

# 粒子场相移全息术

赖天树 谭玉山 郑文

(西安交通大学激光红外研究室, 西安 710049)

## 提 要

本文利用相移全息术记录的双曝光粒子场全息图,以改进再现图像的SNR、分辨率和对对比度。并发展了这种技术的理论,讨论了相移的引入方法,给出了实验结果,与通常的同轴和离轴双曝光结果进行了比较。

关键词: 粒子场, 相移全息术。

## 一、引 言

粒子场测量不仅在能源、动力和航空航天工业中是个极需解决的问题,而且在大气与海洋监测等科学领域中也是一个重要的研究课题。由于全息术能全场记录与再现三维空间中的粒子分布,所以在粒子场测量领域中有广泛的应用。然而,由于再现粒子图像的背景噪声大,信噪比低,使得全息图的全自动分析有困难,限制了全息术在粒子场测量中的广泛应用。多年来,人们一直在寻求消除背景噪声的方法,到目前为止,都是在全息图分析中采用数字滤波的方法。数字滤波能去掉某些小的孤立噪声,而无法消除大的噪声斑。同时,数字滤波也会滤去某些小粒子,降低系统的分辨率。本文提出一种通过改进粒子场全息图的记录方式来消去背景噪声的方法-相移全息术。

相移全息术是基于目前已广泛用于复合材料的无损检测<sup>[1]</sup>、医学细胞分析<sup>[2]</sup>、光学表面检测<sup>[3]</sup>和振动分析<sup>[4]</sup>等的相移干涉术与相移全息干涉术而发展起来的。事实上,相移的概念在文献[5]中就已萌芽并应用于流场显示。文献[5]中应用双参考光分别记录流场变化前后的两波面。再现时,通过控制两再现光束间的相对相位,就能改变干涉图的SNR和灵敏度。同时也指出了相位控制技术应用于消除粒子场全息图中的背景噪声的可能性。由于未从理论和实验上详细分析相位控制技术在粒子场测量中的应用,以致于十多年过去了,一直未能引起人们对该技术的重视。本文提出的相移全息术不同于文献[5],是用单参考光束,在全息记录阶段引入相移,光路比较简单。

## 二、相移全息术理论

相移全息术记录与再现光路如图1所示。其中 $L_3$ 和 $L_4$ 有相同的焦距 $f$ ,它们组成 $4f$ 系统,将物 $O$ 成像到 $I$ 处,采用 $4f$ 系统成像比用单透镜成像优越<sup>[6]</sup>。 $PZT$ 为压电陶瓷相移器。

设一粒子位于物面  $O$  上, 具有截面几何  $A(x_0, y_0)$ , 被具有相位为  $\phi$ , 振幅为  $B$ , 波长为  $\lambda$  的准直光垂直照明, 即照明光为  $Be^{i\phi}$ 。由 Huygens-Fresnel 公式及透镜的相位变换公式可导出记录面  $H$  上的物光复振幅为<sup>[6]</sup>:

$$\psi(x, y) = -Be^{i\phi} \exp[ik(4f-z)] \left[ 1 + \frac{1}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} A(x_0, y_0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z} [(x_0+x)^2 + (y_0+y)^2] I\right\} dx dy \right], \quad (1)$$

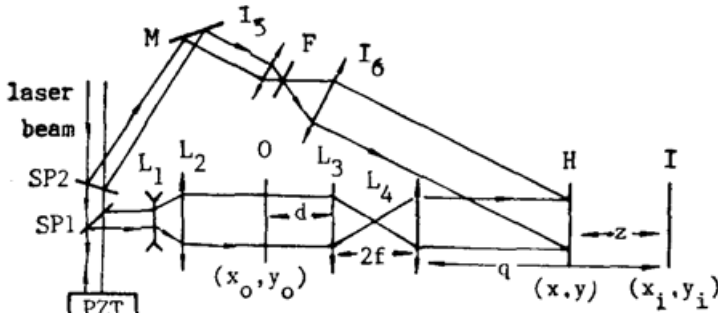


Fig. 1 Recording and reconstructing arrangement of phase-shifting holography

$I_1 \sim I_6$ : Lenses;  $SP1, SP2$ : Splitter;  $O$ : object;  $H$ : Hologram;  $I$ : Image of object;  $F$ : Filter;  $M$ : Mirror

(1) 全息图的形式。当物面上不存在粒子时, 即  $A(x_0, y_0) = 0$ , 由公式(1)得出记录面上的物光复振幅为:

$$\psi_b(x, y) = -B \exp(i\phi) \exp[ik(4f-z)], \quad (3)$$

此时, 记录介质进行第一次曝光, 记录背景光。第一次曝光的光强分布为:

$$I_{1br}(x, y) = |\psi_b(x, y) + R(x, y)|^2 = |\psi_b(x, y)|^2 + c^2 + \psi_b^*(x, y)R(x, y) + \psi_b(x, y)R^*(x, y).$$

然后, 给  $PZT$  加  $\lambda/4$  电压, 则照明物光的相位变为  $\phi - \pi$ , 同时让粒子进入物面  $O$  上, 则记录面上的复振幅为:

$$\psi_0(x, y) = e^{-i\pi} \psi(x, y).$$

再对同一记录介质进行第二次曝光, 光强分布为:

$$I_{2or}(x, y) = |\psi_0(x, y) + R(x, y)|^2 = |\psi(x, y)|^2 + c^2 + e^{i\pi} \psi^*(x, y)R(x, y) + e^{-i\pi} \psi(x, y)R^*(x, y),$$

记录介质上的总光强分布为:

$$I_{bo}(x, y) = I_{1br}(x, y) + I_{2or}(x, y) = [|\psi(x, y)|^2 + |\psi_b(x, y)|^2 + 2c^2] + [\psi_b(x, y) + e^{-i\pi} \psi(x, y)]R^*(x, y) + [\psi_b^*(x, y) + e^{i\pi} \psi^*(x, y)]R(x, y). \quad (4)$$

(2) 全息图再现。将处理后的双曝光相移全息图放回图 1 中原来的位置, 只证参考光  $R(x, y)$  照明全息图。全息图将衍射出三束沿不同方向传播的光, 我们只对由公式(4)中第二方括号项衍射的光感兴趣。设全息图是线性的, 由 Huygens-Fresnel 公式, 在全息图后  $z$  距离处  $(x_i, y_i)$  平面上的复振幅分布为:

$$\psi_{bo}(x_i, y_i) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} [\psi_b(x, y) + e^{i\pi} \psi(x, y)] R^*(x, y) R(x, y)$$

设准直参考光与记录面法线( $z$  轴)之间的夹角为  $\theta$ , 位于  $xy$  平面内, 振幅为  $c$ , 则参考光为:

$$R(x, y) = c \exp(-ikx \sin \theta). \quad (2)$$

相移全息术记录粒子场可以有两种方式, 我们分别称为背景-物相移全息术和物-物相移全息术。下面分别分析它们的记录与再现过程。

### 1. 背景-物相移全息术

$$\times \exp \left\{ \frac{i\hbar}{2z} [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2] \right\} dx dy, \quad (5)$$

把(1)、(2)、(3)式代入(5)式,并化简得:

$$\psi_{\infty}(x_i, y_i) = -BC^2 \exp i\phi \exp(i\hbar 4f) A(-x_i, -y_i), \quad (6)$$

显然,背景已减去,背景噪声也随之消去,只剩下壳粒子,再现象的强度分布为:

$$I_{\infty}(x_i, y_i) = |\psi_{\infty}(x_i, y_i)|^2 = B^2 C^4 A(-x_i, -y_i) A^*(-x_i, -y_i). \quad (7)$$

## 2. 物-物相移全息术

(1) 全息图的形成:用(1)和(2)式描述的物光和参考光,对记录介质第一次曝光,则曝光强度分布为:

$$\begin{aligned} I_1(x, y) &= |\psi(x, y) + R(x, y)|^2 \\ &= |\psi(x, y)|^2 + c^2 + \psi(x, y) R^*(x, y) + \psi^*(x, y) R(x, y), \end{aligned}$$

然后,给 PZT 增加  $\lambda/4$  电压,则准直照明光的相位变为  $\phi - \pi$ 。设粒子的运动速度为  $(v_{x0}, v_{y0}, 0)$ ,则第一次曝光后  $\tau$  时刻,物面上的粒子截面几何为  $A(x_0 - \tau v_{x0}, y_0 - \tau v_{y0})$ ,记录面  $H$  上的物光复振幅分布为:

$$\begin{aligned} \psi_{\tau}(x, y) &= -B \exp[i(\phi - \pi)] \exp[i\hbar(4f - z)] \left\{ 1 + \frac{1}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} A(x_0 - \tau v_{x0}, y_0 - \tau v_{y0}) \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left[ -\frac{i\hbar}{2z} [(x_0 + x)^2 + (y_0 + y)^2] \right] dx dy \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

在  $\tau$  时刻,对同一记录介质进行第二次曝光,其曝光强度分布为:

$$\begin{aligned} I_2(x, y) &= |\psi_0(x, y) + R(x, y)|^2 \\ &= |\psi_0(x, y)|^2 + c^2 + \psi_{\tau}(x, y) R^*(x, y) + \psi_{\tau}^*(x, y) R(x, y). \end{aligned}$$

记录介质上的总曝光强度分布为:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= I_1(x, y) + I_2(x, y) \\ &= [|\psi_{\tau}(x, y)|^2 + |\psi(x, y)|^2 + 2c^2] + [\psi_{\tau}(x, y) + \psi(x, y)] R^*(x, y) \\ &\quad + [\psi_{\tau}^*(x, y) + \psi^*(x, y)] R(x, y). \end{aligned} \quad (9)$$

(2) 全息图再现:将处理后的全息图放回图 1 中原位,只证参考光  $R(x, y)$  照明全息图,全息图将衍射三束光,我们只对公式(9)中的第二方括号项的衍射分量感兴趣。设全息图是线性的,由 Huygens-Fresnel 公式,在全息图后  $z$  距离处  $(x_i, y_i)$  平面上的复振幅分布为:

$$\begin{aligned} \psi_{00}(x_i, y_i) &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} [\psi(x, y) + \psi_{\tau}(x, y)] R^*(x, y) R(x, y) \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{i\hbar}{2z} [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2] \right\} dx dy, \end{aligned} \quad (10)$$

将(1)、(2)式和(8)式代入(10)式并化简得:

$$\psi_{00}(x_i, y_i) = -BC^2 \exp(i\phi) \exp[i\hbar 4f] [A(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0}) - A(-x_i, -y_i)], \quad (11)$$

显然,背景已减去,背景噪声也随之消去,只剩下粒子对。当二次曝光之间,粒子的位移大于粒子的最大直径时,粒子间不重叠,则再现粒子对图像的强度分布为:

$$\begin{aligned} I_{00}(x_i, y_i) &= |\psi_{00}(x_i, y_i)|^2 \\ &= B^2 C^4 [A(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0}) A^*(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0})] \end{aligned}$$

$$+A(-x_i, -y_i)A^*(-x_i, -y_i)。 \quad (12)$$

### 三、再现图像对比度的改进

#### 1. 背景-物相移全息术对比度的改进

由图 1 光路记录通常的离轴粒子场全息图,其再现像的强度分布为<sup>[6]</sup>:

$$I_1(x_i, y_i) = B^2C^4 |1 - A(-x_i, -y_i)|^2 \\ = B^2C^4 \{1 + A(-x_i, -y_i)A^*(-x_i, -y_i) - 2\text{Re}[A(-x_i, -y_i)]\}, \quad (13)$$

设粒子截面几何函数为:

$$A(x_0, y_0) = \begin{cases} a, & (x_0, y_0) \in \text{粒子内部} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

式中  $a$  为实常数,取值范围为  $0 < a \leq 1$ 。

把(14)式代入(13)式可得再现图像的对比度为:

$$V_1 = \frac{I_{1\max} - I_{1\min}}{I_{1\max} + I_{1\min}} = \frac{B^2C^4 - B^2C^4(1 + a^2 - 2a)}{B^2C^4 + B^2C^4(1 + a^2 - 2a)} = \frac{2a - a^2}{2 + a^2 - 2a}。 \quad (15)$$

将(14)式代入(7)式可得背景-物相移全息术再现像的对比度:

$$V_{b0} = \frac{I_{b0\max} - I_{b0\min}}{I_{b0\max} + I_{b0\min}} = \frac{B^2C^4a^2 - 0}{B^2C^4a^2 + 0} = 1。 \quad (16)$$

显然,  $V_1$  是  $a$  的单调递增函数,故  $a=1$ , 即不透明粒子时,  $V_1$  达到最大值 1, 而  $V_{b0}$  恒为 1, 只要  $a > 0$ 。因此,背景-物相移全息术提高 SNR 的同时也提高了再现像的对比度。

#### 2. 物-物相移全息术对比度的改进

由图 1 光路记录的通常双曝光离轴粒子场全息图的再现像的强度分布为:

$$I_2(x_i, y_i) = B^2C^4 |1 - A(-x_i, -y_i) + 1 - A(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0})|^2 \\ = B^2C^4 [4 + A(-x_i, -y_i)A^*(-x_i, -y_i) + A(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0}) \\ \times A^*(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0}) - 4\text{Re}A(-x_i, -y_i) \\ - 4\text{Re}A(-x_i - \tau v_{x0}, -y_i - \tau v_{y0})], \quad (17)$$

上式中已应用了两次曝光之间粒子位移大于最大直径的假设度。将(14)式代入(17)式可得再现像的对比度为:

$$V_2 = \frac{I_{2\max} - I_{2\min}}{I_{2\max} + I_{2\min}} \\ = \frac{4B^2C^4 - B^2C^4(4 + a^2 - 4a)}{4B^2C^4 + B^2C^4(4 + a^2 - 4a)} \\ = \frac{4a - a^2}{8 + a^2 - 4a}。 \quad (18)$$

将(14)式代入(12)式可得物-物相移全息图的再现像对比度为:

$$V_{00} = \frac{I_{00\max} - I_{00\min}}{I_{00\max} + I_{00\min}} \\ = \frac{B^2C^4a^2 - 0}{B^2C^4a^2 + 0} = 1。 \quad (19)$$

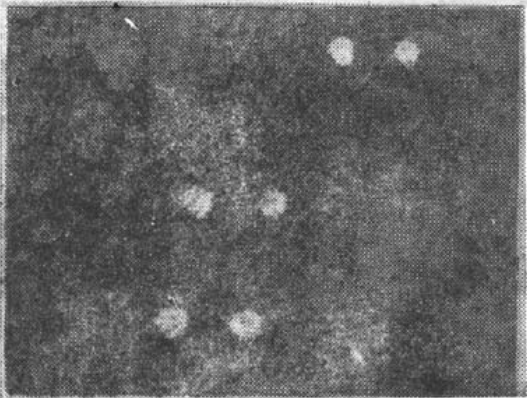


Fig. 2 Photograph of reconstructed image of phase-shifting hologram taken through 8× objective by TV camera

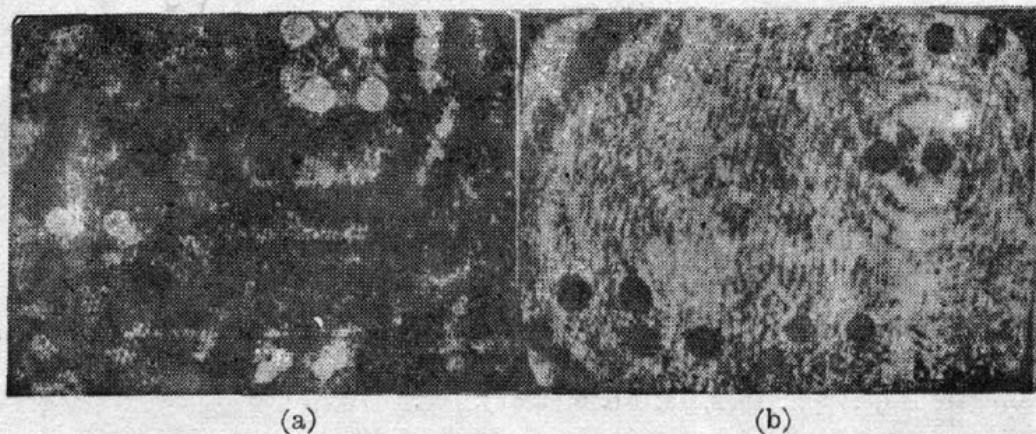


Fig.3 Photographs of reconstructed image of double-exposure hologram taken through  $8\times$  objective by TV camera.  
(a) In-line; (b) off-axis.

显然,  $V_2$  也是  $\alpha$  的单调递增函数, 故  $\alpha=1$ , 即不透明粒子时,  $V_2$  达到最大值 0.6, 而  $V_{00}$  恒为 1, 只要  $\alpha>0$ 。因此物-物相移全息术比通常的双曝光全息术容易获得高对比度的图像。

3. 实验结果及比较: 图 2 为应用图 1 的光路记录的玻璃微珠粒子的物-物相移全息图的再现像。显然, 背景噪声已绝大部分被消去, 剩下的微弱背景是由电噪声、相移不准及全息图再现时的散射噪声等引起的。图 3 的 (a) 和 (b) 分别为用图 1 光路, 用通常的同轴和离轴全息术记录的玻璃微珠的双曝光全息图的再现像。显然, 图 3 (a) 和 (b) 的背景噪声比图 2 的大得多, 这充分显示了相移全息术的优越性。

#### 四、相移的引入方法及相移全息术的应用前景

相移全息术的关键是在两次曝光之间给参物光之间引入相对相移  $\pi$  或更一般的相移  $(2n+1)\pi$  ( $n=0, \pm 1, \dots$ ), 实现两再现波面相减, 达到提高 SNR 和对比度的目的。因此, 相移的精度将直接影响消除背景噪声的程度。此外, 要使相移全息术能用于动态粒子场测量, 还要求相移器具有高响应速度。目前报道的相移方法有压电陶瓷 (PZT) 法<sup>[1]</sup>、电光调制法<sup>[7]</sup>、改变激光波方法<sup>[3]</sup>和光栅法<sup>[8]</sup>。其中电光调制法响应速度快, 而其它三种相移方法响应速度慢。此外, 由于电光调制器的半波电压高, 容易获得高精度相移。基于电光调制器的高响应速度和高相移精度, 若将它和双脉冲激光器同步工作就能将相移全息术应用于动态粒子场测量。其中最具有应用潜力的是一些背景介质不均匀的动态粒子场测量。如煤焊粉燃烧, 固体火箭推进剂燃烧粒子场, 背景介质中存在温度梯度。用全息术测量这样的粒子场的主要困难是背景介质的不均匀性对物光的扰动及大量的背景噪声, 使得再现像的 SNR 极差, 分析困难。多年来, 人们一直未能找到一种消除这些影响的有效方法。现在, 我们认为, 对于那些粒子速度远大于其背景介质的状态变化的相速度的动态粒子场, 可以利用物-物相移全息术来消去不均匀背景介质和背景噪声的影响。因背景变化的相速度远小于粒子运动速度时, 在两次曝光之间相隔的短时间内, 背景几乎不变, 故再现时, 不变的背景就被减去。

结论: 发展了相移全息术应用于粒子场测量的技术与理论。相移全息术能大大地提高再现像的 SNR 和对比度, 使得后继的全息图自动分析容易实现。电光调制相移器由于响应速度快, 相移精度高, 将它与双脉冲激光器联合、同步工作, 使得相移全息术能用于动态粒

子场测量,特别在具有非均匀背景介质的粒子场测量中具有巨大的应用潜力,为解决实际工程中的粒子场测量提供了有力的工具。

### 参 考 文 献

- [1] K. Creath; *Appl. Opt.*, 1985, **24**, No. 18 (Sep), 3053.
- [2] J. Chen; *Appl. Opt.*, 1989, **28**, No. 9 (May), 1615.
- [3] J. Chen, K. Murata; *Optik*, 1988, **81**, No. 1, 28.
- [4] E. Vikhagen; *Opt. Comm.*, 1989, **69**, No. 3 (Jan), 214.
- [5] J. D. Trolinger; *Appl. Opt.*, 1979, **18**, No. 6 (Mar), 766.
- [6] 赖天树, 谭玉山; «高速摄影与光子学», 1990, **19**, No. 1, 52.
- [7] P. Hariharan, B. F. Oreb; *Opt. Comm.*, 1982, **41**, No. 6 (May), 393.
- [8] M. Kujawinska; *Appl. Opt.*, 1988, **27**, No. 2 (Jan), 312.

## Particle field phase-shifting holography

LAI TIANSHU, TAN YUSHAN AND ZHEN WEN

(Research Lab. for Laser & Infrared Applications Xian Jiaotong University, Xian 710049)

(Received 25 June 1990; revised 26 September 1990)

### Abstract

Phase-shifting holography is proposed to record double-exposed hologram whose reconstructed image is formed by subtraction of two reconstructed wavefronts. It can be used to improve SNR, resolution and contrast of the reconstructed image. In this paper, the theory of this technique is developed and the method of introducing phase-shift is discussed. The experimental result is compared with that of common in-line and off-axis double-exposure holography.

**Key words:** particle field, phase-shifting holography.