

用有效折射率法和有限元法分析 多量子阱条形光波导*

赵安平 于荣金

(中国科学院长春物理研究所, 长春 130021)

提 要

本文提出了一种快速和精确分析多量子阱(MQW)条形光波导的新算法。它基于有效折射率法和有限元法的结合。首先,由等效的平面波导替换多量子阱条形结构,用有效折射率法从原来问题得到平面波导的折射率分布;然后,用有限元法计算等效结构中 E_{mn}^o 模和 E_{mn}^e 模的传播常数和场强分布。文中给出了任意阱数和不同宽度多量子阱的对称结构和不对称结构的结果。

关键词: 多量子阱条形光波导;有限元法;有效折射率法。

一、引 言

最近几年,对多量子阱结构的集成光波导产生了很大的兴趣。这是由于量子阱结构不仅显著降低了半导体激光器的阈值^[1,2],而且许多实验工作已表明,采用多量子阱结构,可以使定向耦合器^[3]、电光器件^[4,5]、以及光-光器件^[6]等性能得到很大改善。另一方面,理论工作大都集中分析多量子阱一维平面光波导^[7~11],而实际的器件设计经常涉及多量子阱条形光波导。

有效折射率法^[12,13]和有限元法在分析许多光波导问题中起着重要的作用。有限元法由于具有很好的适应性、精度和通用性,此法已成功地用于分析大量集成光学结构^[14~18]。最近,Zhao(赵安平)等人在研究多量子阱平面光波导^[10,11]中,用有限元法来验证 Skinner 等人^[8]的模型,其数值结果与解析近似很一致。虽然有限元法常用作一些近似方法之间比较的基准,但是它的实现要大的计算机存储和(或)处理能力,因而某些问题用其它的方法处理起来可能是更有效的。

多量子阱条形波导是一个二维问题,只用有限元法来求解比较困难,特别是当波导区由很多阱构成时。为克服有限元法的这种局限性,需要开辟新途径。本文首先利用有效折射率法降低维数,把原来的二维(条形波导)问题降为一维(平面波导)问题。在用等效的平面结构替代了原来问题之后,再用有限元法处理这类问题。而且,阱的数目对有限元法分析一维问题并没有任何限制,因而阱的数目几乎可以是任意的。从而对分析这类问题提供了一种快速和精确的方法。

收稿日期: 1990年11月6日; 收到修改稿日期: 1991年1月2日

* 本工作得到英国纳菲尔德基金资助

二、数值方法

为了引入数值方法,如图 1 所示,以笛卡儿坐标($x-y$)系表示典型的这种条形光波导结构。波导区由 6 个势阱(5 个势垒)构成,其总的厚度和宽度分别用 T 和 W 表示, n_1 和 t_w 分别代表每个势阱的折射率和厚度, n_2 和 t_b 分别代表每个势垒的折射率和厚度,波导芯由包层(n_3)、表面(n_c)和衬底(n_s)区包围。为便于分析,这些区域在 x 和 y 方向延伸至无穷远;而当 $n_c = n_s$ 时,即为对称结构。这种结构所维持的模式(即 E_{mn}^x 模和 E_{mn}^y 模)满足二维标量波动方程

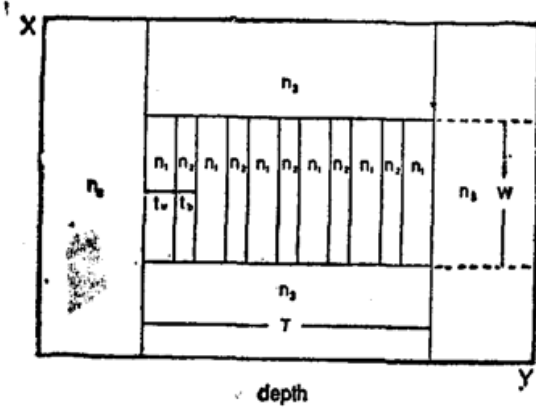


Fig. 1 Cross-section geometry of a stripe MQW waveguide with 6 wells (5 barriers)

$$\frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(x, y)}{\partial y^2} + [n^2(x, y) K_0^2 - \beta^2] \phi(x, y) = 0, \quad (1)$$

式中 $n(x, y)$ 为波导截面的折射率, β 为 z 方向的传播常数, K_0 为光波在真空中的传播常数,波函数 $\phi(x, y)$ 代表

- (a) 电场在 x 方向的分量 E_x (对 E_{mn}^x 模), 或
- (b) 电场在 y 方向的分量 E_y (对 E_{mn}^y 模)。

1. 有效折射率法

对于条形光波导,波函数 $\phi(x, y)$ 可分解为

$$\phi(x, y) = \phi(x) \phi(y), \quad (2)$$

定义有效折射率 N_{eff} , 它满足波动方程

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + [n^2(x, y) K_0^2 - N_{eff}^2 K_0^2] \phi(x) = 0. \quad (3)$$

将(2)式、(3)式代入(1)式得

$$\frac{d^2 \phi(y)}{dy^2} + (N_{eff}^2 K_0^2 - \beta^2) \phi(y) = 0. \quad (4)$$

显然, (3)式是平面波导的标量波动方程,平面波导的芯区折射率分布如图 2 所示,势阱和势垒的有效折射率分别为 N_{1eff} 和 N_{2eff} ,传播常数为 $N_{eff} K_0$ 。在这种平面波导中,波函数 $\phi(x)$ 在任何两个子区域之间必须满足下列边界条件:

- (a) E_{mn}^x 模:

$$n_i^2(x) \phi_i(x) = n_j^2(x) \phi_j(x) \quad (5)$$

- (b) E_{mn}^y 模:

$$\phi_i(x) = \phi_j(x) \quad (6)$$

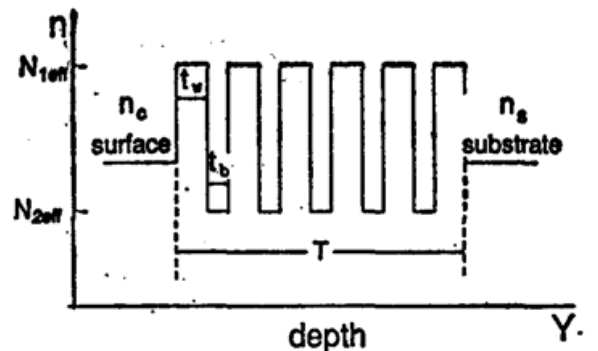


Fig. 2 Refractive index profile of the equivalent (one-dimensional) planar waveguide

而且, (4)式是多量子阱等效平面波导的标量波动方程,这种波导在芯区有固定的折射率分布(N_{eff})和传播常数 β 。在多量子阱等效平面波导中,波函数 $\phi(y)$ 的边界条件(包括“半无

限”介质界面的边界条件)是

(a) E_{mn}^x 模:

$$\phi_i(y) = \phi_j(y), \quad (7)$$

(b) E_{mn}^y 模:

$$n_i^2(y)\phi_i(y) = n_j^2(y)\phi_j(y). \quad (8)$$

总之,利用有效折射率法从原来的二维几何形状得到一维问题的分布,条形波导被等效的多量子阱平面结构所替代(图2)。只要从(3)式得到参数 N_{eff} , 就可从(4)式得到多量子阱条形波导的传播常数 β 。

这里没有对无限远处沿边界的试验场进行限制(即利用的是“自然”边界条件,而不是精度较差的场切断),而“半无限”区就足以估计从波导层一直到这些区域的指数衰减常数(例如为了比较对称结构和非对称结构中的传播)。

2. 有限元法

如同在参考文献[10, 11, 18]中讨论过的那样,平面波导的解是把标准有限元技术(以及变分原理)应用于(3)式和(4)式。这个方法得到网格中每个线元(用下标“e”表示)的下列方程组

$$[K_1]_e \{\phi(x)\}_e = N_{eff}^2 K_0^2 [M_1]_e \{\phi(x)\}_e \quad (9)$$

$$[K_1]_e = \int_e \left\{ \left[\frac{\partial N_1}{\partial x} \right]_e^T \left[\frac{\partial N_1}{\partial x} \right]_e - n^2 K_0^2 [N_1]_e^T [N_1]_e \right\} dx \quad (10)$$

$$[M_1]_e = - \int_e \{ [N_1]_e^T [N_1]_e \} dx \quad (11)$$

相似地,在 y 方向有

$$[K_2]_e \{\phi(y)\}_e = \beta^2 [M_2]_e \{\phi(y)\}_e \quad (12)$$

$$[K_2]_e = \int_e \left\{ \left[\frac{\partial N_2}{\partial y} \right]_e^T \left[\frac{\partial N_2}{\partial y} \right]_e - N_{eff}^2 K_0^2 [N_2]_e^T [N_2]_e \right\} dy \quad (13)$$

$$[M_2]_e = - \int_e \{ [N_2]_e^T [N_2]_e \} dy \quad (14)$$

$\{\phi(x)\}_e$ 和 $\{\phi(y)\}_e$ 代表波函数矢量,而 $[N_1]_e$ 和 $[N_2]_e$ 是形状函数矢量, T 代表矩阵的转置, \int_e 代表对每个线元“e”进行积分。

将(5)式或(6)式代入(9)式,可得到平面波导的元矩阵,然后用来集合成总的矩阵方程。总的方程解以传播常数 $N_{eff}K_0$ 形式表示,并分别对 $TM(E_{mn}^x)$ 模或 $TE(E_{mn}^y)$ 模在有限元网格中所有节点求出场分布 $\phi(x)$ 。相似地,(7)式或(8)式与(12)式结合,在每个节点处对 $TE(E_{mn}^x)$ 模或 $TM(E_{mn}^y)$ 模可得到传播常数 β 和场分布 $\phi(y)$ 。在多量子阱条形波导中, β 是 E_{mn}^x 模或 E_{mn}^y 模的传播常数。最后,从(2)式就可得到任意网格点的 $\phi(x, y)$ 值。

三、数值计算的执行程序

图3是用于多量子阱条形波导解的数值算法的程序框图。程序是以标准 Fortran77 写的,计算传播常数和(或)模态分布时,主处理机并不依靠任何外部子程序。主程序的输出是美国信息交换标准码(ASCII)数据文件形式,从而可用最新的“实用”软件包把主程序的输

出变成图形、表面图和轮廓线图, 本文的图 4~图 12 就是用后两种图来说明研究结果的。

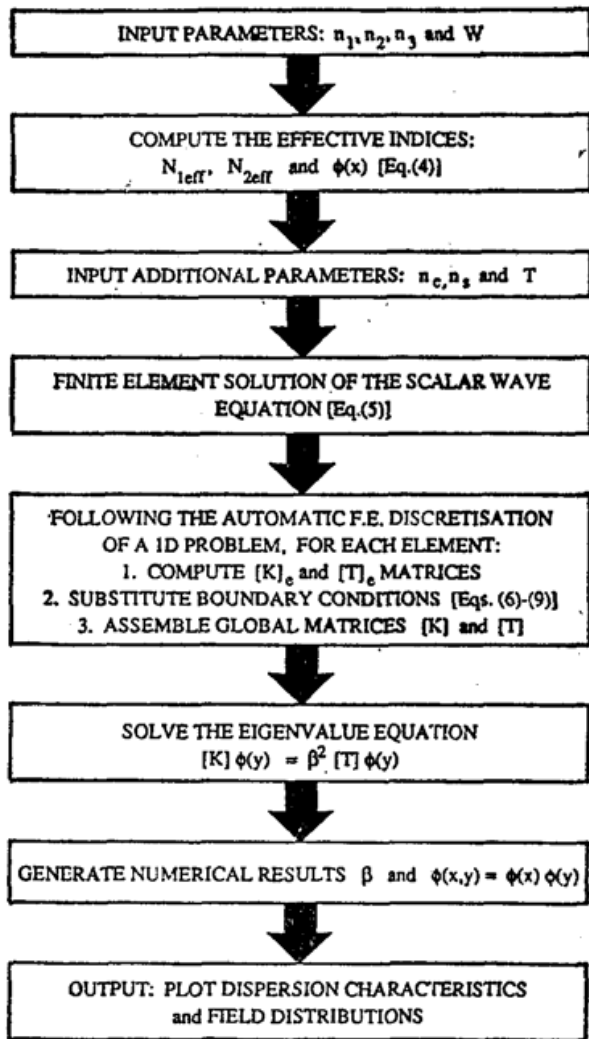


Fig. 3 Flowchart of the numerical algorithm used for the solution of stripe MQW guides

最后, 这种算法要对给定波导中实际传播的所有模式给出 β 值和场强分布。模式的数目主要由折射率值(实际上, 经常就是 n_1 和 n_3) 所决定。正如 Koshiba 等人^[17] 所指出的那样, 标量有限元分析和矢量有限元法^[14, 15] 不同, 它没有伪模。因此, 用第二部分描述的技术所得到的全部本征值将代表实际的有物理意义的解。

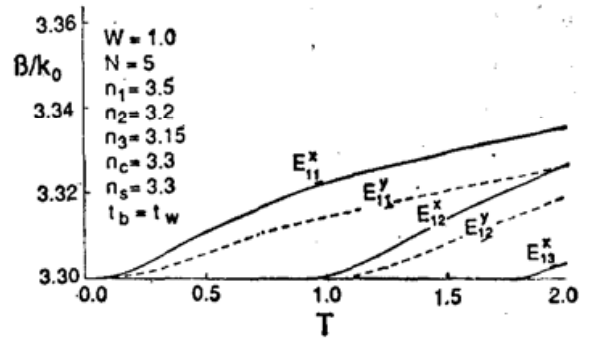


Fig. 4 Modal dispersion characteristics for a symmetric 6-well stripe guide, with $W=1 \mu\text{m}$

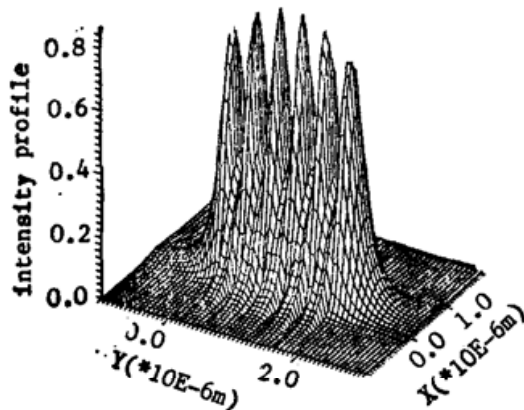


Fig. 5 Surface plot of the E_x component intensity for an E_{11}^x mode, shown in Fig. 4

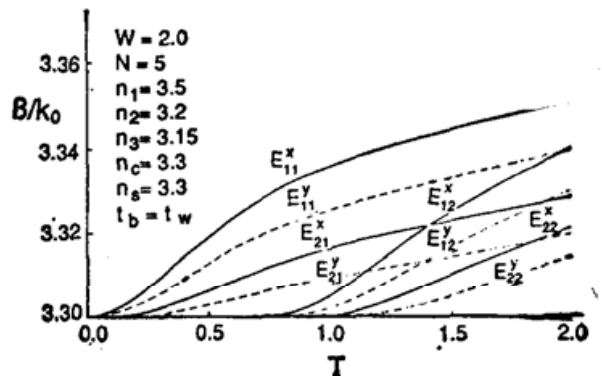


Fig. 6 Modal dispersion characteristics for a symmetric 6-well stripe guide, with $W=2 \mu\text{m}$

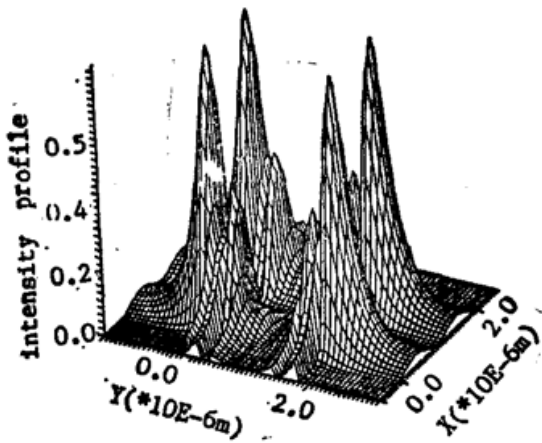


Fig. 7 Surface plot of the E_x component intensity for an E_{22}^z mode, shown in Fig. 6

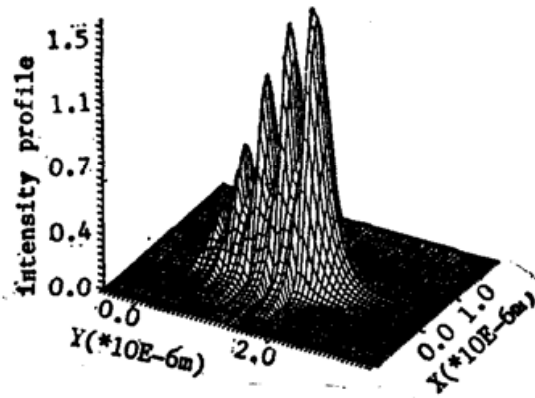


Fig. 9 Surface plot of the E_x component intensity for an E_{11}^z mode, shown in Fig. 8

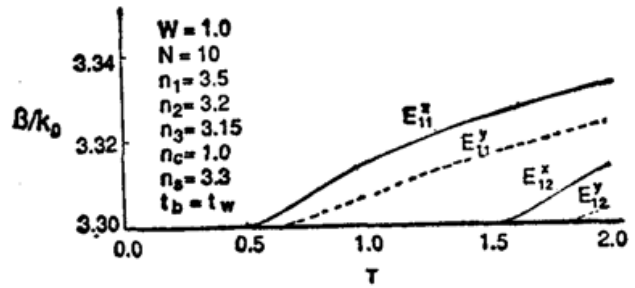


Fig. 8 Modal dispersion characteristics for an asymmetric 6-well stripe guide, with $W=1\mu\text{m}$

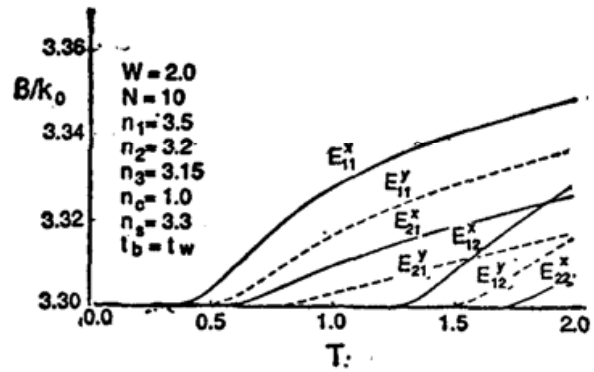


Fig. 10 Modal dispersion characteristics for an asymmetric 6-well stripe guide, with $W=2\mu\text{m}$

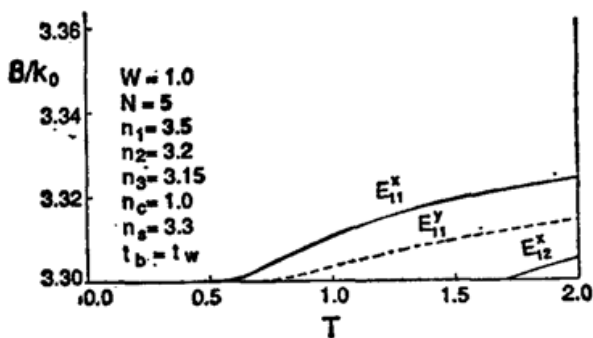


Fig. 11 Modal dispersion characteristics for a symmetric 11-well stripe guide, with $W=1\mu\text{m}$

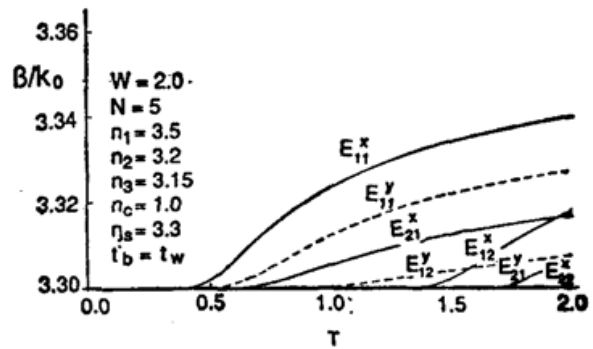


Fig. 12 Modal dispersion characteristics for a symmetric 11-well stripe guide, with $W=2\mu\text{m}$

四、数值结果

利用上述数值方法分析任意阱数(N)和不同波导区宽度(W)的多量子阱条形波导结构,在对称以及非对称两种结构中,对 E_{mn}^x 模和 E_{mn}^y 模计算模态强度分布和传播常数。

对于 $W=1\mu\text{m}$ 和 $W=2\mu\text{m}$, 选择 6 个量子阱和 11 个量子阱(或分别为 5 个势垒和 10

个势垒)的波导。所有对称结构,参数 $n_1=3.5$, $n_2=3.2$, $n_3=3.15$ 和 $n_c=n_s=3.3$; 所有非对称结构,除 $n_c=1$ 外,其余参数保持不变。在所有情况下,势阱和势垒的宽度都相同。本文所用的这些数值是代表 GaAs-GaAlAs 多量子阱条形波导的典型参数。而对于具有几乎任意材料性质的其它波导几何形状,也很容易求得其传播特性。这主要是由于有效折射率法和有限元法的固有适应性强。为了方便起见,所有色散特性都用波导有效折射率(β/K_0)表示,并在图中以波导深度 $T(\mu\text{m})$ 的函数给出。激光波长固定在 $\lambda=1.15\mu\text{m}$ 。图中模态分布都是分量强度。为便于参考,在图 5、图 7 和图 9 中,表面和波导子区域之间的界面位于这些图的 $y=2\mu\text{m}$ 处。

对称的 6 个阱的波导($W=1\mu\text{m}$),其色散特性表示在图 4; 而 E_{11}^x 模的 E_x 分量,其表面图表示在图 5。图 6 表示波导宽度(W)增加到 $2\mu\text{m}$ 时的结果(八个模式),图 7 是该结构 E_{22}^x 模的 E_x 分量强度分布的表面图。这个模式的强度峰可容易地分辨出在 x 方向有两行; 在 y 方向有两组峰,每组为三个峰。同预料的一样,每行给出总共 6 个峰,即每个势阱给出一个峰。图 8 和图 10 是分别为 $W=1\mu\text{m}$ 和 $W=2\mu\text{m}$ 时,非对称 6 个阱的 MQW 条形波导的结果, E_{11}^x 模的 E_x 分量强度分布的表面图(图 9)清晰地说明非对称结构($n_c=1.0$)波导的表面特征。图 11 和图 12 也是由非对称条波导得到的,不过这是有 11 个阱的波导($W=1\mu\text{m}$ 和 $W=2\mu\text{m}$)。

从图 4~图 12 可以得出下列几点结论:

- (a) 增加阱的数目和减小 n_c 的数值,对传播特性有相同的影响,
- (b) 这些影响可用较宽的波导区加以抵消,
- (c) 在观察到的多层结构中, E_{mn}^x 模曲线和 E_{mn}^y 模曲线并不会聚,与单层波导相比,多量子阱条形波导显然呈现出一种“模式双折射”。

进一步的观察,需要实验以及其它数值方法的密切配合。

五、结 论

本文对得到多量子阱条形光波导解提出了一种新技术。它是基于有效折射率法和有限元法的结合。利用有效折射率法克服了有限元法在分析量子阱数目很大的二维结构时产生的困难。本技术具有高精度和高适应性。

虽然本方法是求解标量波动方程,但对任意截面的多量子阱波导中的任何模式,均可容易得到传播常数以及场强分布。与矢量波动方程或变分原理的算法相比,可比较简单地几乎任何一种计算环境下实现本技术,而且也可容易地与各种软件包连接,实现计算结果的后处理。

预计这些结果可对收集到的实验数据进行计算机验证,以便最后对多量子阱结构的波导和器件研制出计算机辅助设计的软件。

参 考 文 献

- [1] P. L. Derry, H. Z. Chen *et al.*; *J. Vac. Sci. Technol. B*, 1988, **6**, No. 2, 689~691.
- [2] J. L. Jewell, Y. H. Lee *et al.*; *Opt. Eng.*, 1990, **29**, No. 3, 210~214.
- [3] J. E. Zucker, K. L. Jones *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **55**, No. 22, 2280~2282.
- [4] D. A. B. Miller, D. S. Chemla *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1984, **45**, No. 1, 13~15.
- [5] T. H. Wood; *J. Lightwave Technol.*, 1988, **LT-6**, No. 6, 743~757.
- [6] A. Von Lehmen, D. S. Chemla *et al.*; *Opt. Lett.*, 1986, **11**, No. 10, 609~611.
- [7] S. Ohke, T. Umeda *et al.*; *Opt. Commun.*, 1985, **56**, No. 4, 235~239.
- [8] I. M. Skinner, R. Shail *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1989, **QE-25**, No. 1, 6~11.
- [9] O. Ohke, T. Umeda *et al.*; *Opt. Commun.*, 1989, **70**, No. 2, 92~96.
- [10] A. P. Zhao, B. L. Weiss; "Finite Element Analysis of Planar MQW Waveguides". Submitted for publication to *J. Lightwave Technol.* (1990).
- [11] B. L. Weiss, A. P. Zhao; "The Influence of Well Shape on the propagation Characteristics of Multi-quantum Well Waveguides". Accepted for publication in *IEEE Photonics Technology Lett.* (1990).
- [12] G. B. Hocker, W. K. Burns; *Appl. Opt.*, 1977, **16**, No. 1, 113~118.
- [13] J. Buus; *IEEE J. Quantum. Electron.*, 1984, **QE-20**, No. 10, 1106~1109.
- [14] G. Sewell and S. R. Cvetkovic; *Int. J. Advances in Engineering Software*, 1989, **11**, No. 4, 169~175.
- [15] B. M. A. Rahman and J. B. Davies; *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, 1984, **MTT-32**, No. 1, 20~28.
- [16] K. S. Chiang; *J. Lightwave Technol.*, 1986, **LT-4**, No. 8, 980~990.
- [17] M. Koshiha, K. Hayata *et al.*; *Electron. Lett.*, 1982, **18**, No. 10, 411~413.
- [18] 赵安平, 于荣金; 《光学学报》, 1989, **9**, No. 2, 175~180.

Analysis of stripe MQW waveguides with effective index and finite element methods

ZHAO ANPING AND YU RONGJIN

(Changchun Institute of Physics, Academia Sinica, Changchun 130021)

(Received 6 November 1990; revised 2 January 1991)

Abstract

This paper presents a new algorithm for fast and accurate analysis of stripe Multiple Quantum Well (MQW) waveguides. The technique is based on the combination of effective index and finite element methods. First, the stripe MQW structure is replaced by an equivalent planar waveguide, using the effective index method to derive the refractive index profile of the planar guide from the original problem. The propagation constants and field intensity profiles of E_{mn}^{σ} and E_{mn}^{ν} modes for the equivalent structure are then calculated with the finite element method. The results obtained with this technique are given for both the symmetric as well as asymmetric stripe MQW structures with an arbitrary number of wells and different values of the width.

Key words: stripe multiple quantum well waveguides, finite element method, effective index method.