \frac{\lambda_2^n}{\sqrt{2[(4n+6) + (\lambda_2^n)^2]}} & \sqrt{\frac{2(n+2)}{(4n+6) + (\lambda_2^n)^2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\sqrt{\frac{n+2}{2n+3}} & 0 & 0 & \sqrt{\frac{n+1}{2n+3}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

从上式可以看出, 引进两原子间的偶极-偶极相互作用使系统的能级发生了移动. 一般情况下, δ 很小^[6~9], 此时 E_1^n 和 E_2^n 能级分别上移约 $g_a/2$, E_3^n 能级下移 g_a , 而 E_4^n 能级不动. 因此, 原来简并的 E_3^n 和 E_4^n 两个能级, 由于 E_3^n 能级的下移而解除了简并. 但是, 对应于 E_3^n 和 E_4^n 的本征波函数不随 g_a 的引入而改变. 我们发现第三个本征态 $|\psi_3^n\rangle$ 与腔场中光子数无关, 这表明处于该态的原子将不与光场发生作用而始终处于初始态. 事实上, 从下面对原

子辐射谱的计算过程可知该态的存在对辐射谱没有贡献.

“两原子-场”系统的辐射谱可按下式计算^[10]

$$S(\omega) = \int_0^T 2\Gamma \exp[-(\Gamma - i\omega)(T - t')] dt' \int_0^T \exp[-(\Gamma + i\omega)(T - t)] dt \langle \phi(0) | \left. \begin{array}{l} D^+(t') D(t) | \phi(0) \rangle, \\ D^+ = \sigma_1^+ + \sigma_2^+, \quad D = \sigma_1 + \sigma_2, \end{array} \right\} \quad (6)$$

式中 Γ 和 T 分别为谱仪的带宽和测量时间, $|\phi(0)\rangle$ 为系统的初态. 若初始时刻两原子均处于 $|+\rangle$ 能级而场处于 Fock 态 $|n\rangle$, 即 $|\phi(0)\rangle = |++, n\rangle$, 则从(1)、(3)、(6)式可得

$$\left. \begin{array}{l} S_n(\omega) = 2\Gamma \sum_{i=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{ki}^n Z_{ki}^n(\omega) \right|^2 \\ G_{ki}^n = C_{k,i}^n \{ C_{k1}^{n*} [C_{i2}^{n-1} + C_{i3}^{n-1}] + [C_{k2}^{n*} + C_{k3}^{n*}] C_{i4}^{n-1} \}, \\ Z_{ki}^n(\omega) = \frac{\exp\{-i[\omega - (E_k^n - E_i^{n-1})]T\} - \exp(-\Gamma T)}{\Gamma - i[\omega - (E_k^n - E_i^{n-1})]}. \end{array} \right\} \quad (7)$$

显然, 辐射谱的峰位和相对峰高分别由 $E_k^n - E_i^{n-1}$ 和 $\sum_{i=1}^4 \left| \sum_{k=1}^4 G_{ki}^n \right|^2$ 决定. 按上式求得了辐射谱的峰位和相对峰高, 结果列于表 1.

Table 1 Emission spectrum of two coupling atoms through dipole-dipole interaction and its behavior for $n \gg 1$ (In the table, $A_{1,2}^n = (\lambda_{1,2}^n)^2 + (4n+6)$. The subscripts 1, 2 in the relative heights of peaks correspond to the plus and minus signs in the positions of peaks, respectively)

Position of peak		relative height of peak	
arbitrary n	$n \gg 1$	arbitrary n	$n \gg 1$
$\pm \frac{\sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)} - \sqrt{\delta^2 + 8(2n+1)}}{2} g$	0	$\frac{8(n+1)^2}{(A_{1,2}^n)^2 A_1^{n-1}} (\lambda_{1,2}^n + \lambda_1^{n-1})^2$	$\frac{1}{2}$
$\pm \frac{\sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)} + \sqrt{\delta^2 + 8(2n+1)}}{2} g$	$\pm 4\sqrt{n} g$	$\frac{8(n+1)^2}{(A_{1,2}^n)^2 A_1^{n-1}} (\lambda_{1,2}^n + \lambda_1^{n-1})^2$	0
$\frac{\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)}}{2} g$	$\pm 2\sqrt{n} g$	$\frac{4n(n+1)}{2n+1} \frac{(\lambda_{1,2}^n)^2}{(A_{1,2}^n)^2}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{-\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 8(2n+1)}}{2} g$	$\pm 2\sqrt{n} g$	$\frac{2(n+2)^2}{(2n+3)^2} \frac{(\lambda_1^{n-1})^2}{A_1^{n-1}}$	$\frac{1}{4}$

3 谱 特 性

从表 1 可以看到, 辐射谱存在八峰结构. 这点不难从峰高 G_{ki}^n 的表达式和波函数的表达式展开系数 C_{ij} 得出. 因 $C_{31} = C_{34} = 0$, $C_{32} = -C_{33}$, 而其它三个波函数的第 2、3 分量相等, 故与 E_3^n 和 E_3^{n-1} 有关的跃迁峰(共 7 个)的峰高为零. 又因 $C_{42} = C_{43} = 0$, 跃迁 $E_4^n \rightarrow E_4^{n-1}$ 的峰高亦为零. 因此辐射谱具有(16~8)8 峰结构.

接着, 分析原子间偶极-偶极作用的计入对辐射谱的影响. 当 $\delta = 0$ 时, 所得谱与文献[5]的结果完全一样, 此时八峰的位置和高度关于共振频率 $\omega = \omega_0$ 左右对称. 当计及原子间偶极相互作用时, 从表 1 看到辐射谱偏离了左右对称性; δ 越大, 偏离也越大. 这个特点与原子间偶极相互作用对共振荧光谱^[7~9]的影响明显不同. 在后者, 原子间偶极作用的引入

仅改变峰的高度, 不改变峰位, 也不破坏共振荧光谱的左右对称性. 为了更清楚地分析辐射谱的特性, 以真空场 ($n=0$) 和强场 ($n \gg 1$) 两种情况下作进一步的讨论.

3.1 在真空场中

当腔场处于真空态时, 辐射谱呈现六峰结构, 其位置和高度明显地依赖于两原子间相互作用 ($g_a = \delta_g$) 的大小. 图 1 给出了辐射谱随 δ 变化的关系. 当 $\delta=0$ 时, 六峰关于 $\omega = \omega_0$ 左右对称. 随着 δ 的增加, 图中右边第 ② 和 ⑤ 峰明显左移 (其它峰的位置变化较小), 并使得在 $\delta=1$ 时第 ②、③ 两峰合并; 最右边和最左边的峰的高度分别上升和下降, 且最左边的峰在 $\delta=1$ 时高度为零. 因此, 当 δ 从零增大到 1 时 (相当 g_a 从 0 增大到 g), 在真空场中原子的辐射谱从对称的六峰结构逐渐变为不对称的四峰结构.

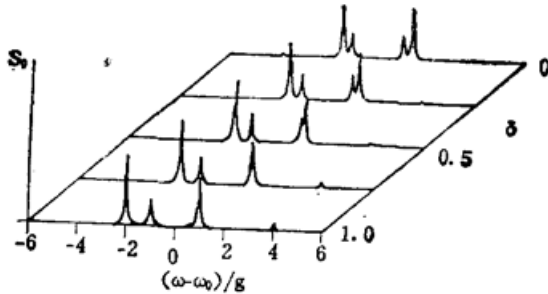


Fig. 1 Emission spectrum of atoms in vacuum field versus $\delta (=g_a/g)$

的六峰结构逐渐变为不对称的四峰结构.

3.2 在强场中

从表 1 的第二和第四列可以看出, 当 $n \gg 1$ 时, 表中第一行的两峰合并为 $\omega = \omega_0$ 的中心峰; 第二行的两峰因高度趋于零而消失; 第三、四行的四个峰合并为两峰, 且其高度为中心峰高度的 $3/4$ 倍. 这个结果与不考虑两原子间偶极相互作用的辐射谱在强场近似下的结果^[5]相同.

4 结 论

上述分析表明, 计及原子间偶极相互作用的两个两能级原子在单模腔场中的辐射谱一般表现为非对称的八峰结构. 这种原子间偶极相互作用的贡献主要表现在真空场和弱场情况下的辐射谱中, 此时半经典近似不再适用, 而量子效应最为明显. 在真空场中, 原子间偶极相互作用的增强相应于辐射谱从对称的六峰结构逐渐演化为非对称的四峰结构 (当 $\delta=1$ 时). 在强场中, 原子间偶极相互作用的影响可以忽略.

参 考 文 献

- [1] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, *Proc IEEE*, 1963, **51** (1): 89~109
- [2] J. H. Eberly, N. B. Narozhny, J. J. Sanchez-Mondragon, Periodic Spontaneous Collapse and Revival in a Simple Quantum Model. *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **44** (20): 1323~1326
- [3] G. S. Agarwal, Vacuum-field Rabi Oscillation of Atoms in a Cavity. *J. Opt. Soc. Am.*, 1985, **B2**, (3): 480~485
- [4] J. Gea-Banacloche, R. R. Schlicher, M. S. Zubairy, Emission spectra of an Atom in a Cavity in the Presence of a Squeezed Vacuum. *Phys. Rev.*, 1988, **A33** (7): 3514~3521
- [5] C. L. Chui, F. L. Li, Z. M. Zhang, Effects of Atomic Cooperation on Emission Spectrum of Atoms in a Cavity. *Phys. Lett.*, 1990, **150A** (2): 85~88
- [6] A. Joshi, S. V. Lawande, S. V. Lawande, *J. Mod. Opt.*, 1991, **38**: 1407~1413
A. Joshi, R. P. Puri, S. V. Lawande, *Phys. Rev.*, 1991, **A44**: 2135~2140
- [7] G. S. Agarwal, Effects of Dispersion forces in optical resonance phenomena, *Opt. Commun.*, 1981, **36**(4): 285~290
- [8] R. D. Griffin, S. M. Harris, Two-atom resonance fluorescence including dipole-dipole interaction. *Phys. Rev.*, 1982, **A25** (3): 1528~1534

- [9] Z. Ficek, B. C. Sanders, Two-atom resonance fluorescence spectrum in a squeezed vacuum including dipole-dipole interaction. *Quantum Opt.*, 1990, **2** (4): 269~286
- [10] J. H. Eberly, K. Wodkiekicz, The time-dependent physical spectrum of light. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67** (9): 1252~1261

Effects of dipole-dipole interaction on the emission spectrum of atoms

XU LEI

(*Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

LUO ZHENFMI XU ZHIZHAN

(*Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

ZHANG ZHIMING

(*Physics Department, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049*)

(Received 13 December 1991; revised 23 March 1992)

Abstract

The emission spectrum of a pair of two-level atoms coupled by dipole-dipole force in a single-mode radiation field is studied. It is found that atomic dipole-dipole interaction destroys the symmetry of the spectrum. The spectral properties for the vacuum field and strong field are discussed in detail.

Key words emission spectrum, single-mode radiation field.