

多量子阱波导的传输和色散特性

曹 庄 琪

(上海交通大学应用物理系, 上海 200030)

提 要

本文用 Floquet 理论分析了多量子阱(阱垒数 $N \gg 1$)波导的传输和色散特性, 给出了适用于 TE 和 TM 两种偏振态的等效三层平板波导芯子折射率的解析公式, 该公式清楚地说明了多量子阱波导的本征双折射行为。

关键词: 多量子阱波导, 双折射。

一、引 言

由于多量子阱结构特有的传输性质, 近年来它已成为光电子领域中一个重要的光学元件。在光学双稳器件^[1]、量子斯塔克(Stark)调制器^[2]、多量子阱激光器^[3]中, 已获得日益广泛的应用。对多量子阱波导传输性质的理论研究是 Ohke^[4] 等人开始的, 他们用均方根(RMS)近似, 取等效三层平板波导芯子的折射率平方为阱区和垒区折射率平方的加权平均。在 $N \gg 1$ 的情况下, 这种近似对 TE 模是十分有效的, 但应用于 TM 模会产生相当大的误差。Skinner^[5] 等人利用 RMS 近似和整个多量子阱区域的转移矩阵在阱垒数 $N \gg 1$ 时趋近形式, 导出了多量子阱波导的近似色散方程, 并讨论了多量子阱波导的双折射性质。本文系用处理晶格周期势中电子态的 Floquet 理论, 首次导出了适用于 TE 和 TM 两种偏振态的等效三层平板波导的芯子折射率的解析公式, 该公式直接说明了多量子阱波导的本征双折射行为。利用该公式, 不用推导整个多量子阱区域的转移矩阵, 便可直接得到多量子阱波导在 $N \gg 1$ 情况下的近似色散方程。并证明了适用于 TE 模的 RMS 近似和 Skinner 等人得到的近似色散方程是 Floquet 定理的直接推论, 在此基础上, 文中指出了提高多量子阱波导本征双折射的两条有效途径。

二、多量子阱波导的近似色散方程

考虑如图 1 所示的多量子阱波导的折射率分布。设折射率为 n_1 的薄膜厚度为 h , 而 n_2 对应的薄膜厚度为 rh , 整个量子阱区域的厚度为

$$w = [N(1+r) + 1]h, \quad (1)$$

式中 N 为量子阱和垒组成的周期数。图 1 中 n_3 和 n_4 分别为覆盖和衬底的折射率。不失一般性, 假定 $n_1 > n_0 > n_2 > n_3$ 。定义沿 x 方向的四个区域的传播常数分别为

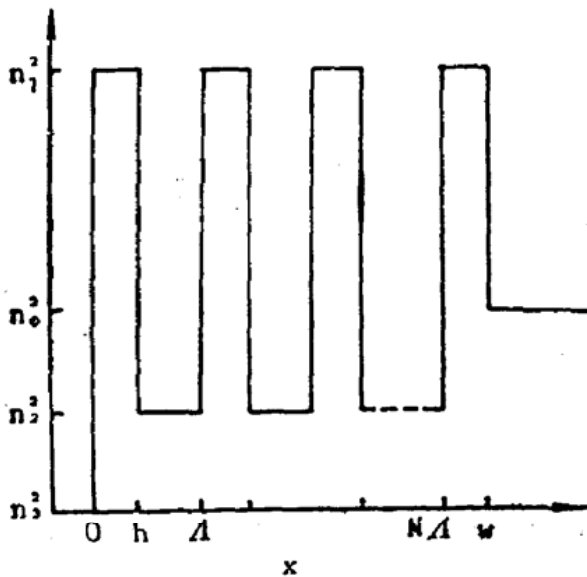


Fig. 1 The dimensions and refractive index depth profile of the MQW waveguide

$$\left. \begin{aligned} q &= (\beta^2 - k^2 n_3^2)^{1/2}, \\ p &= (\beta^2 - k^2 n_0^2)^{1/2}, \\ \alpha &= (\beta^2 - k^2 n_2^2)^{1/2}, \\ \kappa &= (k^2 n_1^2 - \beta^2)^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 β 为导波沿 z 方向的传播常数, $k = \omega/c$ 为自由空间的波数。由各区域的电磁场分布和边界条件, 可导出 n_1 区域和 n_2 区域的转移矩阵分别为^[3]

$$M(h) = \begin{bmatrix} \cos \kappa h & \frac{f_1}{\kappa} \sin \kappa h \\ -\frac{\kappa}{f_1} \sin \kappa h & \cos \kappa h \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$M(\alpha h) = \begin{bmatrix} \cosh \alpha h & \frac{f_2}{\alpha} \sinh \alpha h \\ \frac{\alpha}{f_2} \sinh \alpha h & \cosh \alpha h \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$f_j = \begin{cases} 1, & \text{TE 模,} \\ n_j^2, & \text{TM 模,} \end{cases} \quad (j=0, 1, 2, 3) \quad (5)$$

由量子阱和垒组成的一个周期 A 的转移矩阵为

$$\begin{aligned} M(A) &= \begin{bmatrix} \cosh \alpha h & \frac{f_2}{\alpha} \sinh \alpha h \\ \frac{\alpha}{f_2} \sinh \alpha h & \cosh \alpha h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \kappa h & \frac{f_1}{\kappa} \sin \kappa h \\ -\frac{\kappa}{f_1} \sin \kappa h & \cos \kappa h \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \kappa h \cosh \alpha h - \frac{f_2 \kappa}{\alpha f_1} \sin \kappa h \sinh \alpha h & \frac{f_1}{\kappa} \sin \kappa h \cosh \alpha h + \frac{f_2}{\alpha} \cos \kappa h \sinh \alpha h \\ \frac{\alpha}{f_2} \cos \kappa h \sinh \alpha h - \frac{\kappa}{f_1} \sin \kappa h \cosh \alpha h & \cos \kappa h \cosh \alpha h + \frac{f_1 \alpha}{\kappa f_2} \sin \kappa h \sinh \alpha h \end{bmatrix} \quad (6) \end{aligned}$$

按照熟知的 Floquet 定理, 在周期性分层媒质中传播的波应满足下列关系:

$$\begin{aligned} \cos K A &= \frac{1}{2} \text{Tr} M(A) \\ &= \cos \kappa h \cosh \alpha h + \frac{1}{2} \left(\frac{f_1 \alpha}{\kappa f_2} - \frac{f_2 \kappa}{\alpha f_1} \right) \sin \kappa h \sinh \alpha h \end{aligned} \quad (7)$$

式中 K 为 Bloch 波的波数, 显然有

$$K = (k^2 n_0^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad (8)$$

n_0 即可看作是等效于多量子阱波导的三层平板结构的芯子折射率。

在 $N \gg 1$ 情况下, h 可看作为小量, 于是可对 (7) 式作级数展开, 在只取二级小量的近似下, 可得

$$1 - \frac{1}{2}(K\Delta)^2 = \left[1 - \frac{1}{2}(\kappa h)^2\right] \left[1 + \frac{1}{2}(\alpha r h)^2\right] + \frac{1}{2} r h^2 \left(\frac{f_1^2 \alpha^2 - f_2^2 \kappa^2}{f_1 f_2}\right). \quad (9)$$

利用(2)式和(8)式,由(9)式可得下列关系:

$$n_e^2 = \frac{n_1^2 + r n_2^2}{1+r} - \frac{r}{(1+r)^2} \cdot \frac{(f_1 - f_2)^2}{f_1 f_2} \cdot \beta^2 / k^2. \quad (10)$$

于是,多量子阱波导的近似色散方程可写为

$$\left. \begin{aligned} \frac{K}{f_e} \left(\frac{p}{f_0} + \frac{q}{f_3} \right) &= \left(\frac{K^2}{f_e^2} - \frac{pq}{f_0 f_3} \right) \tan K w \\ f_e &= n_e^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由(10)和(11)两式即可完全确定多量子阱波导的传播模式和色散性质。容易验证,本文得到的色散方程与[5]的趋近解是完全一致的,但这里给出的理论不需要推导整个量子阱区域的转移矩阵。而且在下节可以看到,本文导出的适用于TE和TM两种偏振态的等效折射率的公式(10)清楚地反映了多量子阱波导的双折射性质,并能直接预言提高双折射的可能途径,具有明显的物理意义。

三、本征双折射

为了解多量子阱波导的双折射性质,有必要对(10)式作进一步分析

(1) 对TE模,利用(5)式可得

$$(n_e^{\text{TE}})^2 = \frac{n_1^2 + r n_2^2}{1+r}. \quad (12)$$

上式与由RMS近似得到的结果完全一致。

(2) 对TM模,同样利用(5)式可得

$$(n_e^{\text{TM}})^2 = (n_e^{\text{TE}})^2 - \frac{r}{(1+r)^2} \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{n_1^2 n_2^2} \cdot \beta^2 / k^2. \quad (13)$$

由上式可见, TM模的等效折射率 n_e^{TM} 不是一个常数,它与波导的有效折射率 β^2/k 有关。在 $r \neq 0$ 、 $n_1 \neq n_2$ 的条件下, β^2/k^2 前面的因子是一个正数,因此必有 $n_e^{\text{TM}} < n_e^{\text{TE}}$ 。两种偏振态对应于不同的等效折射率,这就是多量子阱波导具有双折射性质的根源。因此,(13)式是反映多量子阱波导双折射性质的清楚的解析表达式。当 $r=0$ 或 $n_1=n_2$ 时,则有 $n_e^{\text{TE}}=n_e^{\text{TM}}$,多量子阱波导退化为普通的三层平板波导。

容易看出,(13)式右边第二项决定了多量子阱波导双折射的大小,由 β^2/k^2 前面的因子可预言提高双折射的可能途径。

(1) 由于因子 $r/(1+r)^2$ 在 $r=1$ 处取极大值,因此决定量子阱和垒的两基膜的厚度取相同值时,双折射最大。

(2) 由因子 $(n_1^2 - n_2^2)^2 / n_1^2 n_2^2$ 容易看出,两基膜的折射率差愈大,则双折射愈高。

为精确地估计双折射的大小,可定义双折射的极限值为

$$B_\infty = n_e^{\text{TE}} - n_e^{\text{TM}}$$

$$= \sqrt{\frac{n_1^2 + rn_2^2}{1+r}} - n_1n_2 \sqrt{\frac{1+r}{n_2^2 + rn_1^2}} \quad (14)$$

式中 n_e^{TM} 是 β/k 为最大时的极限值。当 n_1 和 n_2 确定以后, B_∞ 随 r 变化的关系由图 2(a) 所示, 可以看出, $r=1$ 时, 双折射取极大值的推论是正确的。同样, 当 $r=1$ 时, (14) 式变为

$$B_\infty = \frac{\sqrt{2(n_1^2 + n_2^2)}}{2(n_1^2 + n_2^2)} \cdot (n_1 - n_2)^2 \quad (15)$$

显然, 这里得到的结果与推论(2)完全一致。 $r=1$ 时, B_∞ 随 $n_1 - n_2$ 变化的关系由图 2(b) 所示, 由图可见, B_∞ 是随折射率差 $n_1 - n_2$ 单调上升的函数。

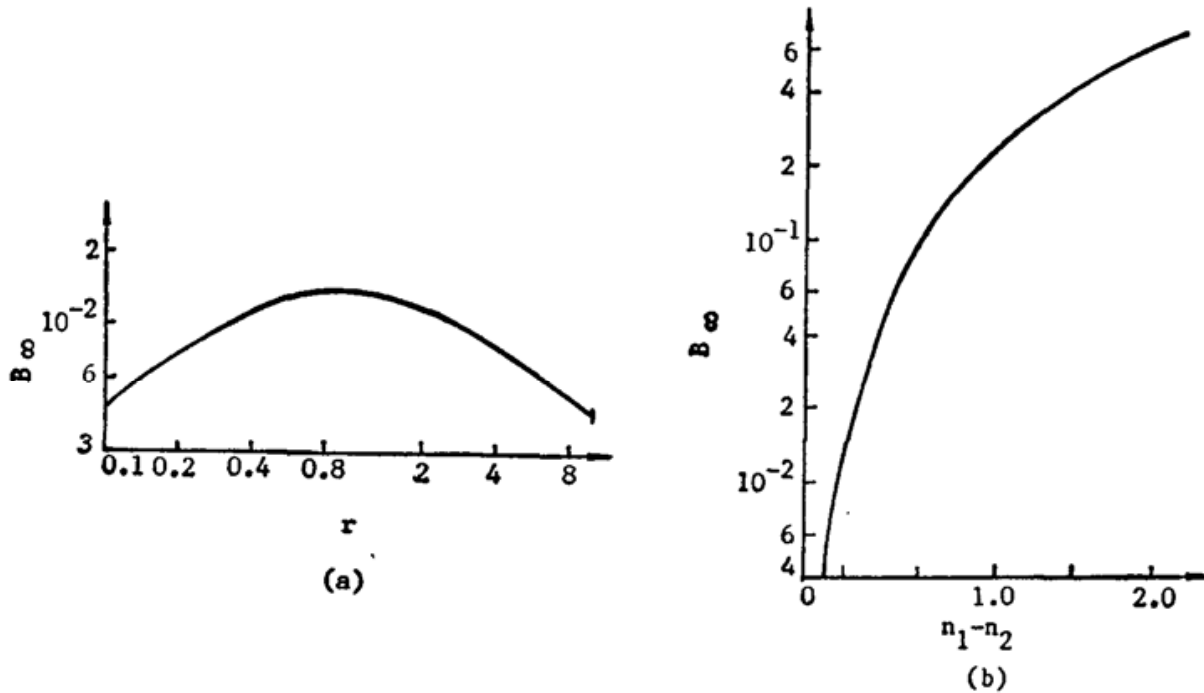


Fig. 2 B_∞ of MQW waveguide against various parameters.

(a) B_∞ versus r , here $n_1=3.5$, $n_2=3.2$; (b) B_∞ versus $n_1 - n_2$, here $r=1$, $n_2=1.5$

四、讨 论

Skinner 在文献[5]中指出, 若保持 n_e^{TE} 和 n_2 不变, 把 n_1 和 r 作为自由参数, 则当 $r \rightarrow \infty$ 时, B_∞ 取极大值。并进而得出结论, 当 $n(x)$ 的峰值愈高, 而薄膜宽度 h 愈窄时, 本征双折射则愈大。实际上, 上述结论只在一定范围内是正确的。由(12)式可知, 当 $r \rightarrow \infty$ 过程中, 若要保持 n_e^{TE} 不变, 则要求

$$n_1^2 = (1+r)(n_e^{\text{TE}})^2 - rn_2^2 \quad (16)$$

把(16)式代入(14)式右边的第二项, 显然, 当 $r \rightarrow \infty$ 时, 有

$$n_1n_2 \sqrt{\frac{1+r}{n_2^2 + rn_1^2}} \rightarrow n_2 \quad (17)$$

这时, 这种结构不能构成光波导, 换句话说, (13)和(11)两式无实数解。构成光波导的必要条件是 $n_e^{\text{TM}} > n_0$, 这时, r 只可能是有限的。为更清楚地说明这个问题, 我们在图 3 中画出了当 n_e^{TE} 、 n_2 固定时, TM_0 模的有效折射率 β/k 随 r 变化的关系曲线。图中标出了各参数的取值。其中 n_e^{TE} 由(12)式取 $r=1$ 、 $n_1=3.5$ 、 $n_2=3.2$ 时的数值。由图可见, 当 $r=5.3$ 时, β/k

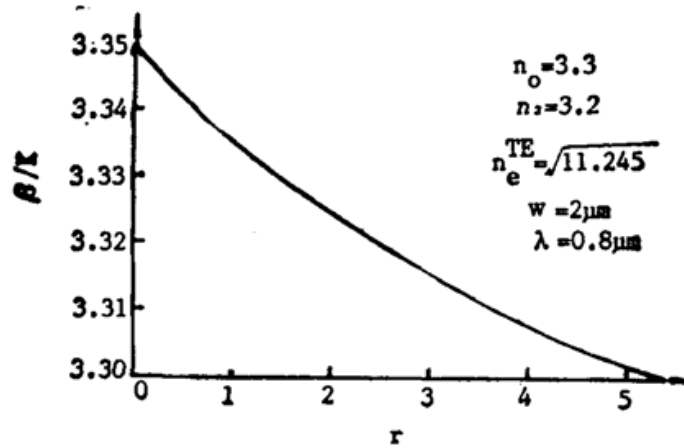


Fig. 3 Computed β/k of the TM_{00} mode as a function of r , here $n_0=3.3$, $n_2=3.2$, $n_e^{TE}=\sqrt{11.245}$, $w=2\ \mu\text{m}$, $\lambda=0.8\ \mu\text{m}$

取截止值 3.3, 这表明 r 不能取大于 5.3 的数值。

参 考 文 献

- [1] H. M. Gibbs, S. S. Tarng *et al.*; *Appl. Phys. Lett.*, 1982, **41**, No. 3 (1 Aug), 221~222.
- [2] T. H. Wood, C. A. Burrus *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1985, **QE-21**, No. 2 (Feb), 117~118.
- [3] W. T. Tsang; *Appl. Phys. Lett.*, 1982, **40**, No. 3 (1 Feb), 217~219.
- [4] S. Ohke, T. Umeda *et al.*; *Opt. Commun.*, 1985, **56**, No. 4 (15 Dec), 235~239.
- [5] I. M. Skinner, R. Shail *et al.*; *IEEE J. Quant. Electron.*, 1989, **QE-25**, No. 1 (Jan), 6~11.
- [6] M. O. Vassell, J. Lee *et al.*; *J. Appl. Phys.*, 1983, **54**, No. 9 (Sep), 5206~5213.

Propagation and dispersion characteristics of MQW waveguides

GAO ZHUANGQI

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiao-tong University, Shanghai 200030)

(Received 24 September 1990)

Abstract

Using Floquet theory, the propagation and dispersion characteristics of the multi-Quantum well (MQW) waveguides is investigated with large numbers of wells and barriers. Analytical formulas for the equivalent MQW waveguide are derived for two polarization states, and the intrinsic birefringence of MQW waveguides is clearly illustrated.

Key words: multi-quantum well waveguides; birefringence.