

非激光振转能级对 CO₂ 激光器小信号 调制响应的影响*

张汉壮 高锦岳

(吉林大学物理系, 长春 130023)

提 要

本文以简化的多能级理论模型为出发点, 讨论了具有均匀加宽介质的单模 CO₂ 激光器的稳态特性, 线性稳定性和小信号腔长调制响应, 泵浦调制响应, 增益或损耗调制响应, 并将其结果与由简单的二能级理论所得的结果进行比较, 着重分析了非激光振转能级对上述三种调制响应的影响。
关键词 非激光振转能级, 调制响应。

1 引 言

激光器对参数的小信号调制响应是近年来人们研究的重要课题之一, 因为通过这一研究, 可以精确地测量出激光器运行过程中的各种动力学参数^[1], Goswami 和 Biswas 等^[2]人已经以简单的二能级理论为基础讨论了均匀加宽介质的小信号腔长调制响应, 泵浦调制响应, 增益或损耗调制响应。但是文献[1]中阐明, 以简单的二能级理论为基础, 通过小信号腔长调制响应测出的 CO₂ 激光器工作介质的粒子数衰减速率 $\gamma_{//} = 1.4 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$, 腔内光波场的衰减速率 $K = 7.2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, 这两数值同由经验公式给出的结果 $\gamma_{//} \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$, $K \sim 10^7 \text{ s}^{-1}$ 相差一个数量级, 说明简单的二能级理论不能很好地处理调制响应等非稳过程。本文将包含非激光振转能级在内的多能级理论为出发点讨论转动能级对 CO₂ 激光器的稳态特性, 线性稳定性, 以及对小信号腔长调制, 泵浦调制, 增益或损耗调制的影响, 进而为精确测量 CO₂ 激光器的各种动力学参数提供了可靠的理论。

2 理 论 分 析

对于均匀加宽介质的激光器, 如果考虑其它非激光振转能级的影响, 如图 1 所示的多能级结构, 描述该模型的方程组为^[3]:

$$\left. \begin{aligned} (dI/dt) &= -2KI \{1 - [AD/(1+\delta^2)] + [\mu^2 AJID/(1+\delta^2)^2]\}, \\ (dD/dt) &= -\gamma_{//} \{D - \sigma + [ID/(1+\delta)^2]\}, \\ \delta &= (\omega_c - \omega_A) / \gamma \cdot [1 + (K/\gamma_{\perp})], \mu = [\gamma_{//} / (J+1)\gamma_R]^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $I = (\mu E)^2 / (h^2 \gamma_{//} \gamma_{\perp})$ 为无量纲光强, 其中 h 为普朗克常数, E 为电场强度, μ 为电偶极

收稿日期: 1991年7月19日; 收到修改稿日期: 1991年11月5日

* 国家自然科学基金委资助项目。

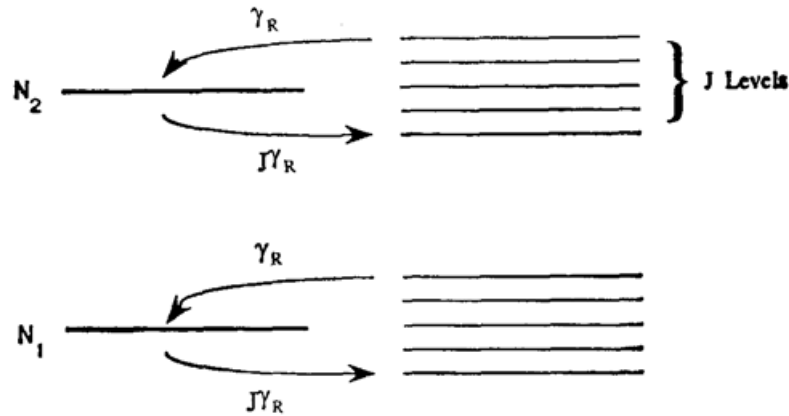


Fig. 1 Energy level structure related with laser dynamics for a CO₂ molecule

矩; K 为腔内光波场的衰减速率, A 为介质增益, D 为上、下二能级的粒子数几率差, γ_I 为粒子数衰减速率; σ 为粒子数泵浦常数; γ_L 为介质极化强度衰减速率; ω_A 为原子谱线的中心频率; ω_C 为最靠近原子中心谱线的空腔模频率; δ 为空腔模频率与原子中心谱线频率之差, 并以 γ_L 为单位, 同时考虑了牵引效应的影响, 称 δ 为失谐量, J 为所考虑转动能级的个数, γ_R 为每个转动能级向参与激光跃迁能级的弛豫跃迁速率. 由上式可以看出, 如果 $J=0$, 那么方程组(1)式就转化为文献[1]中简单的二能级理论方程.

2.1 稳态解

令 $dI/dt = dD/dt = 0$, 则由(1)式可解得

$$\left. \begin{aligned} I_{ss} &= I_{ss}^0 - A\sigma\mu^2 J(A'\sigma - 1), \quad D_{ss} = D_{ss}^0 + (\mu^2 J I_{ss}^0 / A), \\ A' &= A / (1 + \delta^2), \quad I_{ss}^0 = A - 1 - \delta^2, \quad D_{ss}^0 = (1 + \delta^2) / A, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 I_{ss}^0, D_{ss}^0 为由简单二能级理论所决定的稳态解. 对于实际运行的 CO₂ 激光器来说, $\gamma_I \ll \gamma_R$ ^[4], 所以 $\mu^2 = \gamma_I / (J+1)\gamma_R \ll 1$. 通过数值计算发现(2)式中 I_{ss}, D_{ss} 表达式的第二项至少比第一项小一个数量级, 因此,

$$I_{ss} \approx I_{ss}^0 = A - 1 - \delta^2, \quad D_{ss} \approx D_{ss}^0 = (1 + \delta^2) / A. \quad (3)$$

由此得出结论: 转动能级并不影响激光的稳定输出值.

2.2 线性稳定性分析

假如激光介质的某个参数受到一扰动, 那么输出光强相应受到影响, 扰动过后, 输出光强将如何变化呢? 令 $I = I_{ss} + a_0 \exp(\lambda t)$, $D = D_{ss} + b_0 \exp(\lambda t)$. 将其代入(2)式, 注意到 I_{ss}, D_{ss} 是稳态解, 可得

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 + \beta\lambda + \omega_0^2 &= 0, \\ \beta &= (J'+1)\gamma_I A'\sigma + J'\gamma_I, \quad \omega_0^2 = 2K\gamma_I(A'\sigma - 1), \\ J' &= 4KJ / (J+1)\gamma_R. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(4)式的解为

$$\lambda = -0.5\beta \pm i[\omega_0^2 - (0.5\beta)^2]^{1/2}. \quad (5)$$

(5)式说明: 扰动过后, 如果 $\omega_0 > 0.5\beta$, 光强将以 0.5β 的衰减速率, 以 $[\omega_0^2 - (0.5\beta)^2]^{1/2}$ 为弛豫振荡频率恢复到原来的稳态值. 如果 $\omega_0 \leq 0.5\beta$, 则光强将无振荡恢复到稳态值. 由(4)式中 β 表达式可以看出: 转动能级使 β 大为增加. 所以, 当处理与 β 有关的问题时, 必须考

考虑转动能级的影响.

2.3 小信号调制效应

下面分析当激光器的腔长、泵浦、增益或损耗被调制时, 输出光强的动力学行为, 令

$$I = I_{ss} + a, \quad D = D_{ss} + b.$$

假如腔长、泵浦、增益或损耗的调制为余弦形式, 即

$$\delta = \delta_0 + l \cos \Omega t, \quad \sigma = \sigma_0(1 + l \cos \Omega t), \quad K = K_0(1 + l \cos \Omega t), \quad (6)$$

式中: δ_0 , σ_0 , K_0 分别为无调制时的失谐量, 泵浦常数, 腔内光波场损耗速率, Ω 为调制频率, l 为调制深度的百分比, 将 $\delta = \delta_0 + l \cos \Omega t$, $I = I_{ss} + a$, $D = D_{ss} + b$, $I_{ss} = A - 1 - \delta^2$, $D_{ss} = (1 + \delta_0^2)/A$, $K = K_0$, $\sigma = \sigma_0$ 代入方程组(1)中可得出对应腔长调制的调制输出表达式

$$a = a_0 \cos(\Omega t + \theta + \psi).$$

$$a_0 = F / [(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \beta^2 \Omega^2]^{1/2}, \quad \psi = -\tan^{-1}[\beta \Omega / (\omega_0^2 - \Omega^2)]. \quad (7)$$

同理, 可得出泵浦调制, 增益或损耗调制的输出表达式, 其形式类同(7)式, 只不过对不同的调制, F 、 θ 有不同的表达式而已.

对腔长调制

$$\left. \begin{aligned} F &= 4k_0 \delta_0 l (A'_0 \sigma_0 - 1) (\gamma_J + \Omega^2)^{1/2}, \\ \theta &= \tan^{-1}(\Omega / \gamma_J) + \pi. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

对泵浦调制

$$\left. \begin{aligned} F &= \omega_0^2 A_0 \sigma_0 l, \\ \theta &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对增益或损耗调制

$$\left. \begin{aligned} F &= 2k_0 I_{ss} l [(\gamma_J A'_0 \sigma_0)^2 + \Omega^2]^{1/2}, \\ \theta &= \tan^{-1}[-\Omega / (\gamma_J A'_0 \sigma_0)] + \pi. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

下面, 我们将根据上述各表达式, 分析三种调制的输出幅度 a_0 与失谐量 δ_0 及调制频率 Ω 的关系, 并着重讨论转动能级对其影响.

3 三种小信号调制效应的讨论

对上述三种调制, 都有一共同的特征, 即: 当固定失谐量 δ_0 , 改变调制频率 Ω 或固定调制频率 Ω , 改变失谐量 δ_0 时, 调制输出幅度都会出现极大值. 下面讨论这一极大值的变化规律.

1) 当固定失谐量 δ_0 , 改变调制频率 Ω 时, 可得到调制输出幅度的极大值. 对应不同的 δ_0 , 极大值输出对应不同的 Ω , 其关系曲线如图 2 所示. 对于腔长调制, 增益或损耗调制, 不论 J 是否等于零, 其 $\Omega \sim \delta_0$ 关系曲线与 $\omega_0 \sim \delta_0$ 都是相同的, (如图 2(a)所示). 而对于泵浦调制, 当 $J=0$ 时, $\Omega \sim \delta_0$ 与 $\omega_0 \sim \delta_0$ 曲线相同, (如图 2(a)所示), 而 $J \neq 0$ 时, $\Omega \sim \delta_0$ 曲线(如图 2(b)所示)与 $\omega_0 \sim \delta_0$ 曲线是不相同的. 这说明, 对腔长调制, 增益或耗损调制, 当调制频率与系统的固有振荡频率相等时, 将出现共振现象, 而转动能级并不影响共振位置. 但对于泵浦调制, 转动能级却使这种共振位置发生了变化, 即当调制频率与系统固有振荡频率相等时, 并不发生共振现象, 而是在其它调制频率处出现共振.

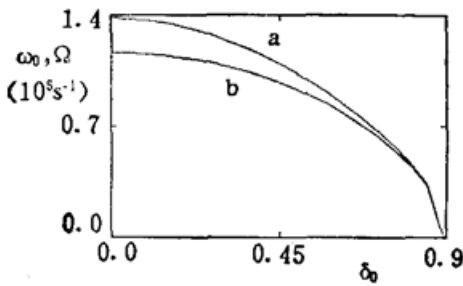


Fig. 2 Modulation frequency Ω as a function of corresponding detuning δ_0 for which the system has a maximum response. Curve a is for all three modulation cases from the two-level model and cavity length, loss or gain modulation cases from the vibro-rotational model. Curve b is for the pump modulation case from the vibrorotational model when $J'=20$

$$A_0\sigma_0=1.8, K=2.0 \times 10^7 s^{-1}, \gamma_f=6.0 \times 10^4 s^{-1}$$

共振时, 输出幅度 $a_{0\text{ peak}}$ 与失谐量 δ_0 的关系. 只要令 $da_0/d\Omega(\delta_0=\text{常数})=0$, 并注意到对实际运行的激光器来说 $K \gg \gamma_f, \omega_0 \gg \gamma_f^{[4]}$, 可求得腔长调制:

$$a_{0\text{ peak}} = 2\delta_0\omega_0^2 l / \gamma_f \beta, \tag{10}$$

泵浦调制:

$$a_{0\text{ peak}} = A_0\sigma_0\omega_0 l / \{\beta[1 - (0.5\beta/\omega_0)^2]^{1/2}\}, \tag{11}$$

增益或损耗调制:

$$a_{0\text{ peak}} = \omega_0(1 + \delta_0^2) l [\gamma_f(A_0\sigma_0)^2 + \omega_0^2]^{1/2} / \gamma_f \beta. \tag{12}$$

这里 $a_{0\text{ peak}}$ 与 δ_0 (其中 β, ω_0 中隐含 δ_0 , 参见前面的表达式) 关系曲线如图 3(a)、图 3(b)、图 3(c) 所示, 由图还可以看出, 随着 J' 的增大 (如图 3(a)、图 3(b)、图 3(c) 中的 a、b、c 曲线) 其输出 $a_{0\text{ peak}}$ 的最强位置将向 δ_0 较大的一侧移动, 该位置对应的 δ_0 可由 $da_{0\text{ peak}}/d\delta_0=0$, 求得

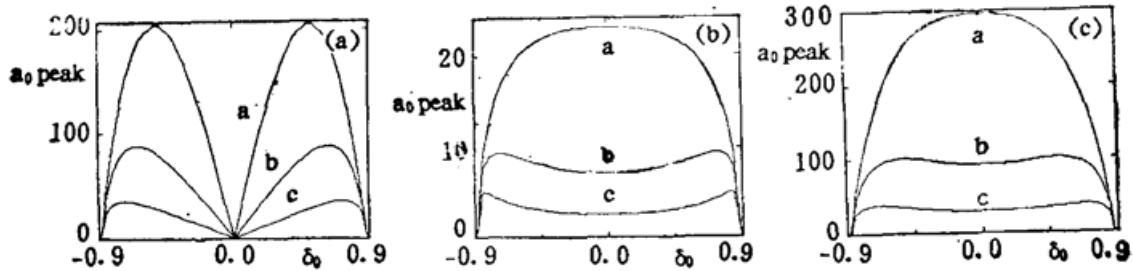


Fig. 3 Response amplitude to modulation at response
(a) cavity length modulation, (b) pump modulation, (c) loss or gain modulation
a: $J'=0$, b: $J'=5$, c: $J'=20$
other parameters used are the same as in Fig. 2

腔长调制:

$$3A_0\sigma_0(1 + \delta_0^2)^2 - [J' + A_0\sigma_0(A_0\sigma_0 + 2)](1 + \delta_0^2) + 2A_0\sigma_0J'(1 + \delta_0^2) - A_0\sigma_0J' = 0, \tag{13}$$

泵浦调制:

$$\delta_0 = \{[(J+1)A_0\sigma_0/(J+2)] - 1\}^{1/2}, \tag{14}$$

增益或损耗调制:

$$\delta_0 = A_0\sigma_0 / \{1 + [1 + J'/(1 + J')]^{1/2} - 1\} \tag{15}$$

进一步数值计算表明: 当考虑转动能级的影响时, 对泵浦调制, 增益或损耗调制来说, 只要 $A_0\sigma_0 > 1$, 即可在 $\delta_0 = 0$ 处 $a_{0\text{ peak}}$ 出现极小值现象, 如图 3(b)、图 3(c) 中的 b、c 曲线所示,

而文献[1]中利用二能级理论所得的规律是只有当 $A_0\sigma_0 > 2$ 时, 才能出现这种现象,

2) 当固定调制频率 Ω , 改变失谐量 δ_0 也会出现共振现象, 其 $\delta_{0\text{peak}} \sim \Omega$ 的关系曲线经数值计算如图 4 所示, 由图可以看出: 对泵浦调制, 增益或损耗调制(如图 4(b)、图 4(c)), 不论 J 是否为零, 其 $\delta_{0\text{peak}} \sim \Omega$ 曲线(图 4(b)、图 4(c)中的 a、b 曲线)总是接近于 $\delta_0 \sim \omega_0$ 曲线(图 4(b)、图 4(c)中的 c 曲线), 亦即转动能级对共振位置的影响并不很大, 而对腔长调制(图 4(a)), 不同的 J 值, 其 $\delta_{0\text{peak}} \sim \Omega$ 曲线(图 4(a)中的 a、b 曲线)与 $\delta_0 \sim \omega_0$ 曲线(图 4(a)中的 c 曲线)相差显著, 说明转动能级对腔长调制效应的共振位置有重要贡献, 文献[1]中正是利用了这种性质加上其它特征来测量动力学参数的。

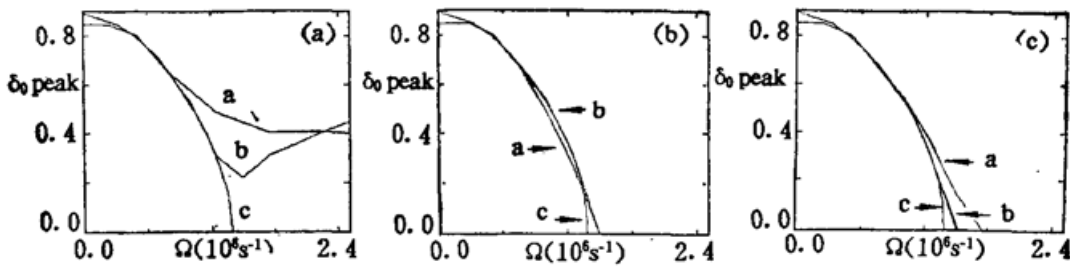


Fig. 4 Detuning δ_0 as a function of modulation frequency Ω under which the response has its maximum value

(a) cavity length modulation, (b) pump modulation, (c) loss or gain modulation
 a: $J'=20$, b: $J'=0$, c: δ_0 versus its corresponding frequency of relaxation oscillations,
 other parameters used are the same as in Fig. 2

3) 在相同比例调制幅度的情况下, 对某个固定调制频率, 其腔长调制, 增益或损耗调制相对泵浦调制幅度的比值可由(7)、(8)、(9)、(10)式中第一式得出

$$\left. \begin{aligned} a_{0\text{ cavity}}/a_{0\text{ pump}} &= 4K_0\delta_0(A'_0\sigma_0 - 1)(\gamma_I^2 + \Omega^2)^{1/2}/(\omega_0^2 A_0\sigma_0), \\ a_{0\text{ loss}}/a_{0\text{ pump}} &= 2K_0I_{ss}^0 [(\gamma_I A'_0\sigma_0)^2 + \Omega^2]^{1/2}/(\omega_0^2 A_0\sigma_0). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其比值与 δ_0 的关系曲线如图 5 所示, 由图 5 可以看出, 其腔长调制, 增益或损耗调制的幅度要强于泵浦调制, 该结论不论是对于简单的二能级理论, 还是对包括非激光振转能级的多能级理论都是一致的。

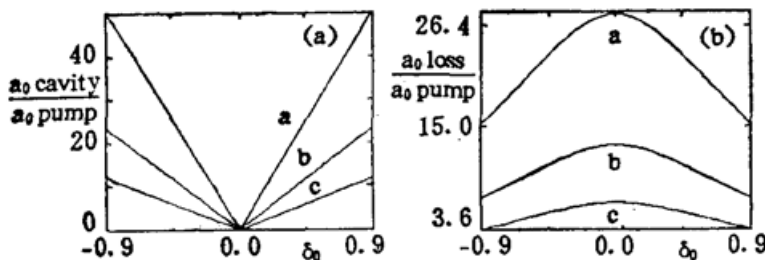


Fig. 5 Relative response amplitude to modulation as a function of detuning δ_0

(a) $a_{0\text{ cavity}}/a_{0\text{ pump}}$, (b) $a_{0\text{ loss}}/a_{0\text{ pump}}$
 a: $\Omega=7.0 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$, b: $\Omega=1.4 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, c: $\Omega=3.0 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$
 other parameters used are the same as in Fig. 2

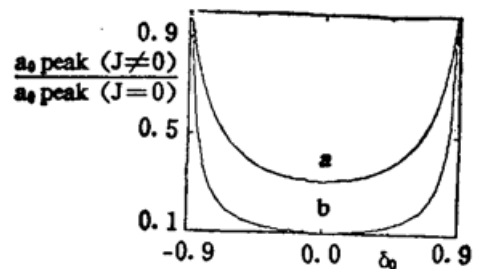


Fig. 6 Ratio of response amplitude to modulation at resonance based on two different models as a function of detuning δ_0

$a_{0\text{ peak}}(J \neq 0)/a_{0\text{ peak}}(J = 0)$
 a: $J'=5$, b: $J'=20$

4) 由于转动能级的影响, 使调制输出幅度大为降低, 对每种调制, 由(10)~(12)式都可得到(注意到 $(0.5\beta/\omega_0)^2 \ll 1$)

$$a_{0\text{ peak}}(J \neq 0)/a_{0\text{ peak}}(J = 0) = [(J'+1)\gamma_I A'_0\sigma_0 + J'\gamma_I]/\gamma_I A'_0. \quad (17)$$

其比值与 δ_0 的关系曲线如图 6 所示, 参数 J' 越大, 如图 6(b) 所示, 幅度减小越多, 这一结论对三种调制效应都是一致的.

4 结 论

综上所述, 在 CO_2 激光器的动力学过程中, 激光能级以外的其它转动能级并不影响激光的稳态输出值, 而使激光的弛豫衰减速率比由二能级理论计算的值要大得多, 从而, 对该种激光器的线性调制效应产生重要影响, 如共振位置的变化, 调制输出幅度的减小等, 这些影响在 CO_2 激光器动力学参数的测量中必须加以考虑.

参 考 文 献

- [1] J. Y. Gao, H. Z. Zhang, X. Z. Guo *et al.*, Small-signal response of a laser to cavity-length modulation: A diagnostic for dynamical models and parameter values. *Phys. Rev. A*, 1989, **40** (11): 6339~6348
- [2] Binoy K. Goswami, Dhruba J. Biswas, Effect of detuning on a single-mode modulated laser *Phys. Rev. A*, 1987, **36** (2): 975~978
- [3] Gain-Luda Oppo, Jorge R. Tredicce, Lorenzo M. Narducci, Dynamics of vibro-rotation CO_2 laser transitions in a two-dimensional phase space, *Opt. Commun.*, 1989, **69** (5), 393~397
- [4] P. K. Chen, *CO₂ Laser*. New York: Marcel Dekker, 1971: 111~115, 161~163

Effect of non-lasing vibro-rotational levels on the response of small signal modulation for a CO_2 laser*

ZHANG HANZHUANG GAO JINYUE

(Physics Department, Jilin University Changchun 130023)

(Received 19 July 1991; revised 5 November 1991)

Abstract

In this paper, the steady state behaviour, linear stability and the response to small signal modulations of cavity length, pump and gain or loss of a single mode CO_2 laser with homogeneously broadening medium are analysed based on the vibro-rotational model. The results are compared with the similar analysis for two-level rate-equation model. We put special emphasis on the effect of the non-lasing vibro-rotation levels on the response of the three modulations mentioned above.

Key words non-lasing vibro-rotational levels, modulation response.

* This project was supported by the National Natural Science Foundation of China.