

无源空心波导谐振腔横模模式的竞争与转换

符昌海 周建英 李庆行 余振新
(中山大学激光与光谱学研究所, 广州 510275)

提 要

本文提出并采用非对角化的分析法研究无源空心波导谐振腔横模模式间的竞争与转换。从计算 EH_{1m} 类波导本征模在腔内的转换矩阵中发现: 在模式的传输过程中, 存在着横模模式间的相互转换, 而且其互换的能量不相等。在一定的腔设计条件下, 会出现高阶横模向低阶横模的能量净流动, 这有利于谐振腔横模模式的选择和基模输出功率的提高。

关键词: 波导谐振腔, 竞争, 转换。

一、引 言

通常简单而又实用的横模选择方法, 是在腔内放置一个适当孔径的光阑, 以减小有效的费涅尔数, 使腔内损耗增加从而达到选模目的。若腔内选用一个适当内径和长度的空心波导管(毛细管)代替光阑作为横模选择元件, 则在实验上发现其横模模式选择能力增强, 输出能量增加^[1]。腔内光阑选模是高级横模被纯粹“滤”去, 而用毛细管代替选模, 是否存在高、低级模间的转换, 是否其互换的能量相等? 并且其对激光的输出能量有何影响等问题。

本文将采用非对角化的分析法, 对无源空心波导谐振腔横模模式间的竞争与转换进行研究, 并得出一些有益的结果。

二、计算原理与计算公式

对无源空心波导模式在 $(\lambda/a) \ll 1$ 下, Marcatili 和 Schmeltzer 已作了详细讨论^[2]。当考虑到含有偏振光学元件(如光栅或布儒斯特窗)的谐振腔时, 仅存在低级, 圆对称和线偏振

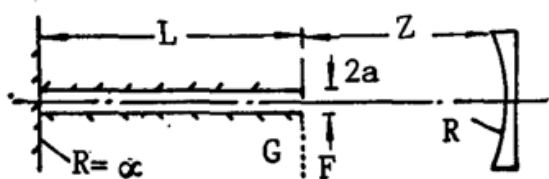


Fig. 1 Half-symmetric Resonator Geometry

的混杂模 EH_{1m} 。把波导谐振腔模用一组正交归一的 EH_{1m} 模表示是允许的。由于随着模阶数 m 的增大, 其波导损耗迅速加大, 故取有限个波导混杂模 EH_{1m} 就足以描述波导谐振腔模。

为了简明又不失普遍性, 选用图 1 所示结构进行计算研究。据空心腔的特点, 可以在波导口至反射镜自由空间的场传播用菲涅耳-基尔霍夫衍射积分处理, 而在波导内用波导本征模描述。故在 $0 < (r/a) < 1$ 上其强度用标量函数表示^[2]

$$u_m(r) = AJ_0(u_{1m}r/a), \quad (1)$$

式中 u_{1m} 为 $J_0(u_{1m})$ 的零根, $A = [\sqrt{\pi} J_1(u_{1m})]^{-1}$ 为归一化常数。因此, 在图 1 所示的腔内 EH_{1m} 模式往返一次的传输转换矩阵为:

$$\left. \begin{aligned} O_{ij} &= GG(i, k)FG(k, l)FF(l, m)GF(m, j), \\ GG(i, k) &= \delta_{ik} \exp \left\{ -\frac{i_0 u_{ik}^2}{2\pi(a^2/\lambda L)} \left[1 - \frac{i_0 V_n}{\pi(a/\lambda)} \right] \right\}, \\ FG(k, l) &= 2\pi \Delta^2 (l-1) u_k(r_l), \\ GF(m, j) &= u_j(r_m), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $FG(k, l)$ 为由波导口外向内的转换矩阵, $GG(i, k)$ 为在波导内传输的转换矩阵, $GF(m, j)$ 为由波导口内向外的转换矩阵, $FF(l, m)$ 为波导口与反射镜自由空间的转换矩阵。当 $g \neq 0$ 时,

$$\begin{aligned} FF(l, m) &= -i_0 \frac{\pi}{g} (m-1) \Delta^2 \left(\frac{a^2}{\lambda z} \right) J_0 \left[\frac{\pi}{g} \Delta^2 (m-1) (l-1) \left(\frac{a^2}{\lambda z} \right) \right] \\ &\quad \cdot \exp \{ i_0 \pi \Delta^2 [(l-1)^2 + (m-1)^2] [1 - (1/2g)] (a^2/\lambda z) \}; \end{aligned} \quad (3)$$

当 $g=0$ 时,

$$FF(l, m) = \delta_{lm} (-i_0) \exp [i_0 \pi (a^2/\lambda z) \Delta^2 (l-1)^2], \quad (4)$$

式中 $l, m=1, N$ (N 是波导口内径的分割数); $i, j, k=1, M$ (M 是 EH_{1m} 模的阶数); $\Delta = (N-1)^{-1}$; $r_{m(i)}$ 为波导口内径的分割数; $g = 1 - (z/R)$; $V_n = (1/2)(V^2+1)(V^2-1)^{-1/2}$, V 为波导壁的复折射率; λ 为波长, i_0 为复标, 其他参数见图 1 所示。

根据波导谐振腔的特点, 又因 EH_{1m} 模是在波导内的本征模, 故其往返一次后就能够自洽, 即

$$V^{(G4)} = \lambda V^{(G0)}. \quad (5)$$

对传输转换矩阵展开为

$$\sum_{k=1}^M O_{jk} V_k^{(G0)} = \lambda_k V_k^{(G0)}, \quad (j=1, M) \quad (6)$$

式中 λ_k 为矩阵 O_{jk} 合适的本征值。由矩阵 O_{jk} 可获得以下参量:

EH_{1m} 模的谐振腔损耗

$$\delta_m = 1 - |\lambda_m|^2, \quad (7)$$

EH_{1m} 模从 EH_{1k} 模中获取的净相对能量:

$$P_{mk} = |O_{mk}|^2 - |O_{km}|^2, \quad (m \neq k) \quad (8)$$

通过对 δ_m 的计算, 能获知在谐振腔模式输出时, 第 m 个模应有的贡献, 由此可预知模式间的竞争选择性; 而 P_{mk} 反映了各横模间的能量转换关系。当 $P_{mk} > 0$ 时, 意味着第 m 个模式可从第 k 个模式中获取净能量增加; 若 $P_{mk} < 0$, 则反之; 若 $P_{mk} = 0$ 则说明模式互换的能量相等。该判断方法是根据 O_{ij} 的物理意义而由本文首次提出的非对角化分析方法, 它避免了通常采用的矩阵对角化法^[2,3]而引起的信息损失, 能够更详细地探讨模式在腔内传输过程中的相互作用等。

三、结果与讨论

对含有光学线性偏振元件的无源波导谐振腔来说, 仅有较低阶的混杂模 EH_{1m} 存在。若

波导材料是无损耗介质,则当取 $V = \sqrt{3}$ 即 $V_n = \sqrt{2}$ 时, EH_{1m} 模有最小漏模损失。本文选用的部分计算参数如下

$$(a/\lambda) = 75, \quad (9)$$

$$0.1 < (a^2/\lambda L) < 1.0. \quad (10)$$

这些参数是符合一般谐振腔的实验选值,如 $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ 的 CO_2 波导激光器就意味着波导直径为 1.5 mm 。又波导激光器一般工作在 $(a^2/\lambda L) \leq 1$ 上。因此,可以通过计算常用的共心 ($z = R$) 和共焦 ($z = 0.5R$) 谐振腔来分析讨论横模模式的竞争、选择性和其能量相互转换的过程。

图 2 的曲线显示在共心波导谐振腔中 EH_{13} 模分别从其他 EH_{1m} 模获取的能量随菲涅耳数 $N = (a^2/\lambda L)$ 的变化情况(其计算参数如图 2 所示,其中 $B = (\pi\omega_0^2/\lambda)$, $\omega_0 = 0.6345 a^{(5)}$)。从中可知, EH_{11} 模从 EH_{13} 模获得的转换能量最多,这对提高基模 EH_{11} 的能量输出有利。当模阶数 $m > 3$ 时, $P_{3m} > 0$, 这意味着高阶横模向低阶横模有净的相对能量流动。初步分析作者认为是由于在波导口处的 EH_{1m} 模与自由空间场的耦合因衍射程度不同所致。

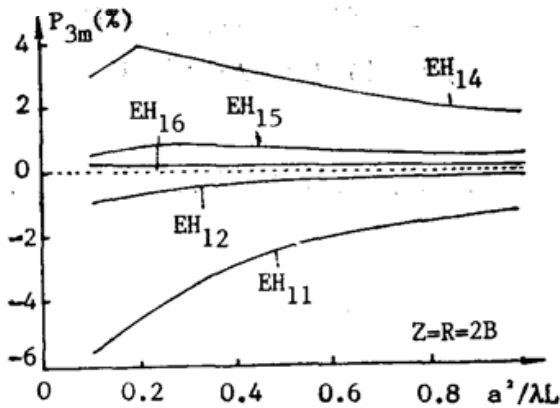


Fig. 2 The curves of EH_{13} mode energy to exchange other EH_{1m} modes in concentric waveguide resonator, respectively

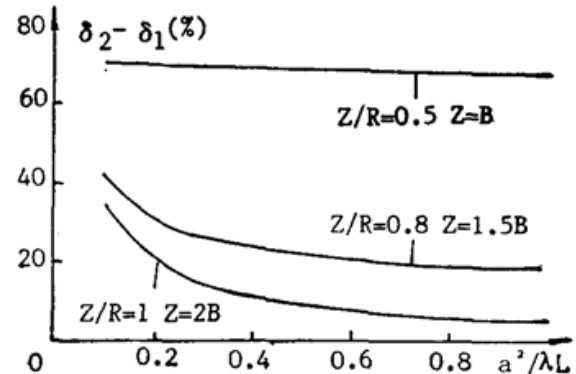


Fig. 3 The margin of EH_{11} resonator loss (δ_1) and EH_{12} resonator loss (δ_2) in 3 case

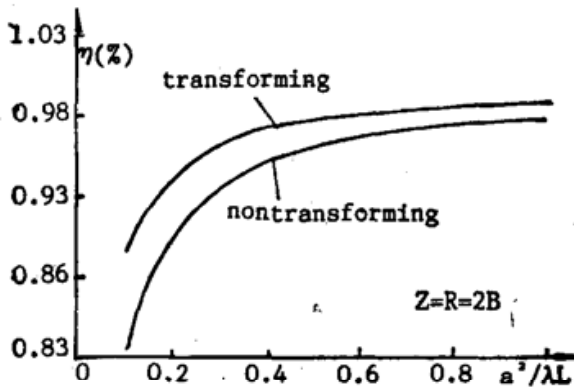
图 3 表示三种波导谐振腔的 EH_{11} 模和 EH_{12} 模谐振腔损耗差 ($\delta_2 - \delta_1$) 随菲涅耳数 $N = (a^2/\lambda L)$ 的变化关系,由于 $(\delta_2 - \delta_1)$ 愈大,说明

其腔的竞争选择性愈强,从图 3 可见,共焦腔的 $(\delta_2 - \delta_1)$ 比其他两种的 $(\delta_2 - \delta_1)$ 均大得多,并且其随 N 的变化不大,这意味着若要获得良好的模式输出,选用共焦腔作为谐振腔较好。

图 4 表明 EH_{11} 模在共心腔内存在与其他 EH_{1m} 模转换和不存在转换的输出相对能量。从图 4 可得出,正是由于存在高阶 EH_{1m} 模向基模 EH_{11} 的转换才能使得它的输出相对能量提高。

Fig. 4 Output energy (η) of EH_{11} mode in concentric waveguide resonator

上述的计算结果表明:在含有线性偏振光学元件的无源空心波导谐振腔里,不仅不同设计条件下谐振腔的竞争选择性不同,而且,在其



横模模式往返传输的过程中,存在着模式间的相互转换,其互换的能量可以不相等,出现了模式间能量净流动。从模式的竞争与转换意义说明:通过有效的模式转换,控制和提高基模的输出功率。

参 考 文 献

- [1] J. Y. Zhou *et al.*; *Opt. Commun.*, 1989, **74**, No. 1/2 (Dec), 75~78.
- [2] R. L. Abrams *et al.*; *Appl. Opt.*, 1974, **13**, No. 9 (Sep), 2117~2125.
- [3] J. J. Degnan *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1973, **QE-9**, No. 9 (Sep), 901~910.
- [4] E. A. Marcatili *et al.*; *Bell Syst. Tech. J.*, 1983, **14**, 1783.
- [5] 周炳琨等;《激光原理》, (国防工业出版社, 北京, 1980), 399.

Transverse mode competition and transformation in waveguide resonators

FU CHANGHAI, ZHOU JIANYING, LI QINGHANG AND YU ZHENXEN
(*Institute of Laser and Spectroscopy, Zhongshan University, Guangzhou 510275*)

(Received 16 January 1990; revised 27 November 1990)

Abstract

The nondiagonalization method is proposed for analyzing competition and transformation of the transverse modes in hollow waveguide resonators. From calculating transformation matrix of propagation for the EH_{1m} modes, we find that the energy of transverse modes of EH_{1m} can be transformed from each other, and the energy transformation is in general unequal. It is shown that the lowest order transverse mode (EH_{11}) is favoured when the cavity parameters are correctly chosen.

Key words: waveguide resonator, competition, transformation,