

# 北京自由电子激光器的光学速调管结构

陈基忠 王明常 冯诚士 周慧芬 王之江  
(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

## 提 要

采用 KMR 方程, 结合即将运转的北京自由电子激光器总体实验参数, 对其光学速调管结构研究。详细分析计算输入功率、电子束能散度、色散磁场、漂移空间长度及位置、以及电子束流等参数对光学速调管增益的影响。基于北京自由电子激光器的振荡器结构, 提出一组对电子束能散度要求适中的实用化光学速调管参数。并对其饱和功率、功率谱以及渐变摆动器进行分析。

关键词 自由电子激光器, 光学速调管。

## 1 前 言

光学速调管作为自由电子激光器的一种新颖结构, 由于它具有高的弱场增益特性, 很适合运用在采用强相对论性电子束的短波长自由电子激光器中, 受到重视。在输出特性上, 光学调速管可使其饱和增益区超前出现<sup>[1]</sup>。它的这种特性对基于自发辐射放大机理的 X 射线自由电子激光器具有实用价值<sup>[2]</sup>。

光学速调管的理论分析模型, 原则上可采用现有的自由电子激光器理论模型<sup>[3~6]</sup>。但由于光学调速管数值模拟将涉及大量的变参数计算, 目前大部分理论工作是集中在解析分析上面<sup>[7]</sup>。数值模拟局限在 Colson 的单粒子计算或 Boscolo 的一维 Vlasov 方程模拟。国外著名的自由电子激光器三维模拟程序如 FRED 等未见被用来对光学速调管进行模拟。本文作者之一曾用 KMR 方程对毫米波小周期摆动器自由电子激光器的光学速调管结构进行过增益及电子能散度计算<sup>[8,9]</sup>。并发现光学速调管结构工作在非线性区可以提高自由电子激光器的效率。

本工作是属探索性的, 其目的是选择采用合适的理论模型, 对光学速调管结构的北京自由电子激光器进行数值模拟, 研究其增益机制及其对各项物理参数的要求, 文中采用 KMR 方程理论, 用来对自由电子激光器的各种变参数计算, 且具有相对简单的程序结构和明确的物理意义, 易于在小型机甚至微机上实施。

## 2 理论模型及其程序

自由电子激光器中单电子运动应遵循洛伦茨(Lorentz)力方程

$$m \frac{dr}{dt} v = -e(E + v \times B). \quad (1)$$

收稿日期: 1991年7月16日; 收到修改稿日期: 1992年3月19日

\* 国家高技术计划激光技术领域资助课题。

在有横向摆动磁场  $\mathbf{B}$  平面极化激光场  $\mathbf{E}_s$ ,  $\mathbf{B}_s$  及轴向静电场  $\mathbf{E}_w$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{B}_w &= -B_w(z) \cos \left[ \int k_w(z) dz \right] \mathbf{i}, \\ \mathbf{E}_s &= E_s(z) \cos \psi_s \mathbf{j}, \quad \mathbf{B}_s = -B_s(z) \cos \psi_s \mathbf{i} \\ \psi_s &= k_s z - w_s t + \phi(t), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_s + \mathbf{E}_w, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_s + \mathbf{B}_w, \quad (3)$$

的情况下, 结合波动方程(只考虑  $y$  方向)

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = \frac{Z_0}{c} \frac{\partial J_y}{\partial t}. \quad (4)$$

通过推导, 可得自由激光器的 KMR 方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} &= -\frac{e_s a_w}{2\gamma} \sin \psi - e_z, \\ \frac{d\psi}{dz} &= k_w - \frac{k_s}{2\gamma^2} \left[ 1 + \frac{1}{2} a_w^2 - \frac{e_s a_w}{k_s} \cos \psi + \frac{1}{2} \left( \frac{e_s}{k_s} \right)^2 \right] + \frac{d\phi}{dt}, \\ \frac{de_s}{dz} &= \frac{e}{mc^2} \cdot \frac{Z_0 a_w}{2} J_e \left\langle \sin \frac{\psi}{\gamma} \right\rangle, \\ \frac{d\phi}{dz} &= \frac{e}{mc^2} \frac{Z_0 a_w}{2 e_s} J_e \left\langle \cos \frac{\psi}{\gamma} \right\rangle, \\ a_w &= (b_w/k_w), \quad \psi = \int (k_w + k_s) dz - w_s t + \phi. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \left\langle \sin \frac{\psi}{\gamma} \right\rangle &= \frac{\int [f(\psi, \gamma)/\gamma] \sin \psi d\psi d\gamma}{\int f(\psi, \gamma) d\psi d\gamma}, \\ \left\langle \cos \frac{\psi}{\gamma} \right\rangle &= \frac{\int [f(\psi, \gamma)/\gamma] \cos \psi d\psi d\gamma}{\int f(\psi, \gamma) d\psi d\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中  $a_w$  为无量纲磁场参数;  $\psi$  为电子在有质动力势阱中的相位;  $B_w, k_w, \lambda_w$  分别为摆动磁场强度、波数、周期;  $E_s, k_s, \lambda_s$  分别为辐射电场强度、波数、波长;  $b_w = (e/mc) B_w$  为归一化摆动磁场强度 ( $m^{-1}$ );  $e_s = (e/mc^2) E_s$  为归一化辐射电场强度 ( $m^{-1}$ );  $\gamma$  为电子相对论因子;  $J_y$  为横向驱动电流密度;  $J_e (I_e)$  为电子束流密度 (强度);  $Z_0 = 377 \Omega$  为自由空间波阻抗;  $\phi$  为辐射场相位;  $L_w$  为摆动器长度, 推导中采用  $v_z \approx c$  近似, 并假设摆动磁场  $B_w$  及其波数  $k_w$  为轴向距离  $z$  的缓变函数, 因此该方程组也可用来进行变参数摆动器设计. 渐变摆动器磁场可表示为

$$B_w = \begin{cases} B_w \sin^2(k_w z / 4N_w), & 0 \leq z \leq N_w \lambda_w \\ B_w, & N_w \lambda_w < z \leq z_0 \\ B_w [1 + \epsilon_w k_w (z - z_0)], & z > z_0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\epsilon_w = \frac{1}{k_w} \frac{d}{dz} \ln B_w.$$

式中  $\epsilon_w$  为摆动器渐变度,  $z_0$  为其起始点. (7)式用来模拟电子束注入摆动器时磁场  $B_w$  的绝热变化过程, 共  $N_w$  个周期. 由于推导中不考虑磁场的边缘效应并采用空间缓变函数近似, 要求  $|\epsilon_w| \ll 1$ , 且  $N_w$  较大, 常取  $N_w = 5$ . 变周期摆动器的波数可表示为

$$k_w(z) = k_w \{1 + [(z - z_0)/L_w]^2 \epsilon_k\}. \quad (8)$$

渐变与变周期摆动器的作用在原理上是相同的，都可以用来提高自由电子激光器的饱和增益。数值计算结果也证实了这一点。由于变周期摆动器在技术上要求更高，因此本文仅对渐变摆动器进行讨论。

光学速调管结构的自由电子激光器在聚束区和发射区与常参数自由电子激光器完全相同，可用(5)式表示，不同之处是其插入的电子漂移空间的处理。由图1给出的色散磁场结构，可推导出电子在漂移区实际经过的路程。

$$S = L_d \left( 1 + L_d^2 \frac{e^2 B_d^2}{96 \gamma^2 m^2 c^2} \right). \quad (9)$$

则其对应的相位变化

$$\Delta\psi = k_s \cdot S. \quad (10)$$

由于各个电子相变公式中都有  $k_s L_d$  这项，而人们关心的是电子在相空间的相对位置，因此该项可以忽略，则得出常用的光学速调管漂移区电子相位  $\Delta\psi$ ，自由电子激光器增益  $G$  和电子效率  $\eta$  分别为

$$\Delta\psi = (k_s/2\gamma^2)(L_d^3/48)(eB_d/mc^2)^2, \quad (11)$$

$$G = 10 \log(P_{\text{out}}/P_{\text{in}}), \quad (12)$$

$$\eta = (P_{\text{out}} - P_{\text{in}})/P_b = [\gamma_0 - \langle \gamma(z) \rangle]/(\gamma_0 - 1). \quad (13)$$

常参数自由电子激光器的哈密顿量

$$H(\gamma, \psi) = k_w \gamma + \frac{k_s}{2\gamma} \left[ 1 + \frac{1}{2} a_w^2 - \frac{e_s a_w}{k_s} \cos \psi \right] + \gamma \frac{d\phi}{dz}, \quad (14)$$

应在计算过程中保持常数，能量也应处处守恒，并以此来检验程序的可靠性。

相空间波包方程

$$|\gamma - \gamma_r| \leq P(\psi, \psi_r) = \left( \frac{e_s b_w}{2 k_w^2} \right)^{1/2} [\cos \psi + \cos \psi_r - (\pi - \psi - \psi_r) \sin \psi_r]^{1/2}, \quad (15)$$

式中  $\gamma_r, \psi_r$  为程序追迹的谐振电子的相对论因子及其相位。显然在不同的轴向位置，波包的大小及位置都将发生变化，它可用来帮助观察电子在相空间的群聚。

设电子束与激光束的空间匹配因子近似为一，且不考虑波损耗，采用龙格-库达方法及 Fortran 77 语言设计了 OK4 程序。该程序可用来进行光学速调器及自由电子激光器的各种变参数计算。程序中初始电子束在  $(\gamma, \psi)$  空间呈均匀或高斯分布，模拟电子总数  $nP$  最多达 501 个，每步迭代需求解  $2nP + 2$  个微分方程。OK4 在高档微机 AST 486 上调通，并配有屏幕演示程序 DEM 和绘图机联机程序 O2DSB。可以从屏幕上演示各种曲线及电子在能量-相空间的分布变化，需要的图形从绘图机输出。

### 3 光学速调管数值模拟结果

保持北京自由电子激光器的基本物理参数<sup>[10]</sup>。就不同的色散磁场强度、长度及其插入位置，进行了大量的变参数计算。通过大量计算的结果分析表明，光学速调管结构可以提高

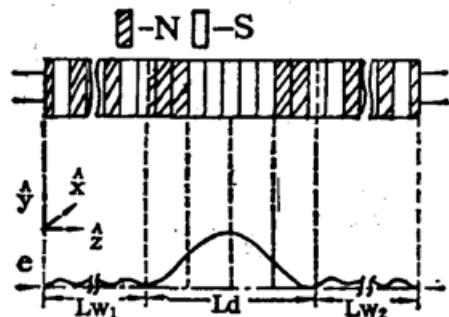


Fig. 1 Schematic of an Optical Klystron (OK) configuration, top is magnet assembly, bottom is electron orbit

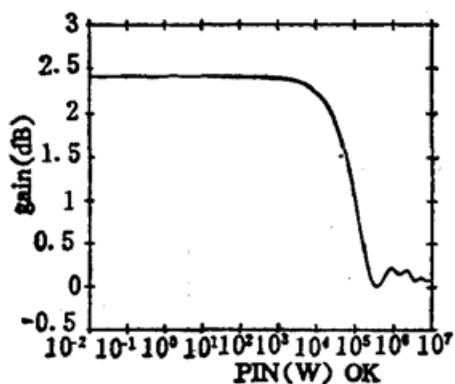


Fig. 2 The dependence of small signal gain of BOK on input power

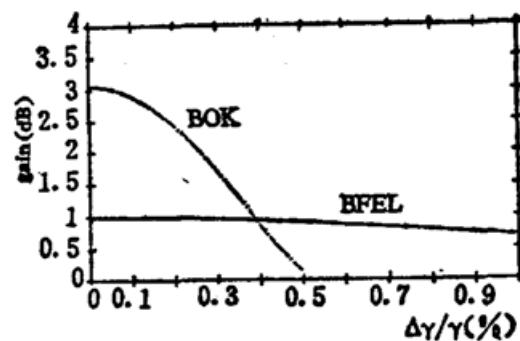
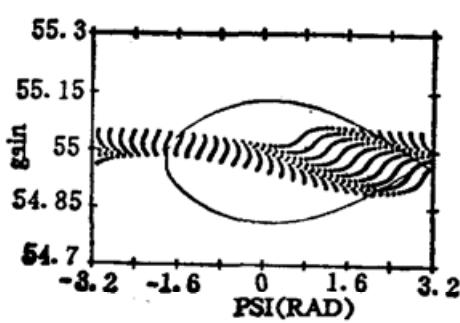
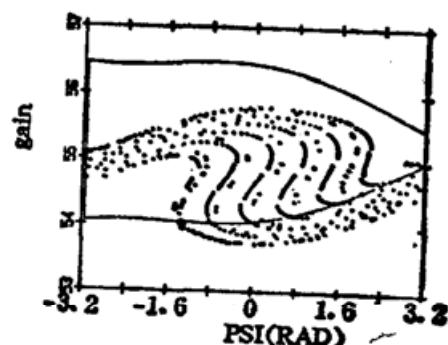


Fig. 3 The dependence of small signal gain of BOK on beam energy spread

北京自由电子激光器的小信号增益，其提高幅度与色散磁场强度、长度及其插入位置密切相关。与此同时，光学速调管对电子束能散度及色散磁场提出更高要求。考虑了北京自由电子激光器谐振腔结构及现有的钕铁硼(NdFeB)永磁摆动磁铁尺寸，提出以下对电子束能散度要求适中的光学速调管结构的北京自由电子激光器参数为： $I_e = 10 \text{ A}$ ,  $\Delta\gamma/\gamma = 0.2\%$ ,  $\gamma = 55$ ,  $B_w = 0.533 \text{ T}$ ,  $\lambda_w = 3 \text{ cm}$ ,  $L_{w1} = L_{w2} = 0.69 \text{ m}$ ,  $L_d = 0.48 \text{ m}$ ,  $B_d = 0.1 \text{ T}$ ,  $\lambda_s = 10.6 \mu\text{m}$ 。图 2 给出光学速调管小信号增益与输入功率的关系曲线。从图 2 可以看出，与北京自由电子激光器相比，光学速调管具有较高的小信号增益(约 2.4 dB)，而牺牲的是器件电子能量的转换效率，其饱和功率为 0.1 MW 量级，而北京自由电子激光器的饱和功率在 10 MW 量级。图 3 给出光学速调管小信号增益与电子束能散度的关系曲线，同时也给出了北京自由电子激光器的相应曲线。显然，光学速调管在提高自由电子激光器小信号增益的同时，对电子束能散度提出了更高要求，当  $\Delta\gamma/\gamma > 0.5\%$  时，光学速调管已无法有效运转。当  $P_{in} = 3.8 \text{ kW}$ ,  $\Delta\gamma/\gamma = 0.2\%$  时，光学速调管增益随轴向距离变化的关系曲线如图 6 所示。显然，通过漂移区后，光学速调管增益迅速上升，在  $z = 1.86 \text{ m}$  处，仍保持上升趋势。对于光学速调管，电子在通过漂移空间之后，其分布及对应的波包形状将比自由电子激光器时更为复杂，且对于不同的输入功率，电子在能量-相位空间( $\gamma$ ,  $\psi$ )的群聚呈不同状态如图 4 所示。光学速调管小信号增益与电子束流的关系，与北京自由电子激光器时一样，仍维持线性正比关系。在强光输入情况下( $P_{in} = 0.4 \text{ MW}$ )研究光学速调管的渐变摆动器设计。当  $z = 1.27 \text{ m}$



(a)



(b)

Fig. 4 The distribution of particles of BOK after drift area in the phase space at  
(a)  $P_{in} = 10 \text{ kW}$ ,  $z = 1.515 \text{ m}$ , (b)  $P_{in} = 0.4 \text{ MW}$ ,  $z = 1.86 \text{ m}$

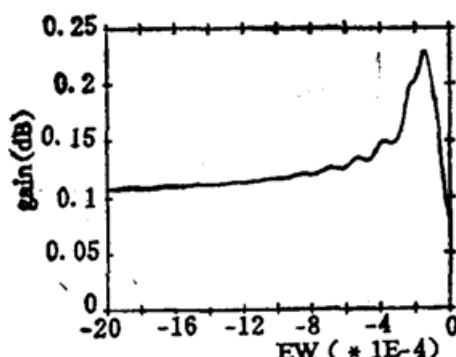


Fig. 5 The gain of OK versus taper of wiggler at  $P_{in}=0.4$  MW,  $z=1.27$  m

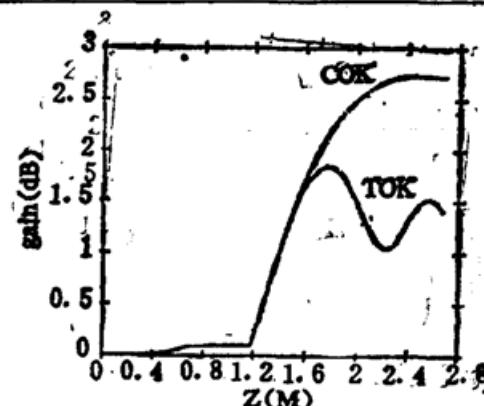


Fig. 6 The gain of TOK and COK versus axial distance at  $P_{in}=3.8$  kW

时不同的摆动器锥度  $\epsilon_w$  与光学速调管小信号增益的关系曲线见图 5。当  $\epsilon_w=-1.5 \times 10^{-4}$  时, 存在光学速调管饱和增益的极大值  $G_{max}=0.229$  dB。图 6 给出渐变摆动器光学速调管 (TOK) 和常参量摆动器光学速调管 (COK) 增益随轴向距离变化的关系曲线。从该图可以看出, 对于常参数摆动器光学速调管,  $z_s=1.30$  m,  $G_{max}=0.0994$  dB, 已处于饱和极大值。继续增加相互作用区长度 ( $z>z_s$ ), 常参数摆动器光学速调管增益曲线呈振荡状, 其值已无法再提高; 而对渐变摆动器光学速调管, 当  $z>z_s$  后, 曲线仍呈上升趋势,  $z=2.68$  m 仍未达饱和。由此可以看出渐变摆动器对光学速调管仍然有效。此结果对于将来的基于自发辐射放大的光学速调器结构 X 射线自由电子激光器实验具有参考价值。而对于北京自由电子激光器, 由于其振荡器结构, 很难设计出一个最佳渐变度, 使得渐变摆动器光学速调管在整个起振过程中处处有比自由电子激光器高的小信号增益。计算表明, 强光输入时较佳的渐变度, 在弱光输入情况下, 将会转变为较差的渐变度(如图 6)。无论对于光学速调管还是自由电子激光器, 其渐变摆动器结构及变周期摆动结构的作用是相同的, 在此不再给出类似的计算结果。

#### 4 光学速调管增益与谐振参数的关系

研究自由电子激光器增益与谐振参数 ( $B_w$  或  $\lambda_s$ ) 的关系, 有助于了解其工作特性。通常可称对应关系曲线为自由电子激光器的增益谱。由 Madey 定理可知, 对于低增益非饱和相互作用过程, 自由电子激光器增益谱与电子自发辐射谱成导数关系。而计算表明, 光学速调管增益与其谐振参数的关系远比自由电子激光器时复杂, 相应计算量也要大一个量级。作者首先固定  $B_w=0.533$  T,  $\Delta\gamma/\gamma=0.2\%$ ,  $P_{in}=1$  W, 获得光学速调管增益与色散磁场的关系如图 7 所示, 该曲线呈非稳定性。在  $B_d=0.4200$  T,  $0.4525$  T,  $0.6375$  T,  $0.7800$  T 处, 出现  $G=8.811, 20.68, 24.99, 25.15$  dB 的增益极值。从理论上讲, 这些极值点正好可用来进行自由电子激光器的自发辐射放大实验。与此同时, 作者计算了不同色散磁场时光学速调管增益与电子束能散度的关系曲线如

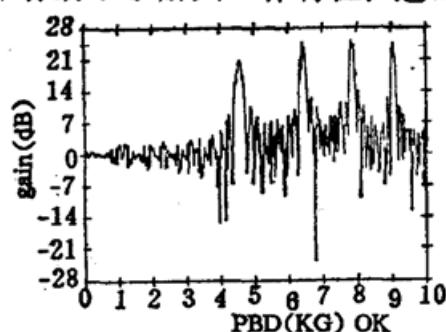


Fig. 7 The gain of OK versus the field of dispersion magnet at  $P_{in}=1$  W

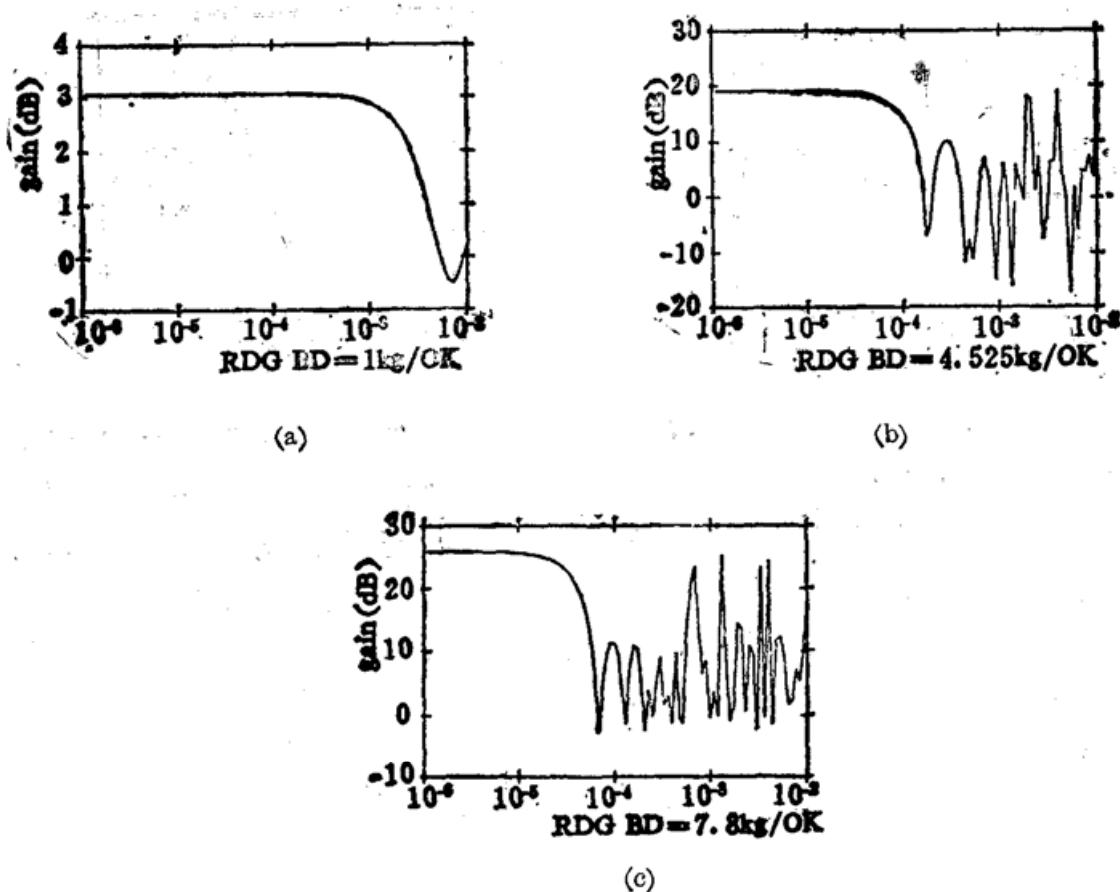


Fig. 8 The dependence of the gain for different fields of dispersion magnet on beam energy spread at  $\text{RDG} = 4\gamma/\gamma$ ,  $P_{in} = 1 \text{ W}$   
 (a)  $B_d = 0.1 \text{ T}$ , (b)  $B_d = 0.4525 \text{ T}$ , (c)  $B_d = 0.78 \text{ T}$

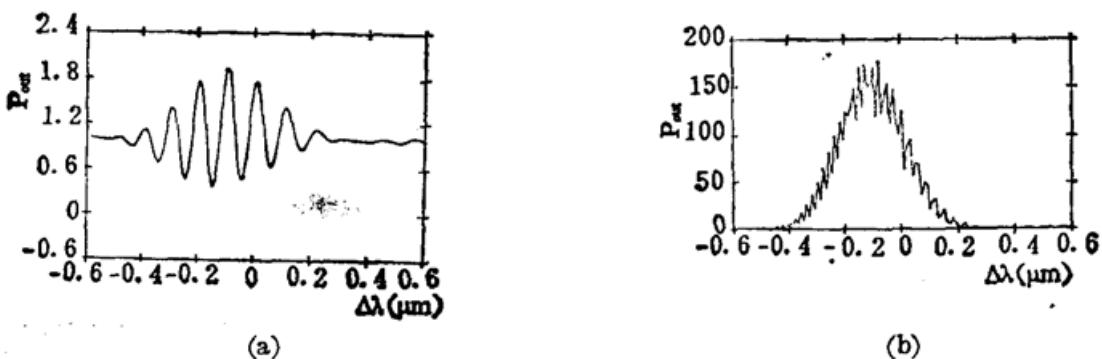


Fig. 9 The dependence of the gain for different fields of dispersion magnet on wavelength at  $P_{in} = 1 \text{ W}$ ,  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_s$ ,  $\lambda_s = 10.6 \mu\text{m}$   
 (a)  $B_d = 1 \text{ kG}$ , (b)  $B_d = 4.525 \text{ kG}$

图 8 所示。由图 8 可知, 光学速调管小信号增益值愈高, 对电子束能散度的要求就愈严格。如对于  $B_d = 0.78 \text{ T}$  当  $\Delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$  时, 光学速调管增益已进入非线性区。由此看出, 图 7 中出现的增益曲线的非稳定性在很大程度上是由于设定的电子束能散度过大 ( $\Delta\gamma/\gamma = 0.2\%$ ), 使光学速调管进入非线性工作区域而引起的, 而计算精度方面的原因正在探索之中。由此可见, 射频加速器的电子束能散度在  $10^{-2}$  量级。已使光学速调管工作在非线性区域, 因此要求色散磁场强度具有一定的可调范围及较高精度。本文也计算了不同色散磁场强度时光学速调管的单程增益谱(如图 9), 由图可见, 最佳的泵浦光波长为  $\lambda'_s = 10.5 \mu\text{m}$ 。显然, 著名的 Madey 定理对于光学速调管已不再适用。从图 10 知, 当泵浦激光功率  $P_{in} =$

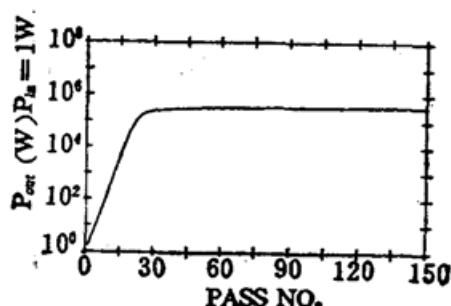


Fig. 10 The dependence of OK power in the cavity on the numbers of oscillations at  $P_{\text{in}}=1 \text{ W}$ ,  $B_d=0.1 \text{ T}$

$1 \text{ W}$ ,  $B_d=0.1 \text{ T}$ , 振荡次数为 30 次左右时, 即可实现光学速调管的饱和功率输出。如果器件是采用自发辐射的启动方式, 由于电子的自发辐射功率约在  $10^{-4} \text{ W}$  量级, 则实际光振荡次数需加上 21 次, 即当光往返通过光腔 51 次时, 自发辐射启动的光学速调管将达到其光饱和, 但其饱和腔功率值远比北京自由电子激光器低, 只有  $0.35 \text{ MW}$  左右。如果加强色散磁场, 使光学速调器具有极高的单程增益, 器件只需振荡几次, 即可达到光饱和, 但只能对应更低的饱和腔功率值。

## 5 结 论

本文采用 KMR 方程, 考虑电子束能散度, 在微机上对北京自由电子激光器的光学速调管结构进行各种变参数计算。以一个简单程序模型, 较全面清晰地反映了光学速调管的主要工作特性。并进行关于渐变摆动器光学速调管, 光学速调管增益与色散磁场强度的关系、光学速调管电子在能量-相位空间分布的研究。计算表明光学速调管结构具有高单程增益, 可成倍降低对射频加速器电子束宏脉冲宽度的要求。对现有北京自由电子激光装置, 其电子束能散度需从原来的 0.5% 提高到 0.2%, 且要求色散磁场强度具有一定的可调范围及较高精度。在此前提下进行光学速调管原理性实验是可能的, 此实验将为我国未来的短波长(可见光甚至 X 射线)自由电子激光器提供有益的技术积累。

## 参 考 文 献

- [1] 陈基忠, 王明常, 陆载通等。光学调速管结构喇曼自由电子激光器研究。物理学报, 1990, **39** (9): 1380~1384
- [2] J. C. Gallardo, C. Pellegrin, Optical Klystron Configuration for a High Gain X-ray Free Electron Laser. *Optics. Commun.*, 1990, **77** (1): 45~48
- [3] V. L. Granatstein, B. Levush, M. C. Wang, Space-based Radar Driven by Near-millimeter Free Electron Laser Amplifiers. *Proc. SPIE*, 1988, **879**: 48~57
- [4] R. Coisson, Energy-loss Calculation of Gain in a Plane Sinusoidal Free Electron Laser. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17** (8): 1409~1410
- [5] W. B. Colson, I. Boscolo, Self-consistent Gain in the Optical Klystron Free Electron Laser. *Phys. Rev. (A)*, 1985, **31** (4): 2353~2361
- [6] N. M. Kroll, R. L. Morton, M. N. Rosenbluth, Free Electron Laser with Variable Parameter Wigglers, *EIEE J. Quant. Electron.*, 1981, **QE-17** (8): 1436~1468
- [7] C. C. Shih, M. Z. Caponi, Theory of Multicomponent Wiggler Free Electron Lasers in the Small-signal Regime *Phys. Rev. (A)*, 1982, **26** (1): 438~450
- [8] M. C. Wang, V. L. Granatstein, B. Levush, The Gain and Efficiency Improvement of a Free Electron Laser by an Optical Klystron Configuration *IEEE Trans on Plasma Sci.*, 1988, **PS-16** (2): 172~176
- [9] M. C. Wang, V. L. Granatstein, B. Levush, The Investigation of an Optical Klystron.

*Nucl. Instrum. & Meth.*, 1990, **A296**: 407~410

[10] 谢家麟, 庄杰佳, 钟世材等, 北京自由电子激光装置的设计研究, 强激光与粒子束, 1989, 1(4): 289~305

## Beijing free electron laser with optical klystron configuration

CHEN JIZHONG WANG MINGCHANG FENG CHENGSHI ZHOU HUIFEN WANG ZHIJIANG

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanism, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 16 July 1991; revised 19 March 1992)

### Abstract

Using the well-known KMR equations and combined with BFEL's overall experimental parameters, this paper presents a study of Optical Klystron (OK) configuration for the Beijing Free Electron Laser (BFEL) which will start to operate recently. The effects of the laser input power, electron beam energy distribution and its current, dispersion magnetic field, drift region distance and its position in the wiggler, upon the Free Electron Laser gain, are analyzed in detail. Based on the oscillator configuration of BFEL, a group of practical Optical Klystron parameters with a suitable beam energy spread has been put forward and the analyses of its saturation power, power spectrum, and tapered wiggler also have been made.

**Key words** free electron laser, optical klystron.