

宽带减反射膜设计的一种新方法

齐 钰 郑 琪

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130022)

提 要

提出实现宽带减反射膜系设计的新方法。该方法成功地设计出在可见光谱区的平均剩余反射率小于0.2%、减反射带宽390 nm的四层等厚膜系;文中给出该法的理论推导、减反射限定条件及其应用的设计实例。结果表明,新的设计比传统三层减反射膜系设计具有明显的优越。

关键词: 减反射膜。

一、引 言

膜系设计研究结果指出^[1]:对于单半波三层减反膜系,其减反射条件为

$$n_3 = n_1 \sqrt{n_g/n_0};$$

当 $n_0=1$ 时, $n_2=2.1\sim 2.2$ 则可取得较好效果的减反射带宽。设计的进一步研究^[2]给出严格的消反射条件为:

$$n_3 = n_1 \sqrt{n_g/n_0}, \quad n_2 = n_1^2/n_0,$$

在限定条件下取得最佳减反射带宽在300 nm左右。为满足近代光学仪器对减反射膜增加带宽的需求,本文提出一种实用宽带减反射膜设计的新方法。这种方法就是将单半波三层膜系分解成规整 $\lambda/4$ 结构的四层膜系,然后应用数学变换和级数特性进行膜系消反射和减反射条件的理论推导,从而得出四层宽带减反射膜系的设计方法。

二、设计方法的理论基础

一个四层规整厚度膜系 $G(QQQQ)A$, 设其各层折射率由 A 到 G 分别为 n_1, n_2, n_3, n_4 , 基底 G 折射率为 n_g , 入射介质 A 折射率为 n_0 , 每层膜的光学厚度 $n_j d_j = \lambda_0/4$, λ 为设计中心波长。设第 j 层膜的相位厚度为 $\delta_j(\lambda)$, 当光垂直入射时有

$$\delta_j(\lambda) = (2\pi/\lambda)n_j d_j, \quad (j=1, 2, 3, 4) \quad (1)$$

第 j 层膜的特征矩阵为

$$M_j = \begin{bmatrix} \cos \delta_j(\lambda) & (i/n_j) \sin \delta_j(\lambda) \\ i n_j \cos \delta_j(\lambda) & \cos \delta_j(\lambda) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

膜系的特征矩阵为

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4 \begin{bmatrix} 1 \\ n_g \end{bmatrix}, \quad (3)$$

膜系的等效光纳为 $y = (C/B)$, 膜系的光谱反射率 $R(\lambda)$ 和透射率 $T(\lambda)$ 分别为

$$R(\lambda) = \left(\frac{n_0 - y}{n_0 + y} \right) \left(\frac{n_0 - y}{n_0 + y} \right)^* = \left(\frac{n_0 B - C}{n_0 B + C} \right) \left(\frac{n_0 B - C}{n_0 B + C} \right)^*, \quad (4)$$

$$T(\lambda) = 1 - R(\lambda) = \frac{4n_g}{(n_0 B + C)(n_0 B + C)^*}. \quad (5)$$

为进行矩阵运算和理论推导方便, 对有关公式作如下变换:

(1) 将膜层特征矩阵(2)式中每个矩阵元同除以因子 $\sin \delta_j(\lambda)$, 则(2)式变为

$$M_j = \begin{bmatrix} \operatorname{ctg} \delta_j(\lambda) & i/n_j \\ i n_j & \operatorname{ctg} \delta_j(\lambda) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

(2) 将相位因子 $\delta_j(\lambda)$ 变换^[3], 当 $\lambda \neq \lambda_0$ 时, 在 λ_0 附近作泰勒级数展开, 并运算, 用(4)、(5)式计算其膜系光谱特性:

当 $n_0 = 1$ 时有

$$R(\lambda) = \left(\frac{1-y}{1+y} \right) \left(\frac{1-y}{1+y} \right)^* = \frac{\sum_{j=0}^4 P_j \operatorname{tg}^{2j} \theta}{\sum_{j=0}^4 Q_j \operatorname{tg}^{2j} \theta} = \frac{P_0 \cos^8 \theta + P_1 \cos^6 \theta \sin^2 \theta + P_2 \cos^4 \theta \sin^4 \theta + P_3 \cos^2 \theta \sin^6 \theta + P_4 \sin^8 \theta}{Q_0 \cos^8 \theta + Q_1 \cos^6 \theta \sin^2 \theta + Q_2 \cos^4 \theta \sin^4 \theta + Q_3 \cos^2 \theta \sin^6 \theta + Q_4 \sin^8 \theta} \quad (7)$$

$$T(\lambda) = \frac{4n_g}{Q_0 \cos^8 \theta + Q_1 \cos^6 \theta \sin^2 \theta + Q_2 \cos^4 \theta \sin^4 \theta + Q_3 \cos^2 \theta \sin^6 \theta + Q_4 \sin^8 \theta}. \quad (8)$$

由 $T(\lambda) = 1 - R(\lambda)$ 及(7)式和(8)式, 通过初等数学运算, 可得到关于 P_j 和 Q_j 的下列关系式:

$$\left. \begin{aligned} Q_0 &= P_0 + 4n_g, & Q_1 &= P_1 + 16n_g, & Q_2 &= P_2 + 24n_g, \\ Q_3 &= P_3 + 16n_g, & Q_4 &= P_4 + 4n_g, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= B_0^2, & P_1 &= B_1^2 - 2B_0 B_2, & P_4 &= B_4^2, \\ P_2 &= B_2^2 - 2B_1 B_3 + 2B_0 B_4, & P_3 &= B_3^2 - 2B_2 B_4, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{n_2 n_4}{n_1 n_3} \left(1 - \frac{n_1^2 n_3^2 n_g}{n_2^2 n_4^2} \right), & B_4 &= 1 - n_g, \\ B_1 &= (n_1 + n_2) \left(\frac{n_3 n_g}{n_1 n_2 n_4} - \frac{n_4}{n_1} \right) + \left(\frac{n_2 n_g}{n_1 n_3 n_4} - \frac{n_1}{n_2} \right) (n_3 + n_4), \\ B_2 &= \frac{n_3}{n_4} \left(\frac{n_4^2}{n_3^2} - n_g \right) - \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{n_2^2}{n_1^2} - n_g \right) + \frac{(n_1 + n_2)(n_3 + n_4)(n_3 n_4 - n_1 n_2 n_g)}{n_1 n_2 n_3 n_4}, \\ B_3 &= \frac{1}{n_1} (n_g - n_1^2) + \frac{n_g - n_2^2}{n_2} + \frac{n_g - n_3^2}{n_3} + \frac{n_g - n_4^2}{n_4}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

如果令其光谱反射率 $R(\lambda) = 0$, 由公式(7)式和(9)式可推导出减反射膜的减反射条件为

$$P_0 = 0, \quad P_1 = 0, \quad P_2 = 0, \quad P_3 = 0, \quad (12)$$

或

$$Q_0 = 4n_g, \quad Q_1 = 16n_g, \quad Q_2 = 24n_g, \quad Q_3 = 16n_g, \quad (13)$$

进而由(12)式和(10)式可得到四层减反射膜系实现宽带减反射的限定条件为

$$B_0 = 0, \quad B_1 = 0, \quad B_2 = 0, \quad B_3 = 0, \quad (14)$$

解(14)式和(11)式即可得到膜系实现宽带减反射时各层膜的折射率匹配参数 n_j 值。

三、设计方法应用实例

1. 四层等厚宽带减反射膜系

四层等厚宽带减反膜的设计,可应用上述限定条件(14)式求解。但设计结果发现,直接

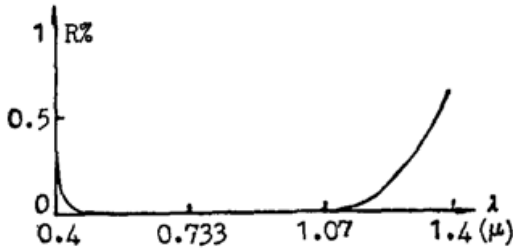


Fig. 1 Spectral reflectance for broadband AR-coating of designed four-layer $G\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{4}\right)A$. ($n_g=1.52$, $n_0=1$, $n_1=1.027$, $n_2=1.140$, $n_3=1.334$, $n_4=1.491$, $\lambda_0=600$ nm.)

求解进行设计虽可满足十分宽广波段范围的低反射,但求得的折射率参数有些往往无法在实际材料中找到,有的甚至失去物理意义。例如对于 $n_g=1.52$ 的膜系设计结果为 $n_1=1.027$, $n_2=1.140$, $n_3=1.334$, $n_4=1.491$, $n_0=1$ 。其光谱反射曲线如图 1 所示。结果表明,该设计可在 400~1000 nm 波段内实现超宽带低反射 ($R_{\min}<4\times 10^{-5}$, $\bar{R}<0.05\%$),但是求得的 n_1 和 n_2 值在现有薄膜材料中却无法找到。因此尚不能直接应用减反射条件(14)式求解设计。

实用的设计方法是使减反射限定条件(14)式等号右边不等于零,而是限定为一个较小值,这时方程的解即是膜系实现宽带减反射的近似解,表现在光谱特性上是具有一定的剩余反射率 ΔR 。反之,如果允许其光谱剩余反射为一非零值,为确定该条件下的减反射限定条件,只需在所求减反射的波段内取四个波长点,并设定四点处的剩余反射率 ΔR ,应用(9)式建立的关于 Q_j 方程组求得 Q_j 值,再应用 Q_j 和 P_j 的关系进一步确定出剩余反射为 ΔR 时的减反射限定条件,并进而求得减反膜系的结构参数 n_i 值。

例如,在设计波长区取 400、500、600 和 700 nm 四个波长点,各点处允许 $\Delta R=0.3\%$ 。接上述方法应用(10)式变换后为

$$\frac{1}{T(\lambda)} = \frac{Q_0}{4n_g} \cos^8 \theta + \frac{Q_1}{4n_g} \cos^6 \theta \sin^2 \theta + \frac{Q_2}{4n_g} \cos^4 \theta \sin^4 \theta + \frac{Q_3}{4n_g} \cos^2 \theta \sin^6 \theta + \frac{Q_4}{4n_g} \sin^8 \theta. \quad (15)$$

解之可得

$$Q_0 = 4.012n_g, \quad Q_1 = 16.0468n_g, \quad Q_2 = 24.0756n_g, \quad Q_3 = 15.98n_g, \quad Q_4 = 4.1788n_g, \quad (16)$$

进而求得

$$P_0 = 0.012n_g, \quad P_1 = 0.0168n_g, \quad P_2 = 0.0546n_g, \quad P_3 = -0.002n_g. \quad (17)$$

再应用(10)式和(11)式即可求得所需的 n_i 值。表 1 给出不同基底上四层等厚宽带减反射膜系 $G[(\lambda/4)(\lambda/4)(\lambda/4)(\lambda/4)]A$ 的设计结果,其对 $\lambda_0=530$ nm 光谱反射曲线分别绘入图 2(a)~(d)。设计中从实际出发限定 $n_1=1.38$ 进行求解。

上述设计结果表明,对基底折射率无论高低,其膜系折射率参数均可实现,且光谱曲线可在 400~790 nm 范围实现低反射, $\Delta R_{\max} \leq 0.3\%$, $\Delta R_{\min} < 0.05\%$, $\bar{\Delta R} < 0.2\%$ 。

对特殊要求的消色差减反膜系同样可应用这种方法设计。如 $n_g=1.8$,膜系剩余反射率 $\Delta R < 0.1\%$,其膜系参数设计结果为

$$n_1 = 1.38, \quad n_2 = 2.076, \quad n_3 = 2.304, \quad n_4 = 1.98, \quad n_0 = 1. \quad (18)$$

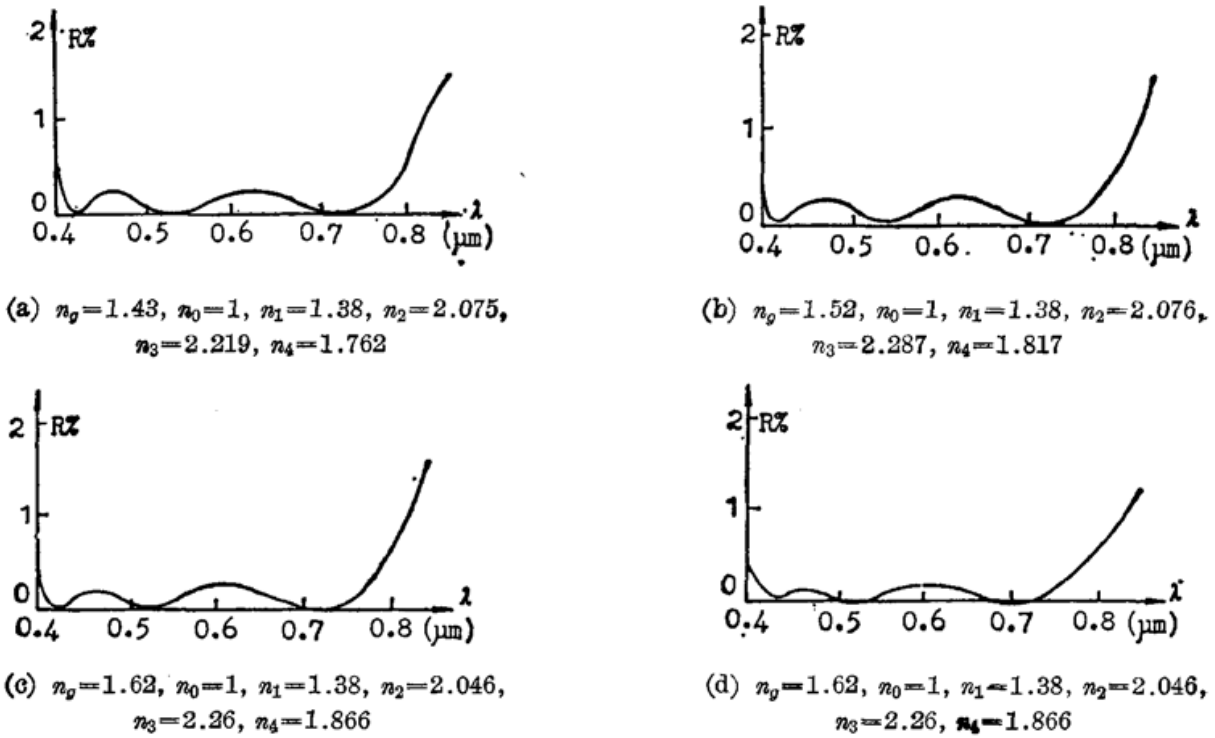


Fig. 2 Spectral reflectance for broad-band AR-coating of designed four-layer

Table 1 The Parameters of Broad-Band AR-Coating for Designed Four-Layers

Parameter Substrate	The Maximum Last Reflectance $\Delta R \leq 0.3\%$				
	n_1	n_2	n_3	n_4	$\Delta R \leq 0.5\%$ $\Delta \lambda$ (nm)
1.43	1.38	2.057	2.219	1.726	390
1.52	1.38	2.076	2.287	1.817	390
1.62	1.38	2.046	2.260	1.866	390
1.80	1.38	2.050	2.300	2.00	390

其光谱反射曲线如图 3 所示。该膜系可在 410~750 nm 范围内 $\overline{\Delta R} < 0.15\%$, 反射光谱曲线呈“U”型。比较图 2(d)和图 3 可明显看出, 后者比前者的减反射带宽小得多, 但其剩余反射率也低得多。这就显示要想得到尽量低的反射则必须以牺牲减反射带宽为代价, 反之亦然。

2. 三层单半波减反射膜系

三层单半波减反射膜系可视为一个四层($\lambda/4$)结构减反射膜系, 其中第二、三层膜的折射率相等。通常设计是给定最外层膜的折射率 n_1 , 这样对于二个变量就只需两个限定条件求解 n_2 和 n_4 值。

为使膜系在 λ_0 处实现减反射, 必须取(14)式中的 $B_0=0$ 为第一限定条件; 为在 λ_0 两侧实现减反射, 还必须在(14)式中再任取一个方程作为第二限定条件。为方便, 这里取 $B_1=0$ 。这样, 膜系的减反射条件即为

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{n_0 n_4}{n_1 n_2} \left(1 - \frac{n_0 n_1^2 n_2^2}{n^2 n_4^2} \right) = 0, \\ B_1 &= 2n_0 n_2^2 + (n_1 n_0 - n_1 n_4^2 + n_2 n_4 - n_1^2 n_4) n_2 - 2n_1^2 n_4^2 = 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

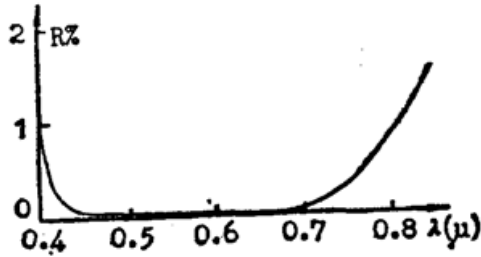


Fig. 3 Spectral reflectance for broadband AR-coating of designed four-layer ($n_g=1.8$, $n_1=1.38$, $n_2=2.076$, $n_3=2.304$, $n_4=1.98$)

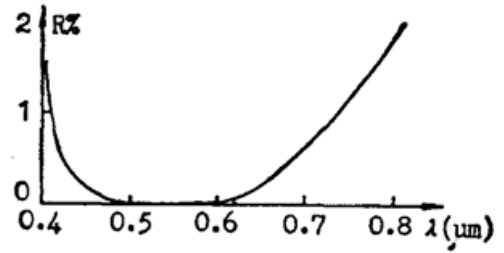


Fig. 4 Spectral reflectance performance for broad-band AR-coating of designed three-layer $G\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)A$. ($n_g=1.52$, $n_0=1$, $n_1=1.38$, $n_2=2.08$, $n_3=1.7$)

解此方程组可得

$$\left. \begin{aligned} n_4 &= n_1 \sqrt{n_g}, \quad n_2 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a, \\ a &= 2n_g, \quad b = n_1 n_g + n_4 n_g - n_1^2 n_4 - n_1 n_4^2, \quad c = 2n_1^2 n_4^2, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

以基底 $n_g=1.52$ 为例, 当给定 $n_1=1.38$ 时, 由上式可得 $n_2=2.08$, $n_4=1.7$ 。其光谱反射曲线如图 4 所示, 可取得在 $420 \sim 690 \text{ nm}$ 范围内, $\overline{\Delta R} < 0.2\%$ 的结果。

同理, 为在剩余反射率允许限度内实现更宽范围的减反射, 如允许 $\Delta R \leq 0.3\%$, 则修正后的限定公式

$$\left. \begin{aligned} n_4 &= 0.95n_1 \sqrt{n_g}, \quad n_2 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a, \\ a &= 2n_g, \quad b = n_1 n_g + n_4 n_g - n_1 n_4^2 - n_1^2 n_4 + 0.92n_1 \sqrt{n_g}, \quad c = 2n_1^2 n_4^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

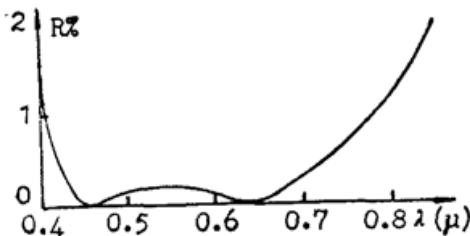


Fig. 5 Spectral reflectance performance for broad-band AR-coating of designed three-layer $G\left(\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}\right)A$. ($n_g=1.52$, $n_0=1$, $n_1=1.38$, $n_2=1.912$, $n_3=1.616$)

由上式重新计算膜系参数为 $n_2=1.912$, $n_4=1.616$, 其光谱反射曲线如图 5 所示。该膜系在 λ_0 处 $\Delta R < 0.26\%$, 而 $\Delta R < 0.5\%$ 的减反射带宽可从 410 nm 到 710 nm , 其 $\overline{\Delta R} < 0.27\%$ 。

3. 三层双半波减反射膜系

对于双半波三层减反膜的设计, 由于它可以分解成等厚度的五层减反膜结构, 因此采用上述设计原理同样可以进行论证。设计结果表明, 对于 $n_g > 1.62$ 的高折射基底, 采用双半波三层结构, 可取得 $\Delta R < 0.5\%$ 的减反射带宽 $\Delta\lambda$ 达到 310 nm 。

上述三层单、双半波结构减反膜系的设计结果表明, 该方法设计结果与文献 [2] 给出的研究结果相同, 从而本文在理论上对文献 [2] 中有关三层宽带减反射膜减反射限定条件予以论证。

四、讨论和结论

减反射膜系的设计通常是在中心波长处实现消反射, 要在非设计波长建立减反射限定条件相当困难。而采用本方法则可很方便地在 λ_0 之外波长范围内建立起减反射条件。

在实际设计时,正如文中所指出的,正确的设计方法是应以牺牲一定的剩余反射率为代价,使 B_i 等于非零的值进行求解,可得到最佳减反射带宽的膜层折射率参数。本方法“四个波长点”的选择至关重要,应在所关注的波段内尽量压缩波长点的分布距离,以求得最佳宽带减反射膜系的设计。

本文提出的宽带减反射膜设计的新方法,准确地给出膜系实现宽带减反射的限定条件,以此可很方便的设计出宽带减反射膜系。

设计结果表明,该方法设计的四层等厚减反射膜系适用于高、低折射率玻璃基底,其光谱特性远优于传统的单、双半波三层减反射膜,而膜系的总厚度仍为一个中心波长,显示出该方法的优越。因此说这种设计方法是实现宽带减反射膜设计准确而简便的新方法。

参 考 文 献

- [1] J. T. Cax, G. Hass; *«Physics of Thin Film»*, (Academic press Inc., London, 1964).
- [2] 齐 钰; *«光学学报»*, 1987, 7, No. 9 (Sep), 826~831
- [3] B. S. Vevma; *Appl. Opt.*, 1988, 27, No. 19 (Oct),

A new method for design of broad band antireflective coatings

QI YU AND ZHENG QI

(Changchun Institute of Optical and Fine Mechanics, Academia Sinica, Changchun 130022)

(Received 4 September 1990; revised 19 February 1991)

Abstract

Considering the three-layer antireflection band being not wide enough, a new method to realize the design of broad band antireflective multilayer is proposed. Its total thickness is not changed. Using this method, equal-thickness four-layer antireflective multilayers have been designed successfully with the last reflectivity of less than 0.2%, antireflection band-width of 390 nm. This paper represents design procedure, definite condition of antireflection and several examples of applied design. The result showed that this new method is much better than the classical antireflective multilayers.

Key words: antireflective coatings.