第12卷 第1期
1992年1月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 12, No. 1
January, 1992

多光子非线性过程中的振幅平方压缩

詹佑邦
(淮阴师范专科学校物理系，淮阴 223001)

提 要

本文研究了多光子非线性光学过程中的振幅平方压缩，证明了 K 光子么正算符 $S_K(z)$ $(K>2)$ 对非真空相干态的作用在一级近似下会产生振幅平方压缩，以及 $S_K(z)$ $(K>2,\ K\neq4)$ 对真空态的作用不会产生振幅平方压缩。发现4个光子么正算符 $S_4(z)$ 对真空态的作用可以产生振幅平方压缩，这表明振幅平方压缩是一种独立于二阶压缩、反聚束以及亚泊松统计分布的新的光场非经典效应。

关键词：K 光子么正算符，相干态、真空态，振幅平方压缩。

一、引　言

压缩光场的独特性质和应用前景激起了人们极大的兴趣，目前已成为量子光学中最为活跃的研究领域之一[1~3]。在理论上，近年来人们开始关注高阶非线性过程产生压缩效应的可能性。Hillery 等人[4]严格证明了 K 光子么正算符 $(K>2)$ 对真空态 $|0\rangle$ 的作用不会产生二阶压缩。郭光灿等人[5]证明了 K 光子算符 $(K>2)$ 作用在 $|0\rangle$ 上产生的态肯定是非经典光场态，但又不具有人们已经了解的二阶压缩、反聚束以及亚泊松分布等三种非经典效应，他们推测非经典光场还具有其它尚未揭示出来的非经典特性。

最近，Hillery[6] 推广了光场压缩的概念，提出了光场的振幅平方压缩，并证明了这种压缩也是一种非经典效应。人们已分别研究了一些能产生振幅平方压缩的非线性光学系统，如二次谐波产生[6]，双光子非谐振子[7]，单光子 J-C 模型[8] 以及多光子 J-C 模型[9] 等，揭示了这类压缩光场的量子特征。本文研究多光子非线性光学过程中的振幅平方压缩，证明了 K 光子么正算符 $(K>2)$ 对任何非真空相干态的作用在一级近似下均可有振幅平方压缩存在，尤其是4个光子么正演化算符对真空态的作用能够产生振幅平方压缩，这一结果显示了振幅平方压缩正是文献[5]所预言的一种新的非经典效应。

二、压缩的定义

引入光场复振幅算符的两个正交分量

$$x_1=(a+a^+)/2,\quad x_2=(a-a^+)/2i, \tag{1}$$

其中 a 和 a^+ 分别是光子湮灭和产生算符。如果场的某一正交分量的均方差小于1/4，即

$$\langle\Delta x_1^2\rangle<1/4\ \text{或}\ \langle\Delta x_2^2\rangle<1/4。 \tag{2}$$

则称这个场具有二阶压缩。

收稿日期：1991年1月11日；收到修改稿日期：1991年4月9日

由(1)式，光场振幅 E 和场振幅的平方可写为

$$E=x_1+ix_2,\quad E^2=y_1+iy_2,\tag{3}$$

其中 y_1 和 y_2 分别对应场振幅平方的实部和虚部，定义为

$$y_1=(a^2+a^{+2})/2,\quad y_2=(a^2-a^{+2})/2i。\tag{4}$$

容易证明 y_1 和 y_2 满足的对易关系和测不准关系分别为

$$[y_1,\ y_2]=i(2N+1),\quad \Delta y_1\Delta y_2\geqslant\langle N+(1/2)\rangle,\tag{5}$$

式中 $N=a^+a$ 是粒子数算符。如果 y_1 或 y_2 的起伏满足

$$\langle\Delta y_1^2\rangle<\langle N+(1/2)\rangle\ \text{或}\ \langle\Delta y_2^2\rangle<\langle N+(1/2)\rangle,\tag{6}$$

则称该光场存在振幅平方压缩。Hillery[6] 已经证明，满足(6)式的光场的 P 表示是非正定的，即在(6)式意义下的光场态是非经典态。

三、K 光子非线性过程中的振幅平方压缩

单模光场的压缩态通常由平移算符 $D(\alpha)$ 与压缩算符 $S(z)$ 作用于真空态 $|0\rangle$ 而构成

$$\left.\begin{aligned}|\alpha,\ z\rangle=D(\alpha)S(z)\,|0\rangle,\\ D(\alpha)=\exp(\alpha a^+-\alpha^*a),\quad S(z)=\exp[(za^{+2}-z^*a^2)/2],\end{aligned}\right\}\tag{7}$$

式中 $z=re^{i\theta}$ 为压缩参量，r 为大于零的实数，θ 为压缩角。在形式上，与 K 个光子非线性过程相应的么正演化算符 $S_K(z)$ 可定义为[5]

$$S_K(z)=\exp[z_K(a^+)^K-z_K^*a^K],\tag{8}$$

式中 $z_K=(z/K!)$。显然，当 $K=1$(即单光子过程)时，$S_K(z)$ 即为平移算符 $D(\alpha)$ 令(($z=\alpha$)；当$K=2$(即双光子过程时)，$S_K(z)$ 则为压缩算符 $S(z)$。已经知道，算符 $S_K(z)$ $(K>2)$ 对任何非真空相干态的作用在一级近似下均可有二阶压缩效应[5]，而 $S_K(z)$ $(K>2)$ 对真空态的作用，则不会产生二阶压缩[4]。

现在研究 K 光子么正算符 $S_K(z)$ $(K>2)$ 对相干态 $|\alpha\rangle$ 的作用所产生的振幅平方压缩，本文的讨论仅限于取 $|z|$ 为小参量的情况。

由(4)式可得

$$\langle\Delta y_1^2\rangle=(1/4)[\langle a^4+a^{+4}+2a^{+2}a^2\rangle-\langle a^2+a^{+2}\rangle^2]+\langle a^+a+(1/2)\rangle,\tag{9}$$

显然振幅平方压缩的条件(6)式可改写为

$$\langle:\Delta y_1^2:\rangle=(1/4)[\langle a^4+a^{+4}+2a^{+2}a^2\rangle-\langle a^2+a^{+2}\rangle^2]<0。\tag{10}$$

定义

$$|z,\ \alpha\rangle_K=S_K(z)\,|\alpha\rangle=\exp[z_K(a^+)^K-z_K^*a^K]\,|\alpha\rangle,\tag{11}$$

取 $|z|$ 的一级近似，(11)式成为

$$|z,\ \alpha\rangle_K\simeq[1+z_K(a^+)^K-z_K^*a^K]\,|\alpha\rangle。\tag{12}$$

由(12)式，可求得在 $|z|$ 的一级近似下态 $|z,\alpha\rangle_{K>2}$ 的有关平均值，并将其代入(10)式经计算后得

$$\langle : \Delta y_1^2 : \rangle = \begin{cases} 2r|\alpha|[|\alpha|^2+1]\cos(\theta_\alpha+\theta_z), & (K=3) \\ \dfrac{r}{2}|\alpha|^{k-4}\left[\dfrac{4|\alpha|^4}{(K-2)!}+\dfrac{4|\alpha|^2}{(K-3)!}+\dfrac{1}{(K-4)!}\right]\cos[(K-4)\theta_\alpha-\theta_z], & (K\geqslant 4) \end{cases} \quad (13)$$

其中已设 $z=re^{i\theta_z}(r>0)$, $\alpha=|\alpha|e^{i\theta\alpha}$。若令 G_1 表示与 y_1 有 φ 位相差的场振幅平方的算符，即

$$G_1=R^+(\varphi)y_1R(\varphi), \quad (14)$$

式中 $R(\varphi)$ 为旋转算符，则有

$$\langle : \Delta G_1^2 : \rangle = \begin{cases} 2r|\alpha|[|\alpha|^2+1]\cos(\theta_\alpha+\theta_z+2\varphi), & K=3 \\ \dfrac{r}{2}|r|^{k-4}\left[\dfrac{4|\alpha|^4}{(K-2)!}+\dfrac{4|\alpha|^2}{(K-3)!}+\dfrac{1}{(K-4)!}\right]\cos[(K-4)\theta_\alpha-\theta_z+2\varphi], & (K\geqslant 4) \end{cases} \quad (15)$$

由(15)式可见，对于任何非真空相干态 $|\alpha\rangle$，适当调整 φ 值，总可以使 $\cos[(K-4)\theta_\alpha-\theta_z+2\varphi]<0$，从而有

$$\langle : \Delta G_1^2 : \rangle<0。 \quad (16)$$

这表明，K 光子么正算符 $S_K(z)(K>2)$ 对任何非真空相干态的作用在一级近似下均可有振幅平方压缩存在。

由(13)式容易看出，对于 $K=3$ 和 $K>4$，若令 $|\alpha|=0$，则有

$$\langle : \Delta y_1^2 : \rangle=0, \quad (17)$$

即多光子么正算符 $S_K(z)(K=3$ 和 $K>4)$ 对真空态 $|0\rangle$ 的作用不会产生振幅平方压缩。必须指出，这一结论对于 $K=4$ 的情况不适用，因为当 $K=4$ 时，(13)式中出现零的零次方项，所以 4 个光子么正算符 $S_K(z)$ 对真空态 $|0\rangle$ 的作用有必要另作讨论。定义

$$|z,\ 0\rangle_{K=4}=S_4(z)|0\rangle=\exp[z_4(a^+)^4-z_4^*a^4]|0\rangle, \quad (18)$$

式中 $z_4=z/4!$, $z=re^{i\theta_z}(r>0)$。取 $|z|$ 的一级近似，计算态

$$|z,\ 0\rangle_{K=4}\simeq[1+z_4(a^+)^4-z_4a^4]|0\rangle, \quad (19)$$

的有关平均值

$$\langle a^2\rangle=\langle a^{+2}\rangle=0,\ \langle a^4\rangle=z,\ \langle a^{+4}\rangle=z^*,\ \langle a^{+2}a^+\rangle=|z|^2/2, \quad (20)$$

代入(10)式，有

$$\langle : \Delta y_1^2 : \rangle=(r/4)(2\cos\theta_z+r)。 \quad (21)$$

由(21)式可见，在 r 为小参量的情况下，对于适当的 θ_z 值，总可以有

$$\langle : \Delta y_1^2 : \rangle<0, \quad (22)$$

即 4 个光子么正算符 $S_4(z)$ 对真空态 $|0\rangle$ 的作用会产生振幅平方压缩。

四、结　论

(1) K 光子么正算符 $S_K(z)(K>2)$ 对非真空相干态的作用在一级近似下均可有振幅平方压缩存在。据此亦可以推断，$S_K(z)(K>2)$ 对相干态 $|\alpha\rangle(\alpha\neq0)$ 的作用会产生振幅平方压缩。

(2) K 光子么正算符 $S_K(z)(K>2,\ K\neq 4)$ 对真空态的作用不会产生振幅平方压缩。必须注意的是，$K=4$ 是一个例外，即 4 个光子么正算符 $S_4(z)$ 对真空态的作用可以产生振幅平方压缩。

(3) 已经知道，态 $|z,\ 0\rangle_{K>2}$ 肯定是非经典光场，但又不具有已有的三种非经典效应[5]，因此，光场态 $|z,0\rangle_{K=4}$ 存在振幅平方压缩这一研究结果表明，光场的振幅平方压缩正是文献[5]所预言的一种"尚未揭示的其它非经典特性"，即是一种独立于二阶压缩，反聚束以及亚泊松统计分布的新的非经典效应，有关这种压缩的更深刻的物理含意尚有待于进一步研究。

参　考　文　献

[1] D. F. Walls; *Nature*; 1983, **306**, No. 5939 (Nov), 141～146.
[2] J. N. Hollenhorst; *Phys. Rev.* (*D*), 1979, **19**, No. 6 (Mar), 1669～1679.
[3] R. E. Slusher *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1985, **55**, No. 22 (Nov), 2409～2412.
[4] M. Hillery *et al.*; *Phys. Lett.* (*A*), 1984, **103A**, No. 5 (Jul), 259～261.
[5] 郭光灿，伍昌鸿；《物理学报》，1987, **36**, No. 6 (Jun), 698～704。
[6] M. Hillery; *Opt. Comm.*, 1987, **62**, No. 2 (Apr), 135～138.
[7] C. C. Gerry, E. R. Vrscay; *Phys. Rev.* (*A*), 1988, **37A**, No. 5 (Mar), 1779～1781.
[8] X. Yang, X. Zheng; *J. Phys.* (*B*), 1989, **22**, 693～696.
[9] X. Yang, X. Zheng; *Phys. Lett.* (*A*), 1989, **138A**, No. 8 (July), 409～411.

Amplitude-squared squeezing in multiphoton nonlinear processes

ZHAN YOUBANG

(*Department of Physics, Huaiyin Normal College, Huaiyin* 223001)

(Received 11 January 1991; revised 9 April 1991)

Abstract

In this paper the amplitude-squared squeezing in the multiphoton nonlinear optical processes is studied. It is examined that amplitude-squared squeezing can be created in the first order approximation by k-photon unitary operators $S_K(z)$ $(K>2)$ acting on the coherent state $|\alpha\rangle(|\alpha|\neq 0)$ and one can not be created by $S_K(z)$ $(K>2,\ K\neq 4)$ acting on the vacuum state. It is found that amplitude-squared squeezing can be created by 4-photon unitary operator $S_4(z)$ acting on the vacuum state and this shows that the amplitude-squared squeezing is a new nonclassical effect of light field which is independent of the second order squeezing, antibunching and sub-Poisson statistics.

Key words: K-photon unitary operator, coherent state, vacuum state, amplitude-squared squeezing.