

喇曼自由电子激光器实验的数值模拟

束小建 杨震华 王泰春 田世洪

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

陈基忠 王明常 陆载通 王之江

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

提 要

本文采用基于单粒子理论的 CAGFEL 程序, 对中国科学院上海光学精密机械研究所(简称上海光机所)喇曼自由电子激光器的近期实验结果进行了数值模拟, 计算表明, 当电子能量 $E_e = 0.5 \text{ MeV}$, 能散度 $\Delta\gamma/\gamma = 6\%$ 和发射度 $\epsilon = 0.06(\pi) \text{ rad}\cdot\text{cm}$ 时, 器件的峰值功率高达 24 MW , 对应的辐射增长率为 120 dB/m , 效率为 6.1% 。

关键词: 喇曼自由电子激光器; 数值模拟。

一、前 言

当前, 在各类具有中等电子能量(1 MeV 左右)的自由电子激光器(FEL)中, 工作在高增益区域。从超辐射开始放大的喇曼自由电子激光器是最为成功而且具有代表性的, 其最高峰值功率达 75 MW , 电子束能量抽取效率达到 6% ^[1]; 行波自由电子激光放大器也实现了高空间增长速率(1.2 dB/cm), 高功率(17 MW)以及较高效率(3%)^[2]。国内类似的实验研究工作早已开展, 中国科学院上海光学精密机械研究所近期报道的 1.19 m 相互作用区长度超辐射结构的喇曼自由电子激光器的输出功率达到了 12 MW , 电子束能量抽取效率 3.7% ^[3]。由于喇曼自由电子激光器采用强流脉冲电子束、摆动器磁场的横向梯度分布以及电子束有限尺寸的误差因素 加以因光波波长与波导尺寸相比拟形成的自由电子激光器波导问题、引导磁场带来的电子轨迹问题等, 使通过理论分析研究喇曼自由电子激光器的输出特性变得较为困难。实验中, 通常是采用改变实验参数(如引导磁场强度 B_0 , 摆动磁场强度 B_w 等)的方法, 来寻找最佳的功率输出。此方法的实验周期是较长的, 且略带点盲目性, 尤其是对于实验结果中某些奇异部分 很难进行准确地判断, 因此发展一种强流毫米波圆柱波导自由电子激光放大器的数值模拟技术, 对开展实验研究是具有现实的指导意义的。

二、CAGFEL 程序简介

CAGFEL 程序^[4]采用单粒子理论, 计入引导磁场但不考虑空间电荷效应。对应的电磁场横向分布采用圆柱波导模, 电磁场振幅方程保留至二阶导数项, 且考虑了电子束对电磁场

的极化效应。由于电子运动方程为考虑电磁场作用的完整洛伦茨(Lorentz)力方程,因此,它可以精确地研究圆柱波导自由电子激光放大器的基本规律。它与 ARACHNE 程序^[5]的计算结果符合得很好^[4]。程序中有关方程采用的螺旋坐标为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= \cos K_w z \mathbf{e}_x + \sin K_w z \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_2 &= -\sin K_w z \mathbf{e}_x + \cos K_w z \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{e}_3 &= \mathbf{e}_z, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $K_w = 2\pi/\lambda_w$, λ_w 为摆动器周期,摆动磁场 $\mathbf{B}_w(\mathbf{r})$ 和引导磁场 \mathbf{B}_0 分别为

$$\mathbf{B}_w(\mathbf{r}) = 2B_w(z) \left[\left(\frac{I_1}{\lambda} + I_2 \cos^2 \chi \right) \mathbf{e}_1 + \frac{I_2}{2} \sin 2\chi \mathbf{e}_2 + I_1 \sin \chi \mathbf{e}_3 \right], \quad (2)$$

$$B_w(z) = B_w \begin{cases} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{N_w \lambda_w} \right), & 0 \leq z \leq N_w \lambda_w \text{ (入口区)} \\ 1, & z > N_w \lambda_w \text{ (常数区)} \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_3, \quad (4)$$

式中 $\alpha = \theta - K_w z$, $\lambda = K_w r$, $I_1(\lambda)$ 和 $I_2(\lambda)$ 分别为一阶和二阶虚宗量贝塞耳函数。 $B_w(z)$ 为摆动器磁场振幅。电磁场展开为波导模的迭加,由于实际计算中,一般只算 TE₁₁ 模,因此只给出 TE 模的有关公式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2} \sum_{l,n} A_{l,n} [T_l^{(+)} \mathbf{e}_1 + W_l^{(+)} \mathbf{e}_2], \\ T_l^{(\pm)} &= F_l^{(\pm)} \sin \varphi_l + G_l^{(\pm)} \cos \varphi_l, \\ W_l^{(\pm)} &= F_l^{(\pm)} \cos \varphi_l - G_l^{(\pm)} \sin \varphi_l, \\ F_l^{(\pm)} &= J_{l-1}(K_{ln} r) \cos(l-1)\chi \pm J_{l+1}(K_{ln} r) \cos(l-1)\chi, \\ G_l^{(\pm)} &= J_{l-1}(K_{ln} r) \sin(l-1)\chi \pm J_{l+1}(K_{ln} r) \sin(l-1)\chi, \\ \varphi_l &= \varphi_0 + \int_0^z \left(K + lK_w - \frac{\omega}{v_3} \right) dz, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中 J_{l-1} 和 J_{l+1} 是 $(l-1)$ 及 $(l+1)$ 阶贝塞耳函数。

由波动方程

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (6)$$

可得 TE 模光场方程组

$$\left. \begin{aligned} \frac{da_{ln}}{dz} &= \Gamma_{ln} a_{ln}, \\ \frac{d\Gamma_{ln}}{dz} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - K^2 - K_{ln}^2 \right) &= \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{H_{ln}}{a_{ln}} \left\langle \beta_{z0} \left(\frac{v_1 T_l^{(+)} + v_2 W_l^{(+)}}{|v_3|} \right) \right\rangle - \Gamma_{ln}^2, \\ \frac{dK}{dz} &= \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{H_{ln}}{a_{ln}} \left\langle \beta_{z0} \left(\frac{v_1 W_l^{(-)} - v_2 T_l^{(-)}}{|v_3|} \right) \right\rangle - 2K\Gamma_{ln}, \\ H_{ln} &= \frac{(\chi'_{ln})^2}{[(\chi'_{ln})^2 - l^2] J_l^2(\chi'_{ln})}, \\ \omega_p^2 &= 4\pi e^2 n_0 / m_0, \quad a_{ln} = e A_{ln} / m_0 c^2, \\ \beta_{z0} &= V_{z0} / c, \quad r = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad \theta = \tan^{-1}(y/x), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中 χ'_{ln} 是 $J_l(\chi'_{ln}) = 0$ 的根, n_0 和 V_{z0} 分别为电子数密度和其初始纵向速度, $\langle \rangle$ 符号表示对模拟电子求和,即

$$\langle F \rangle = \frac{\pi R_b^2}{\pi R_g^2} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (F_j), \quad (8)$$

式中 R_b 和 R_g 分别为电子束和波导管半径, N 为模拟电子总数. 由洛伦茨力方程可得电子动量方程(TE 模)

$$\left. \begin{aligned} v_3 \frac{dP_1}{dz} &= -\frac{1}{\gamma} [\Omega_0 - \gamma K_w v_3 + 2\Omega_w(z) I_1(\lambda) \sin \chi] P_2 + \frac{1}{\gamma} \Omega_w(z) P_3 I(\lambda) \sin 2\chi \\ &\quad - \frac{1}{2} m_0 c a_{ln} [(\omega - K v_3) W_i^{(-)} - 2K_{ln} v_2 J_l(K_{ln} r) \cos \alpha_l - \Gamma_{ln} v_3 T_i^{(+)}], \\ v_3 \frac{dP_2}{dz} &= \frac{1}{\gamma} [\Omega_0 - \gamma K_w v_3 + 2\Omega_w(z) I_1(\lambda) \sin \chi] P_1 - \frac{1}{\gamma} \Omega_w(z) P_3 [I_0(\lambda) + I_2(\lambda) \cos 2\chi] \\ &\quad + \frac{1}{2} m_0 c a_{ln} [(\omega - K v_3) T_i^{(-)} - 2K_{ln} v_1 J_l(K_{ln} r) \cos \alpha_l + \Gamma_{ln} v_3 W_i^{(+)}], \\ v_3 \frac{dP_3}{dz} &= \frac{1}{\gamma} \Omega_w(z) P_2 [I_0(\lambda) + I_2(\lambda) \cos 2\chi] - \frac{1}{\gamma} \Omega_w(z) P_1 I_2(\lambda) \sin 2\chi \\ &\quad - \frac{1}{2} m_0 c a_{ln} [K(v_1 W_i^{(-)} - v_2 T_i^{(-)}) + \Gamma_{ln}(v_1 T_i^{(+)} + v_2 W_i^{(+)})], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \Omega_0 &= \frac{eB_0}{mc}, & \Omega_w(z) &= \frac{eB_w(z)}{mc}, \\ \gamma &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \left[1 + \frac{1}{m_0^2 c^2} (P_1^2 + P_2^2 + P_3^2)\right]^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

不难得电子轨迹和相位方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} &= \frac{1}{v_3} (v_1 \cos \chi + v_2 \sin \chi), \\ \frac{d\theta}{dz} &= \frac{K_w}{\lambda v_3} (-v \sin \chi + v_2 \cos \chi - \lambda v_3) + K_w, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\frac{d\varphi_l}{dz} = K + lK_w - \frac{\omega}{v_3}. \quad (12)$$

光场方程组的定解条件, 在 $z=0$ 处, $\Gamma_{ln}=0$, 初始光场振幅由输入功率 P_{in} 确定

$$a_{ln} = \left[\frac{8e^2}{m_0^2 c^4} \frac{H_{ln}}{R_g^2} \frac{1}{\omega K} P_{in} \right]^{1/2} (\text{TE}_{ln}). \quad (13)$$

电子模拟方程组的定解条件是 $z=0$ 处电子在几何空间服从抛物线分布, 在 (v, r) 空间满足椭圆方程, 在 (γ, φ) 空间服从均匀分布的六维分布函数 $f_0(x_j, y_j, P_{1j}, P_{2j}, \gamma_j, \varphi_j)$.

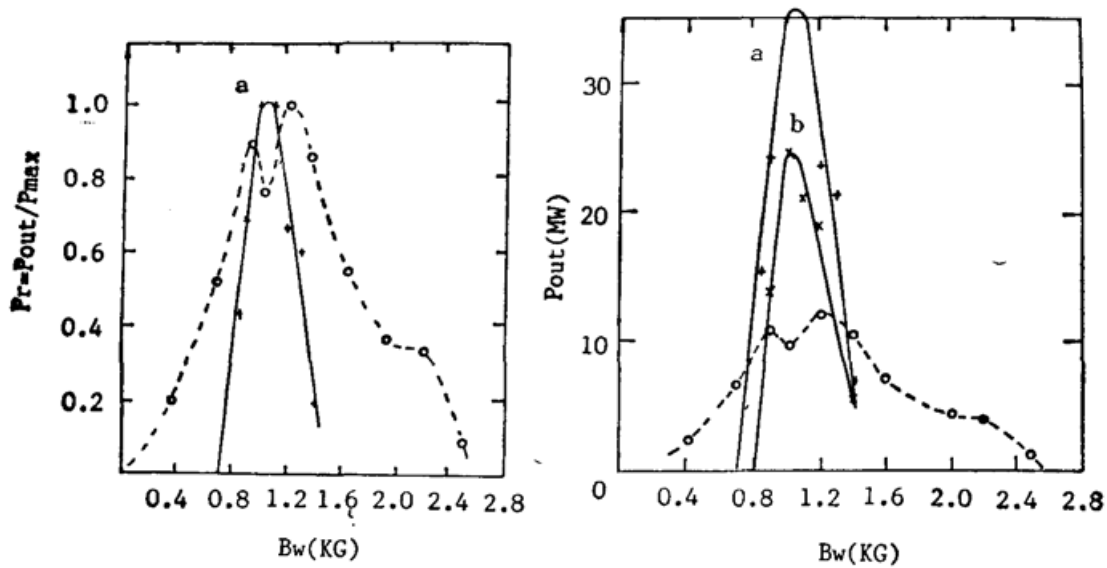
三、数值模拟

1. 物理参数

对应于上海光机所 1.19 m 相互作用区长度的喇曼自由电子激光实验结果(如图 1 所示)的有关参数见表 1. 实验测得的最大饱和功率 $P_{\max}=12 \text{ MW}$, $B_w=1.2 \text{ kG}$. 值得注意的是在 $B_w=1.0 \text{ kG}$ 处出现凹陷, 这是比较特殊的。

2. 电子能量选择

数值模拟的基本参数见表 1. 在 $B_w=1.2 \text{ kG}$ 和 $\Delta\gamma=s=0$ 的理想束条件下, 若取

Fig. 1 Dependence of B_w on radiation output power

(Dash line: measured value; solid line: simulated value; a, b represent 2 sets of parameters)

Table 1 Parameters of Physics

parameters	Experimental Value	Simulated value
λ_w (cm)	2.2	2.2
$N_w(\lambda_w)$	5	5
$N(\lambda_w)$	54	54
B_0 (kG)	10	10
E_e (MeV)	0.4	0.5
r_b (cm)	0.3	0.3
I (A)	800	800
$\Delta\gamma/\gamma$	—	3%, 6%
$\varepsilon(\pi \cdot \text{rad} \cdot \text{cm})$	—	0.03, 0.06
rad wavelength(cm)	0.5~1.2	0.8
waveguide radiw(cm)	1.0	1.0
initian incident power(W)	—	10^{-2}

$E_e=0.4\text{ MeV}$, 在 $B_0=10\text{ kG}$, $\lambda_s=0.6, 0.65, 0.7, 0.75, 0.8\text{ cm}$ 和 $\lambda_s=0.8\text{ cm}$, $B_0=9, 10, 11\text{ kG}$ 情况下, 输出功率 P_{out} 均在 1 MW 以下, 且 $P_{\text{out}} \sim z$ 曲线起伏大, 不存在指数增益区。图 2 绘出了 $\gamma=1.783$ ($E_e=0.4\text{ MeV}$), $B_w=1.2\text{ kG}$, $B_0=10\text{ kG}$ 时, 第 17 号电子的纵向速度 β_3 , 横向速度 β_1 随摆动场长度 z 的变化曲线。从图 2 中可见电子速度起伏波动很大, β_1 的峰值竟然与 β_3 的波谷值相近, 电子横向运动速度太大, 也很不稳定, 无法建立有效的自由电子激光共振放大机理, 因此微波功率始终处于低水平 ($<1\text{ MW}$), 没有得到增大和发展。

当把电子能量取为 0.5 MeV 时, 电子运动很稳定。图 3 给出 $\gamma=1.978$ ($E_e=0.5\text{ MeV}$), $B_w=1.0\text{ kG}$, $B_0=10\text{ kG}$ 时, 17 号电子速度随 z 的变化曲线。从该图可见, 电子运动轨迹清晰稳定, 与理论分析的文献 [6, 7] 结果符号。电子轨迹在 $z=50 \sim 60\text{ cm}$ 附近有较大的波动, 说明是处在饱和位置, 参见表 2。因此, 在以下的模拟计算中, 取电子能量 $E_e=0.5\text{ MeV}$ 。

3. 能散度、发射度的影响

在 $\gamma=1.978$, $B_w=1.0\text{ kG}$, 其他参数见表 1 的情况下, 取不同的能散度、发射度进行了

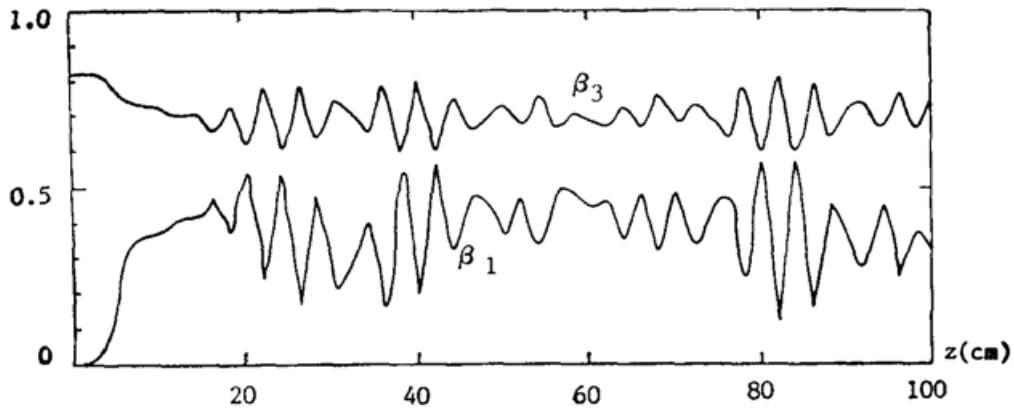


Fig. 2 Variation of No. 17 electron velocity with z when $E_0=0.4\text{MeV}$
(β_3 : longitudinal velocity; β_1 : transversal velocity)

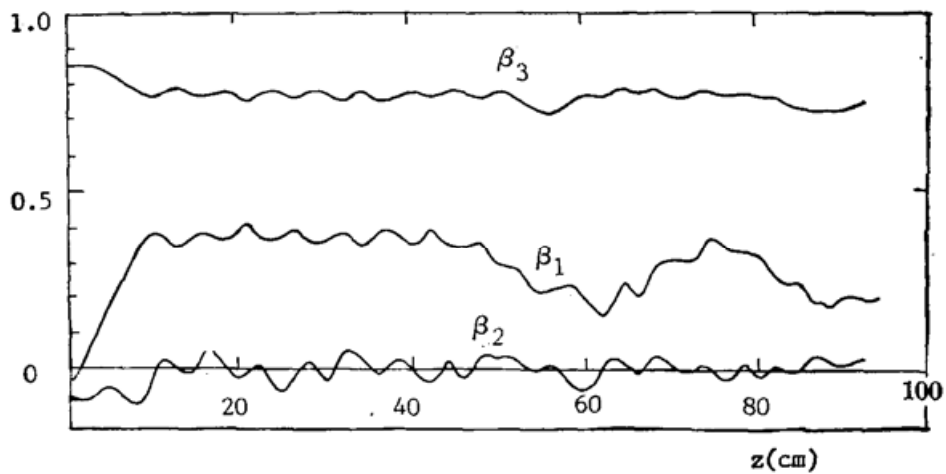


Fig. 3 Variation No. 17 electron velocity with z at $E_0=0.5\text{MeV}$

Table 2 Influences of energy divergency $\Delta\gamma$ and emittance ϵ

$\Delta\gamma$	ϵ ($\pi \cdot \text{rad} \cdot \text{cm}$)	saturated position (cm)	saturated power (MW)	efficiency (%)	growth rate (dB/m)
0.0593	0.03	52	35.2	8.8	150
0.1186	0.03	62	30.4	7.6	130
0.1186	0.06	64	24.5	6.1	120

数值模拟计算, 结果见表 2 和图 4。从中可以看出, 能散度或发射度增大, 饱和功率、效率和增益都下降, 饱和位置推迟。能散度对饱和位置从而对增益系数的影响更大。从表 3 所列数据也能看到上述现象。

此外, 考虑到能散度和发射度对 $P_{\text{out}} \sim B_w$ 曲线的影响, $\Delta\gamma=0.0593$, $\epsilon=0.03(\pi)\text{rad} \cdot \text{cm}$ 和 $\Delta\gamma=0.1186$, $\epsilon=0.06(\pi)\text{rad} \cdot \text{cm}$ 两种情况下进行数值计算得到了两条 $P_r \sim B_w$ 曲线, 如图 5 所示。两者差异甚小, 能散度和发射度对 $P_r \sim B_w$ 曲线即失谐曲线影响不大。失谐曲线主要由共振关系决定, 能散度和发射度影响其幅值即影响最大饱和功率值, 对失谐曲线的形状没有大的影响。

4. 饱和功率 P 随 B_w 的变化

本文取二套参数进行了数值模拟, 第一套参数 $\Delta\gamma=0.0593$, $\epsilon=0.03(\pi)\text{rad} \cdot \text{cm}$; 第二套参数 $\Delta\gamma=0.1186$, $\epsilon=0.06(\pi)\text{rad} \cdot \text{cm}$, 结果见表 3 和图 1。比较图 1(a) 和图 1(b) 所给

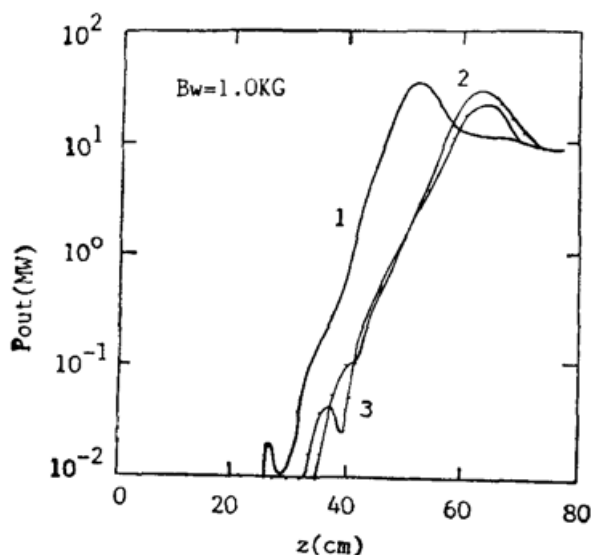


Fig. 4 Dependence of laser output power P_{out} on $\Delta\gamma$ and ϵ

(curves 1, 2, 3 are responding to the 3 conditions indicated in Table 2)

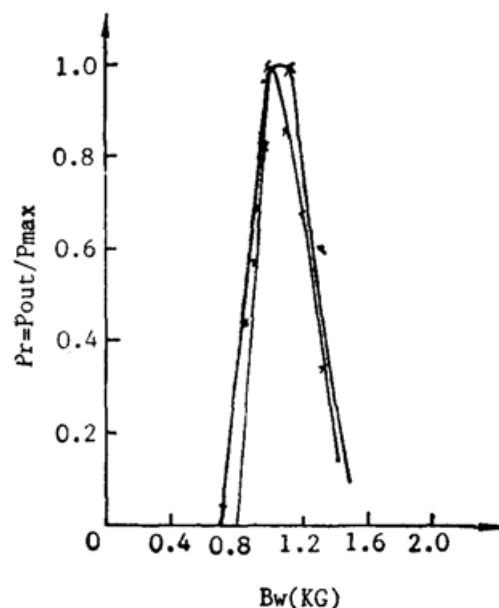


Fig. 5 Dependence of mis-match curve $P_r - B_w$ on $\Delta\gamma$ and ϵ

Table 3 Influence of variation of B_w on laser output power

B_w (kG)	Saturated position(cm)		saturated power (MW)		efficiency(%)	
1.4	58	62	6.88	5.76	1.7	1.4
1.3	56		21.3		5.3	
1.2	58	54	23.6	18.9	5.9	4.7
1.1	50	64	35.2	21.2	8.8	5.3
1.0	52	64	35.2	24.5	8.8	6.1
0.9	66	98	24.3	13.9	6.1	3.5
0.85	80		15.4		3.8	
0.8*		66		0.0096		0.002
0.7*	70		0.04		0.01	

* Represent the case of un-saturated.

出的计算曲线与实验曲线的差异,除了实验曲线的凹陷*,两者在一定程度上是符合的,尤其是计算曲线和实验曲线峰值位置相差不大。与模拟曲线相比,实验曲线分布较宽,变化较缓,这可能是由空间电荷效应、多模效应等加宽机理引起的。此外,自由电子激光实验难度很大,扰动和不稳定性很难消除,重复性不是很好,实测参量 γ 、 B_0 、 $\Delta\gamma$ 、 ϵ 等均有一定范围的漂移,这些都会使实测曲线加宽。

模拟计算得到的最大输出功率在二套参数下都落在 $B_w = 1.0$ kG 处,与实验值 $B_w = 1.2$ kG 相差不大。取较大的能散度 $\Delta\gamma = 0.1186$, 较大的发射度 $\epsilon = 0.06(\pi)\text{rad}\cdot\text{cm}$, 得到的最大输出功率为 24 MW, 与实验测得的 12 MW 相比高一倍。图 6 给出了当 $B_w = 0.9$ 、1.0、1.2 kG 时的激光功率随 z 变化的曲线。由于电子束流强度很高(800 A), 因此,空间增长率高达 150 dB/m 左右,对应的指数增益区较短,只有 30 cm 左右,饱和位置均在 $z = 60$ cm (含过渡区)附近,详细结果见表 3。取增大一倍的能散度和发射度 $\Delta\gamma = 0.1186$, $\epsilon = 0.06$, 最大输出功率为 24 MW, 比实验值高一倍,空间增长率为 120 dB/m 左右,饱和位置在 65 cm 附近。如果取再大一些的能散度、发射度,饱和功率将进一步下降,饱和位置进一步推

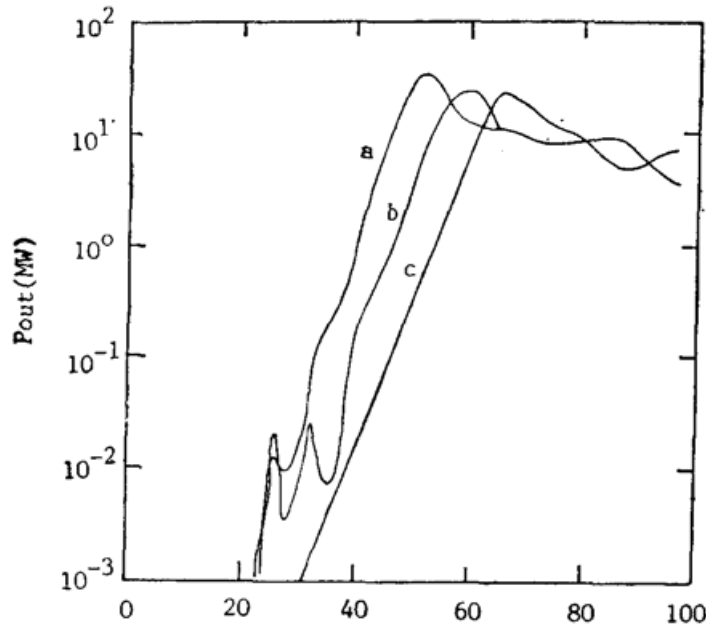


Fig. 6 Variation of laser output power with $P_{out} s$ at $\Delta\gamma \leq 0.0593$, $\varepsilon = 0.03 (\pi) \text{ rad} \cdot \text{cm}$
 (a: $B_w = 1.0 \text{ kG}$, b: $B_w = 1.2 \text{ kG}$, c: $B_w = 0.9 \text{ kG}$)

迟,可望与实验值符合得更好。此外,若引进空间电荷效应修正因子,可以使输出功率下降,饱和位置推迟从而使之接近实验值。

四、结 论

为了获得在摆动磁场和引导磁场联合作用下较为稳定的电子运动轨迹,在本文的数值模拟中取电子能量 $E_e = 0.5 \text{ MeV}$ (略高于 0.4 MeV 的实验值)。初始入射功率 $P_{in} = 0.01 \text{ W}$ (相当于自发辐射放大),其它参数均采用实验参数,用 CAGFEL 程序对上海光机所近期完成的 1.19 m 相互作用区长度的喇曼自由电子激光实验进行了数值模拟计算。结果表明,在相当大的能散度和发射度取值范围内 ($\Delta\gamma/\gamma \leq 6\%$, $\varepsilon \leq 0.06 (\pi) \text{ rad} \cdot \text{cm}$),器件同时具有高空间增长率 ($\geq 120 \text{ dB/m}$) 和高输出功率 ($P_{max} \geq 24 \text{ MW}$),比目前实验值获得的功率值至少高一倍。计算结果表明,如果能够进一步提高束流质量,实验还可以获得比目前实验值更高的功率输出。模拟计算得到的 $P_{out} \sim B_w$ 曲线变化范围较窄且没有凹陷出现,由此可以推断实验曲线中的凹陷很大可能是由于实验误差或不稳定所致。由于实验工作量上的限制,实验点不可能很多,这种误差实是难免。整个模拟工作,从总体上来说,反映了实际的喇曼自由电子激光的输出特性。理论计算值与实验结果能够符合到这种程度,应该说是相当成功的。本工作对喇曼自由电子激光的实验研究具有实用的参考价值。

参 考 文 献

- [1] S. H. Gold *et al.*; *Phys. Fluids*, 1984, **27**, No. 3 (Mar), 746~784.
- [2] S. H. Hold *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **52**, No. (Apr), 1218~1221.
- [3] 陆载通等;《光学学报》,1989, **9**, No. 9 (Sep), 780~786.
- [4] 王泰春;《强激光与粒子束》,1990, **2**, No. 1 (Jan), 101~110.
- [5] A. K. Ganguly, H. P. Freund; *Phys. Rev. (A)*, 1985, **32**, No. 4 (Oct), 2275~2286.
- [6] L. Friedland; *Phys. Fluids*, 1980, **23**, No. 12 (Dec), 2376~2382

[7] H. P. Freund, A. K. Ganguly; *Phys. Rev. (A)*, 1983, **28**, No. 6 (Dec), 3438~3449.

Numerical simulations of Raman free-electron laser experiment

SHU XIAOJIAN, YANG ZHENHUA, WANG TAICHUN AND TIAN SHIHONG

(*Beijing Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088*)

CHEN JIZHONG, WANG MINGOHANG, LU ZAITONG AND WANG ZHIJIANG

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800*)

(Received 25 June 1990; revised 23 October 1990)

Abstract

A numerical simulation of recent experimental results of the Raman free-electron laser in Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, has been made by using CAGFEL code which is based on the single particle theory. The calculation shows that when electron energy $E_e = 0.5 \text{ MeV}$, energy spread $\Delta\gamma/\gamma = 6\%$ and emittance $\epsilon = 0.06\pi \cdot \text{rad} \cdot \text{cm}$, the peak power of the device will be as high as 24 MW with a radiation growth rate of 120 dB/m and a efficiency of 6.1%. The calculation is useful for the overall experiment of Raman free-electron laser.

Key words: Raman free-electron laser, numerical simulation.