

梯形截面硅脊形波导的模式特性及其等离子体色散效应

刘育梁 刘恩科

(西安交通大学电子工程系, 西安 710049)

提 要

本文运用有效折射率法和 WKB 法对具有梯形状截面的硅脊形波导的模式特性作了分析, 导出了 TE 模和 TM 模的模方程以及截止方程, 并运用一阶微扰法对因波导顶部注入载流子而引起的模式调制的大小作了数值估计。其结果可为全硅光波导器件的研制提供指导。

关键词: 硅, 脊形波导, 色散, 调制。

一、引 言

80 年代后期, 硅材料加工工艺和集成电路技术得到深入而广泛的研究, 材料又相当便宜, 无论与 LiNbO_3 还是与 III~V 族化合物半导体相比, 都有许多独特的优点, 因此, 可望成为光电子集成领域中富有生命力的材料。

目前在硅材料上制作波导、分支器以及电光开关时, 利用的都是在低阻衬底上外延轻掺杂层后通过湿法腐蚀形成的导波结构, 这种结构都具有梯形状截面。要利用这种梯形波导作光传输和调制, 就必须对其模式特性有详细的了解。迄今为止, 已有一些文献对此作了分析^[2], 但深入程度尚难满足实际研制工作的需要。为此, 本文在文献[1]的基础上, 对硅梯形波导的模式特性及其等离子体色散效应作了更为详细的分析。

二、硅梯形波导的模方程

图 1 所示的梯形波导是在 $\langle 100 \rangle$ 晶向的 n^+ 硅衬底上外延轻掺杂层 ($N_d < 10^{16} \text{cm}^{-3}$) 后, 通过各向异性腐蚀得到的。梯形下底角均为 54.74° 。波导芯周界曲线为

$$y(x) = \begin{cases} d, & |x| \leq (W/2) \\ d - \tan \alpha_0 [|x| - (W/2)], & (W/2) < |x| < x_1 \\ b, & |x| \geq x_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$x_1 = (W/2) + (d - b) \text{ctg } \alpha_0$$

1. TE 模方程

文献[1]已导出了图 2 所示波导的 TE 模方程, 在导推中利用了 y 向远离截止的条件。图 2 所示波导中, 打斜线的部分已在 y 向导模截止区, 显然不满足这一条件。由于图 1 所示

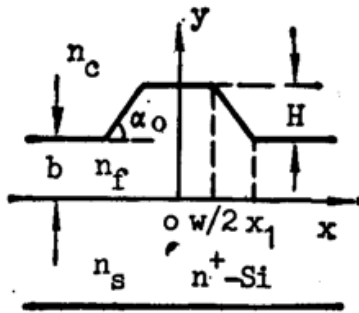


Fig. 1 A rib silicon waveguide with trapezoidal cross section

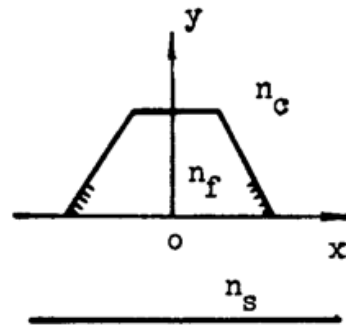


Fig. 2 Another rib waveguide with trapezoidal cross section

的结构在梯形区域外仍有外延层, 比图 2 所示的结构更易满足 y 向远离截止的条件。经分析, TE 模方程与图 2 所示结构的 TE 模方程有相同形式

$$(4k_0/T) \{ [(WT/2) + 1] (n_f^2 - R^2 - N_{nm}^2)^{1/2} - R \tan^{-1} [(n_f^2 - R^2 - N_{nm}^2)^{1/2}/R] \} = (2m+1)\pi, \quad (2)$$

$$R = \frac{(n+1)\pi}{(n_f^2 - n_s^2)^{-1/2} + (n_f^2 - n_c^2)^{-1/2} + k_0 d}, \quad (3)$$

$$T = \frac{k_0 \tan \alpha_0}{(n_f^2 - n_s^2)^{-1/2} + (n_f^2 - n_c^2)^{-1/2} + k_0 d}, \quad (4)$$

式中 N_{nm} 为 nm 阶导模的有效折射率, $k_0 = (2\pi/\lambda_0)$, λ_0 为真空中的光波长。

2. TM 模方程

根据有效折射率法, 图 1 所示的梯形波导 x 方向的模式特性与一个渐变折射率的平面波导的模式特性等效。在 TM 模情况下, 等效折射率分布 $n(x)$ 由平板波导 TM 模方程给出

$$k_0 [n_f^2 - n^2(x)]^{1/2} y(x) = n\pi + \tan^{-1} \left\{ \left(\frac{n_f}{n_s} \right)^2 \left[\frac{n^2(x) - n_s^2}{n_f^2 - n(x)^2} \right]^{1/2} \right\} + \tan^{-1} \left\{ \left(\frac{n_f}{n_c} \right)^2 \left[\frac{n^2(x) - n_c^2}{n_f^2 - n^2(x)} \right]^{1/2} \right\}, \quad (5)$$

式中 n 为 y 方向模阶数。经过繁复的数学运算, 并考虑到当 y 向远离截止时(在制作波导时, 为减小损耗, 波导总是远离截止的), $n(x) \rightarrow n_f$, 则(5)式化为

$$k_0 [n_f^2 - n^2(x)]^{1/2} y(x) + \left(\frac{n_s}{n_f} \right)^2 \left[\frac{n_f^2 - n^2(x)}{n_f^2 - n_s^2} \right]^{1/2} + \left(\frac{n_c}{n_f} \right)^2 \left[\frac{n_f^2 - n^2(x)}{n_f^2 - n_c^2} \right]^{1/2} = (n+1)\pi, \quad (6)$$

将(1)式代入, 经整理得

$$n^2(x) = \begin{cases} n_f^2 - E^2, & |x| \leq W/2 \\ n_f^2 - E^2/[1 - F(|x| - W/2)]^2, & W/2 < |x| < x_1 \\ n_f^2 - E^2/[1 - F(x_1 - W/2)]^2, & |x| \geq x_1 \end{cases} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} E &= (n+1)\pi/(k_0 d + s), \quad F = k_0 \tan \alpha_0/(k_0 d + s), \\ s &= \{ [n_s^2/[n_f^2(n_f^2 - n_s^2)^{1/2}]] + \{ [n_c^2/[n_f^2(n_f^2 - n_c^2)^{1/2}]] \}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(7)式表述的折射率分布的渐变平面波导的模方程可由 WKB 法求得*。对于对称波导, WKB 法基本公式为

$$4k_0 \int_0^{x_0} [n^2(x) - N_{nm}^2]^{1/2} dx = (2m+1)\pi_0. \quad (9)$$

* WKB 的是一种近似法, 它在模截止点附近是不准确的。

拐点 x_0 满足

$$n^2(\pm x_0) = N_{nm0}^2 \quad (10)$$

不难证明

$$(W/2) < x_0 < x_{10} \quad (11)$$

将(7)式代入(9)式并利用以上各关系得 TM 模方程为

$$(4k_0/F) \{ [(WF/2) + 1] (n_f^2 - N_{nm}^2 - E^2)^{1/2} - E \cos^{-1} [E / (n_f^2 - N_{nm}^2)^{1/2}] \} = (2m+1)\pi \quad (12)$$

比较(12)式和(2)式知, TE 模方程和 TM 模方程具有相同形式, 即

$$(4k_0/T) \{ [(WT/2) + 1] (n_f^2 - R^2 - N_{nm}^2)^{1/2} - R \cos^{-1} [R / (n_f^2 - N_{nm}^2)^{1/2}] \} = (2m+1)\pi \quad (13)$$

其中, m 为 x 方向模阶数, n 为 y 方向模阶数。

$$R = (n+1)\pi / (s + k_0 d), \quad T = k_0 \tan \alpha_0 / (s + k_0 d) \quad (14)$$

$$s_{TE} = (n_f^2 - n_s^2)^{-1/2} + (n_f^2 - n_c^2)^{-1/2} \quad (15)$$

$$s_{TM} = [n_s^2 / n_f^2 (n_f^2 - n_s^2)^{1/2}] [n_c^2 / n_f^2 (n_f^2 - n_c^2)^{1/2}] \quad (16)$$

(13)式适用于波导 x 方向和 y 方向都远离截止的情形。

三、梯形波导的截止方程

如上所述, 在近截止区, (13)式将变得不准确。尽管如此, 仍可由(13)式出发, 得到准确的梯形波导的截止方程。

据有效折射率法, 梯形波导在 y 方向上的截止特性实际上就是波导芯厚度为 d 的平板波导的截止特性, 可由如下方程确定^[2]

$$(n_f^2 - n_s^2)^{1/2} k_0 d = n\pi + \tan^{-1} \sqrt{\alpha'} \quad (17)$$

式中 α' 为非对称参量。对于 TE 模, $\alpha'_{TE} = [(n_s^2 - n_c^2) / (n_f^2 - n_s^2)]$; 对于 TM 模, $\alpha'_{TM} = (n_f / n_c)^4 \alpha'_{TE}$ 。若波导在 y 方向上远离由(17)式确定的截止点, 则模的截止也可以因波导在 x 方向上对模的限定作用的减弱和消失而引起。在这种情况下, (13)式变得不准确的唯一原因在于, WKB 方程中拐点项移不再是 $-(\pi/4)$, 而是介于 0 和 $-(\pi/4)$ 之间^[3], 为此修改(13)式为

$$\begin{aligned} & (4k_0/T) \{ [(WT/2) + 1] (n_f^2 - R^2 - N_{nm}^2)^{1/2} \\ & \quad - R \cos^{-1} [R / (n_f^2 - N_{nm}^2)^{1/2}] \} \\ & = 2m\pi + 4\phi_B \end{aligned} \quad (18)$$

式中 ϕ_B 为拐点项移值。在模渐趋截止时, $N_{nm}^2 \rightarrow n^2(x_1)$, $\phi_B \rightarrow 0$, 由此可得模的截止方程为

$$\left. \begin{aligned} & \frac{4k_0 R}{T} \left[\left(\frac{WT}{2} + 1 \right) G - \tan^{-1} G \right] = 2m\pi, \\ & G = \left\{ \left[1 - T \left(x_1 - \frac{W}{2} \right) \right]^{-2} - 1 \right\}^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

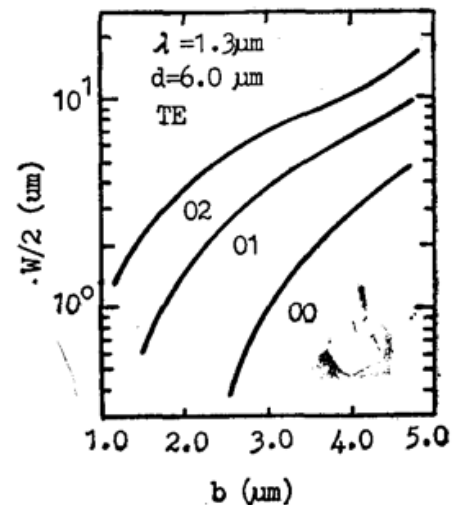


Fig. 3 The cutoff curves of rib silicon waveguides with trapezoidal cross section (in X-direction)

图3~图5是通过求解模方程和截止方程得到的结果。计算中采用的基本数据是：波长 $\lambda_0=1.3\mu\text{m}$ 时，纯硅折射率 $n_0=3.505$ ；而波长 $\lambda_0=1.5\mu\text{m}$ 时， $n_0=3.480^{[4]}$ 。图5中的 L_π 是指00阶模和01阶模在同一位置以相同位相起始传播后，它们第一次达到反相时所需传播距离，这在设计双模干涉器件时是一个极为重要的参数。

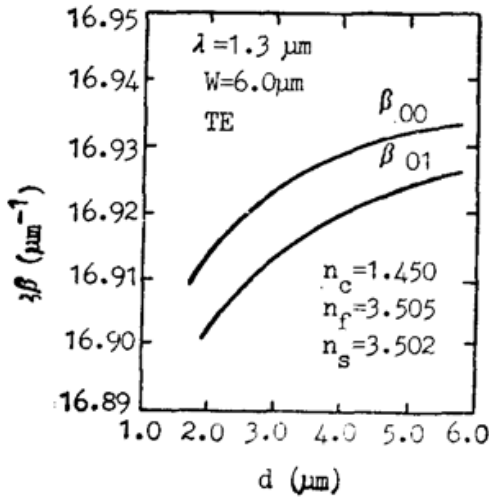


Fig. 4 Mode propagation constant β_{nm} as a function of the thickness d

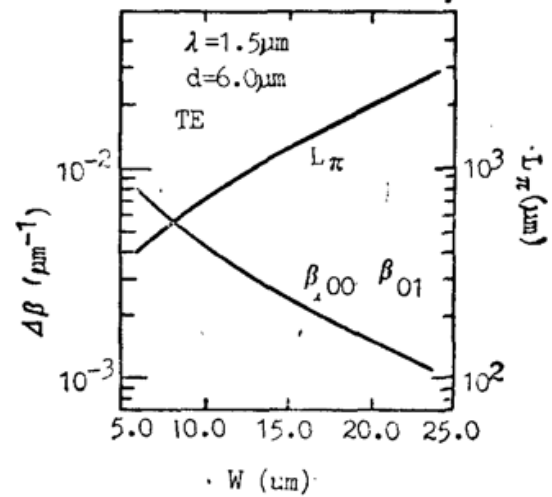


Fig. 5 $\beta_{00} - \beta_{01}$ and L_π versus top width W

四、硅梯形波导中的等离子体色散效应

目前，在硅材料上实现电光调制主要利用等离子体色散效应。最简单的方法是利用 pn

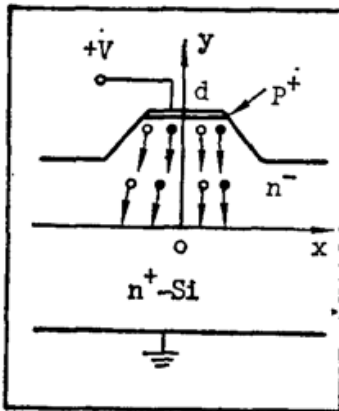


Fig. 6 Electro-optic modulation by a top-injection method

结结构将电子-空穴对从梯形波导的顶部注入，从而引起波导中导模传播常数发生变化(如图6所示)。在研制开关器件时，调制程度和效率是必须加以考虑的。通过运用一阶微扰法对顶注入式的调制作了简要分析。

由于 p^+ 区相对很薄，所以假定它不占空间，注入发生在波导顶 $y=d$ 处。由于一般波导芯厚度远小于载流子的扩散长度，据晶体管原理^[5]，波导中心区域 $d \cdot W$ 区，载流子的 y 向分布可写作

$$\delta N(y) = \frac{\delta N_j}{d} \cdot y, \quad 0 \leq y \leq d \quad (20)$$

式中 $\delta N(y)$ 为 y 处的载流子浓度变化， δN_j 为结处的载流子浓度变化。由此而引起的折射率变化为

$$\delta n(y) = \frac{\delta n_j}{d} \cdot y, \quad 0 \leq y \leq d \quad (21)$$

在波长 $\lambda_0=1.3\mu\text{m}$ 时，结处折射率变化^[6] 为

$$\delta n_j = -1.8 \times 10^{-21} \delta N_j, \quad (22)$$

δN_j 的单位为 cm^{-3} 。在 $y > d$ 和 $y < 0$ 区域，无载流子注入。按文献[7]， $d \cdot W$ 区域00阶模的 y 向场分布为

$$\psi(y) = \begin{cases} B \cos(\nu d + \theta) \exp[\alpha(d - y)], & (y \geq d) \\ B \cos(\nu y + \theta), & 0 < y < d \\ B \cos \theta \exp(-\delta y), & y \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

式中 $\alpha^2 = Q - k_0^2 n_c^2$, $\nu^2 = k_0^2 n_f^2 - Q$, $\delta^2 = Q - k_0^2 n_s^2$, Q 为中间参量。对于 TE 模有

$$\tan^{-1}(\delta/\nu) = \tan^{-1}(\alpha/\nu) - \nu d, \quad (24)$$

$$\tan \theta = (\delta/\nu). \quad (25)$$

对于 TM 模有

$$\tan^{-1}(\delta n_f^2/\nu n_f^2) = \tan^{-1}(\alpha n_f^2/\nu n_c^2) - \nu d, \quad (26)$$

$$\tan \theta = (n_f/n_s)^2 (\delta/\nu). \quad (27)$$

由于光场和载流子主要集中在 $d \cdot W$ 区域, 如果 W 较大, 则忽略它们在 x 方向上分布的不均匀性, 按一阶微扰理论^[8] 可得

$$\delta\beta = \frac{k_0^2}{\beta} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(y)|^2 [n(y)\delta n(y)] dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(y)|^2 dy}. \quad (28)$$

将(21)式和(23)式代入, 经繁复的计算可得

$$\delta\beta = C \frac{F_1 + F_2 + F_3}{F_4 + F_5 + F_6}, \quad (29)$$

$$C = (k_0^2 n_f / \beta d) \delta n_f,$$

$$F_1 = (d^2/2) - [(\cos 2\theta)/(4\nu^2)],$$

$$F_2 = (1/4\nu^2) \cos(2\nu d + 2\theta),$$

$$F_3 = (d/2\nu) \sin(2\nu d + 2\theta),$$

$$F_4 = d - [(\cos^2 \theta)/\delta],$$

$$F_5 = [\cos^2(\nu d + \theta)]/\alpha,$$

$$F_6 = (1/2\nu) [\sin(2\nu d + 2\theta) - \sin 2\theta]. \quad (30)$$

图 7 是由(29)式得到的结果。可以看到在结处注入浓度一定时, 波导芯越薄, 基模调制程度越小。

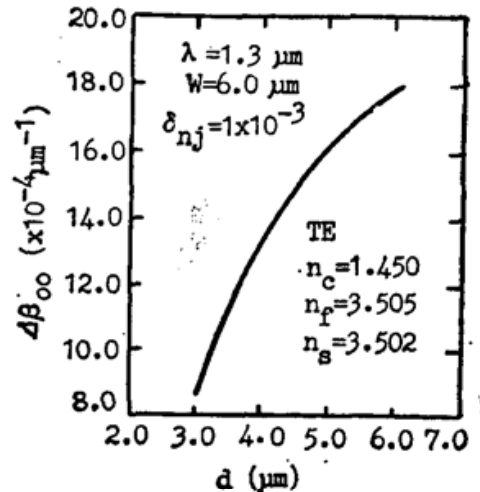


Fig. 7 Plot of $\Delta\beta_{00}$ caused by top-injection carriers for waveguides of different thickness d

参 考 文 献

[1] 余守宪, 张金维; 《光学学报》, 1990, 10, No. 7 (Jul), 626~629.
 [2] 金 锋, 范俊清; 《集成光学》上册, (国防工业出版社, 北京, 1981), 24~25.
 [3] 金 锋, 范俊清; 《集成光学》上册, (国防工业出版社, 北京, 1981), 36~37.
 [4] T. S. Mose; 《半导体光学性质》, (上海科学技术出版社, 上海, 1963), 117~118.
 [5] 张屏英, 周佑谟; 《晶体管原理》, (上海科学技术出版社, 上海, 1985), 13~21.
 [6] Lionel Friedman, Richard A. Soref and Joseph P. Lorenzo; *J. Appl. Phys.*, 1988, 63, No. 6 (Mar), 1831~1839.
 [7] 凌德筠, 官跃进; 《量子电子学》, 1990, 7, No. 2 (Jun), 166~170.
 [8] M. J. Adams, S. Ritchie et al.; *Appl. Phys. Lett.*, 1986, 48, No. 13 (Mar), 820~822.

Mode characteristic and plasma dispersion effect of rib silicon waveguides with trapezoidal cross section

LIU YULIANG AND LIU ENKE

(Electronic Engineering Department, Xi'an Jiaotong University Xi'an 710049)

(Received 29 October 1990; revised 14 January 1991)

Abstract

By using effective index and WKB methods, mode characteristics of rib silicon waveguides with trapezoidal cross section are analysed. Equations and cutoff equations of TE modes and TM modes are derived respectively. And by means of the first order perturbation theory, changes in mode propagation constants caused by plasma dispersion effect are estimated.

Key words: silicon; ridge; waveguide optical dispersion; modulation.