

傅里叶变换系统的光线矩阵分析方法

谢先闻

(浙江教育学院 数理系, 杭州 310012)

提 要

本文应用光线矩阵方法, 分析一般的非对称系统, 导出了该系统的傅里叶变换条件; 考虑到定位误差, 文中给出了计算夫琅和费傅里叶变换有效区域和物理焦深区的公式; 并得出了在不同波面入射光波的情况下, 谱面移动量的计算公式, 最后给出了二个应用实例。

关键词: 傅里叶变换系统 光线矩阵分析方法。

一、引 言

众所周知, 傅里叶变换系统是进行光学信息处理的一个重要系统, 如何识别一个傅里叶系统及其频谱面的确定, 对实际工作具有指导意义。通常采用菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式来处理是较麻烦的, 特别是该系统包含多个透镜或非常规元件时更是如此, 为此, 产生了光学算符方法^[1], 并得到了很大的发展。而近年来国内外又开始部分地采用更为简洁的光线矩阵方法来研究傅里叶系统, 特别是能处理非常规元件构成的系统^[2, 3], 但其研究的均是旋转对称系统, 而非旋转对称的傅里叶变换系统在许多场合均有应用。近年来更有倍率可变的非对称傅里叶系统产生^[4], 可以相信, 将会有更多新型系统产生^[5]。本文根据光线矩阵方法, 导出一般非对称系统在笛卡儿坐标系中表示的衍射积分公式及其有关特性, 最后作为应用例子分析了二个旋转非对称系统。

二、傅里叶变换条件

一个光学系统可以由一个或数个光线传输矩阵来描述, 该矩阵将二个参考面间光线参数的输入输出关系联系起来, 其中的矩阵元反映了二参考面间光学元件的性质^[6], 考虑一个一般的非对称系统, 即从光源到物平面、物平面到输出平面均含有非对称元件的系统, 通常要用二个 4×4 阶矩阵来描述, 如图1所示。根据文献[7]的张量复曲率的ABCD定律及衍射积分公式, 经过冗长的展开运算, 可以得到输出平面 P_1 上的光场复振幅分布为

$$U_1(x, y) = c \iint t(x_0, y_0) \exp \frac{ik}{2} \left[\left(\frac{A_{11}}{|B|} + Q_{11}^{-1} \right) x_0^2 + \left(\frac{A_{22}}{|B|} + Q_{22}^{-1} \right) y_0^2 + \frac{D_{11}}{|B|} x^2 + \frac{D_{22}}{|B|} y^2 + Q_{12}^{-1} x_0 y_0 + Q_{21}^{-1} x_0 y_0 \right]$$

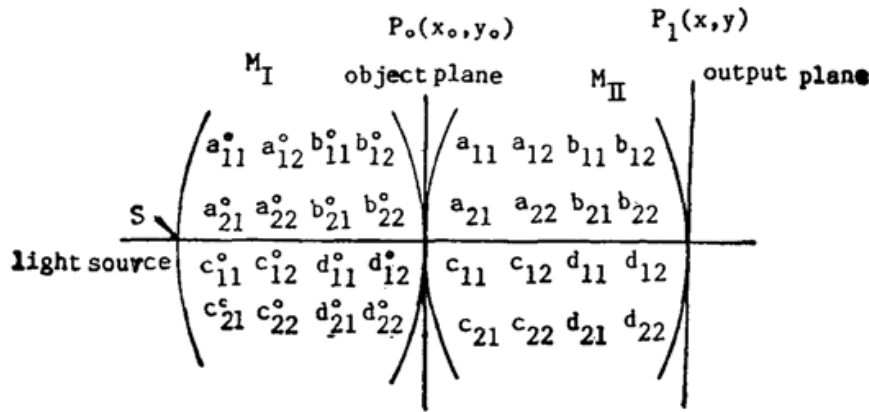


Fig. 1 Schematic diagram of a general asymmetric optical system expressed by ray matrices

$$\begin{aligned}
 & + \frac{n_1}{|B|} (a_{12}b_{22} - a_{22}b_{12} + a_{21}b_{11} - a_{11}b_{21}) x_0 y_0 \\
 & + \frac{n_2}{|B|} (d_{12}b_{11} - d_{22}b_{21} + d_{21}b_{22} - d_{11}b_{12}) xy + 2 \frac{n_1 b_{12}}{|B|} x_0 y \\
 & - 2 \frac{n_1 b_{22}}{|B|} x_0 x + 2 \frac{n_1 b_{21}}{|B|} xy_0 - 2n_1 \frac{b_{11}}{|B|} y_0 y \Big] dx_0 dy_0, \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 |B| &= \det B = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}, \quad A_{11} = n_1 (a_{22}b_{11} - a_{12}b_{21}), \\
 A_{22} &= n_{11} (a_{22}b_{11} - a_{12}b_{21}), \quad D_{11} = n_2 (d_{11}b_{22} - d_{12}b_{21}), \\
 D_{22} &= n_2 (d_{22}b_{11} - d_{21}b_{12}), \\
 Q_{11}^{-1} &= [(c_{11}^0 + d_{11}^0 q^{-1} + d_{12}^0 q_{21}^{-1}) (a_{22}^0 + b_{21}^0 q_{12}^{-1} + b_{22}^0 q_{22}^{-1}) \\
 &\quad - (c_{12}^0 + d_{11}^0 q_{12}^{-1} + d_{12}^0 q_{22}^{-1}) (a_{21}^0 + b_{21}^0 q_{11}^{-1} + b_{22}^0 q_{21}^{-1})] / |T|, \\
 Q_{12}^{-1} &= [(c_{12}^0 + d_{11}^0 q_{12}^{-1} + d_{12}^0 q_{22}^{-1}) (a_{11}^0 + b_{11}^0 q_{11}^{-1} + b_{12}^0 q_{21}^{-1}) \\
 &\quad - (c_{11}^0 + d_{11}^0 q_{11}^{-1} + d_{12}^0 q_{21}^{-1}) (a_{12}^0 + b_{11}^0 q_{12}^{-1} + b_{12}^0 q_{22}^{-1})] / |T|, \\
 Q_{22}^{-1} &= [(c_{22}^0 + d_{21}^0 q_{12}^{-1} + d_{22}^0 q_{22}^{-1}) (a_{11}^0 + b_{11}^0 q_{11}^{-1} + b_{12}^0 q_{21}^{-1}) \\
 &\quad - (c_{12}^0 + d_{21}^0 q_{11}^{-1} + d_{22}^0 q_{21}^{-1}) (a_{12}^0 + b_{11}^0 q_{12}^{-1} + b_{12}^0 q_{22}^{-1})] / |T|, \\
 Q_{21}^{-1} &= [(c_{21}^0 + d_{21}^0 q_{11}^{-1} + d_{22}^0 q_{21}^{-1}) (a_{22}^0 + b_{21}^0 q_{12}^{-1} + b_{22}^0 q_{22}^{-1}) \\
 &\quad - (c_{22}^0 + d_{21}^0 q_{12}^{-1} + d_{22}^0 q_{22}^{-1}) (a_{21}^0 + b_{21}^0 q_{11}^{-1} + b_{22}^0 q_{21}^{-1})] / |T|, \\
 |T| &= (a_{11}^0 + b_{11}^0 q_{11}^{-1} + b_{12}^0 q_{21}^{-1}) (a_{22}^0 + b_{21}^0 q_{12}^{-1} + b_{22}^0 q_{22}^{-1}) \\
 &\quad - (a_{12}^0 + b_{11}^0 q_{12}^{-1} + b_{12}^0 q_{22}^{-1}) (a_{21}^0 + b_{21}^0 q_{11}^{-1} + b_{22}^0 q_{21}^{-1})] / |T|,
 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 $t(x_0, y_0)$ 为 P_0 面的物函数; c 为与 x_0, y_0 无关的常数; q 为入射到 P_0 面的光波波前复曲率。这就是在笛卡儿坐标系中以光线传输矩阵元表示的最一般的非对称系统的衍射积分公式, 根据傅里叶变换的定义, 从(1)式可知, 当同时满足:

$$\left. \begin{aligned}
 \left(\frac{A_{11}}{|B|} + \operatorname{Re} Q_{11}^{-1} \right) \frac{x_{0\max}^2}{\lambda} \ll 1, \\
 \left(\frac{A_{22}}{|B|} + \operatorname{Re} Q_{22}^{-1} \right) \frac{y_{0\max}^2}{\lambda} \ll 1,
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{D_{11}}{|B|} \frac{x_{\max}^2}{\lambda} \ll 1, \\
 \frac{D_{22}}{|B|} \frac{y_{\max}^2}{\lambda} \ll 1,
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

时, 在整个物平面 P_0 及输出平面 P_1 上二次相因子近似为 1, (1) 式中仅有线性相因子存在, 因此 (3)、(4) 式即为最一般的非对称系统的傅里叶变换条件, 称之为系统作傅里叶变换或确定频谱面的判据, 式中 $x_{0\max}^2$ 、 $y_{0\max}^2$ 、 x_{\max}^2 、 y_{\max}^2 为物平面和输出平面 x 、 y 方向的最大线度; Re 为取实部, 一旦系统同时满足判据 (3)、(4), 则为二维的傅里叶变换系统, P_1 即为三维的傅里叶变换平面; 如果系统仅在一个方向 (x 或 y) 上满足这二个判据, 则仅在该方向上执行傅里叶变换; 如果仅满足 (3) 式, 则为夫琅和费变换系统, P_1 面为夫琅和费平面。

考虑到 P_0 、 P_1 面一定的线度, $(x_{0\max}^2/\lambda)$ 、 $(y_{0\max}^2/\lambda)$ 、 (x_{\max}^2/λ) 、 (y_{\max}^2/λ) 总远大于 1 的, 则 (3)、(4) 式可写成

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_{11}}{|B|} + \text{Re } Q_{11}^{-1} &= 0, \\ \frac{A_{22}}{|B|} + \text{Re } Q_{22}^{-1} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{D_1}{|B|} &= 0, \\ \frac{D_2}{|B|} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

判据 (5)、(6) 式同样也是一般非对称光学系统的傅里叶变换条件, 与 (3)、(4) 式相比, 仅有一个差别, 即 (5)、(6) 式决定了准确的傅里叶变换平面, 而 (3)、(4) 式决定了一定的傅里叶变换区域。

当构成系统的光学元件的性质在 x 、 y 二个方向是相互独立时, 即表示系统的光线变换矩阵中交叉项为零时, (1) 式即过渡到二维的 Collins 公式, (3)、(4) 式成为

$$\left(\frac{A_x}{B_x} + \frac{1}{\rho_x} \right) \frac{x_{0\max}^2}{\lambda} \ll 1, \quad \left(\frac{A_y}{B_y} + \frac{1}{\rho_y} \right) \frac{y_{0\max}^2}{\lambda} \ll 1, \quad (7)$$

$$\frac{D_x}{B_x} \frac{x_{\max}^2}{\lambda} \ll 1, \quad \frac{D_y}{B_y} \frac{y_{\max}^2}{\lambda} \ll 1, \quad (8)$$

(5)、(6) 式成为

$$\frac{A_x}{B_x} + \frac{1}{\rho_x} = 0, \quad \frac{A_y}{B_y} + \frac{1}{\rho_y} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{D_x}{B_x} = 0, \quad \frac{D_y}{B_y} = 0. \quad (10)$$

以上各式中 $A_x = a_{11}$ 、 $B_x = b_{11}$ 、 $D_x = d_{11}$ 、 $A_y = a_{22}$ 、 $B_y = b_{22}$ 、 $D_y = d_{22}$ 式中 ρ_x 、 ρ_y 为物面入射光场在 x 、 y 方向的曲率半径, 且 $\rho_x = (b_{11}^0/d_{11}^0)$ 、 $\rho_y = (b_{22}^0/d_{22}^0)$ [8]。

三、夫琅和费与傅里叶变换的有效区域

在谱面 P_1 可以进行光强的测量或对输入信号的频谱进行各种处理, 但实际上总存在着一定的定位误差; 另外在某些情况下又需要人为地在离焦平面上进行特殊的处理 [9], 这一切均有必要确定系统的变换有效区域。

本文以一维的 x 方向的变换为例来讨论这个问题, 且为方便计, 取 $n_1 = n_2 = 1$, 设图 2 中 P_1 为准确的夫琅和费平面, 则需满足判据 (5) 式, 如果在离开 P_1 距离为 Δ 的平面 P'_1 亦要

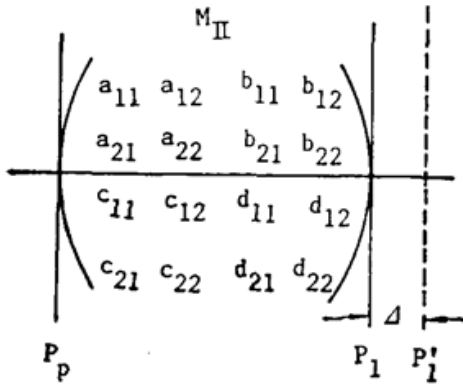


Fig. 2 Schematic diagram for the evaluation of the FT region

成为夫琅和费平面的话, 则需满足判据(3)式, 由于此时从 P_0 到 P'_1 面的光线矩阵元与从 P_0 到 P_1 的不同, 文中在有关矩阵元素加上撇号以示区别, 即需有

$$\frac{A'_{11}}{|B'|} + \text{Re } Q_{11}^{-1} \ll \frac{\lambda}{x_{0\max}^2}, \quad (11)$$

式中 A'_{11} 、 $|B'|$ 与(2)式给出的形式相同, 仅各矩阵元上加了撇号, 即

$$\left. \begin{aligned} A'_{11} &= a'_{11}b'_{22} - a'_{21}b'_{12}, \\ |B'| &= b'_{11}b'_{22} - b'_{12}b'_{21}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

各矩阵元由 M_{II} 与表示距离为 Δ 的自由空间的光线传输矩阵而得

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & b'_{11} & b'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} & b'_{21} & b'_{22} \\ c'_{11} & c'_{12} & d'_{11} & d'_{12} \\ c'_{21} & c'_{22} & d'_{21} & d'_{22} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} & b_{22} \\ c_{11} & c_{12} & d_{11} & d_{12} \\ c_{21} & c_{22} & d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} + \Delta c_{11} & a_{12} + \Delta c_{12} & b_{11} + \Delta d_{11} & b_{12} + \Delta d_{12} \\ a_{21} + \Delta c_{21} & a_{22} + \Delta c_{22} & b_{21} + \Delta d_{21} & b_{22} + \Delta d_{22} \\ c_{11} & c_{12} & d_{11} & d_{12} \\ c_{21} & c_{22} & d_{21} & d_{22} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (13)$$

将(5)式代入(1)式即得

$$\frac{A'_{11}}{|B'|} - \frac{A_{11}}{|B|} \ll \frac{\lambda}{x_{0\max}^2}. \quad (14)$$

利用(12)、(13)、(14)式可得到一般非对称一维夫琅和费衍射系统的有效区域 2Δ 。当又满足 $|B'|$ 时, 此 2Δ 即为傅里叶变换的有效区域。

对于系统在 x 、 y 方向光学性能相互独立的情况, 可得

$$\Delta \ll \left| \frac{(\lambda/x_{0\max}^2) B_x}{c_x - (\lambda/x_{0\max}^2) D_x - (A_x/B_x) D_x} \right|. \quad (15)$$

一般情况下分母中的 $(\lambda/x_{0\max}^2) D_x$ 可以忽略, 如果是平行光入射或是傅里叶变换系统, 则(5)式成为

$$\Delta \ll \left| \frac{(\lambda/x_{0\max}^2) B_x}{c_x} \right|. \quad (16)$$

四、物理焦深区

定义位相偏差等于 $(\sigma/2)$ 所对应的区域为物理焦深区^[10], 可导出该区域以矩阵元表示的计算公式, 为节省篇幅起见, 还是以图 2 来讨论, 只是现在的 Δ 为焦深区的一半, 按定义, (3)式应改为

$$\left[\frac{A'_{11}}{|B'|} + \text{Re } Q_{11}^{-1} \right] \frac{x_{0\max}^2}{\lambda} = \frac{1}{2}, \quad (17)$$

利用(5)式, 即得一般非对称系统计算焦深区的公式

$$\left[\frac{A'_{11}}{|B'|} - \frac{A_{11}}{|B|} \right] \frac{x_{0\max}^2}{\lambda} = \frac{1}{2} \quad (18)$$

对于 x, y 方向光学性能相互独立的情况, 在忽略分母中的 $(\lambda/x_{0\max}^2)(D_x/2)$ 时, 可得

$$\Delta = \frac{(\lambda/x_{0\max}^2)(B_x/2)}{c_x - (A_x/B_x)D_x} \quad (19)$$

在平行光入射或 $(D_x/B_x) = 0$ 时, 分母中的第二项可以略去。

五、谱面的移动量

作为一般的情况, 入射到物平面的是非对称、非均匀波面, 不同波面的光波入射时, 夫琅和费面的位置亦不同。设图 2 中的 P_1 为平行光照明物面时准确的夫琅和费平面, 则由(5)式应有

$$\frac{A_{11}}{|B|} = 0 \quad (20)$$

又设 P'_1 为非平面波照明时的准确的夫琅和费平面, 由(3)式应有

$$\frac{A'_{11}}{|B'|} + \text{Re } Q_{11}^{-1} = 0 \quad (21)$$

式中所有带撇号量由(12)、(13)式决定, 但在目前情况下, Δ 表示的是非平行波面入射时谱面相对于平面波入射时的移动量, 解(20)、(21)式即可得出此 Δ , 对于 x, y 方向光学性能相互独立的情况, x 方向谱面的移动量为

$$\Delta = \left| \frac{B_x}{C_x \rho_x + D_x} \right| \quad (22)$$

又若 $(D_x/B_x) = 0$, 则 $\Delta = |B_x/C_x \rho_x|$ 。以上二式中均不含高斯光束的光斑参量, 由此亦可看出, 对高斯光束入射来说, 谱面的位置仅决定于其波前曲率半径, 而与光斑参量无关。

六、应用例子

作为以上结果的应用, 分析二个非对称的系统。

为简单起见, 设 $n_1 = n_2 = 1$ 以及设物平面由正入射的平行光照明, 因此 $Q_{11}^{-1} = Q_{22}^{-1} = Q_{12}^{-1} = Q_{21}^{-1} = 0$ 。

(1) 含一个绕光轴旋转了 ψ 角的柱透镜的系统, 如图 3 所示。

一个焦距为 f 的柱透镜 L 紧靠物平面 P_0 放置, 输出平面 P_1 与 P_0 距离为 d , 为应用前面得出的判据来找到此系统具体的傅里叶变换条件, 首先须计算从 P_0 到 P_1 的光线传

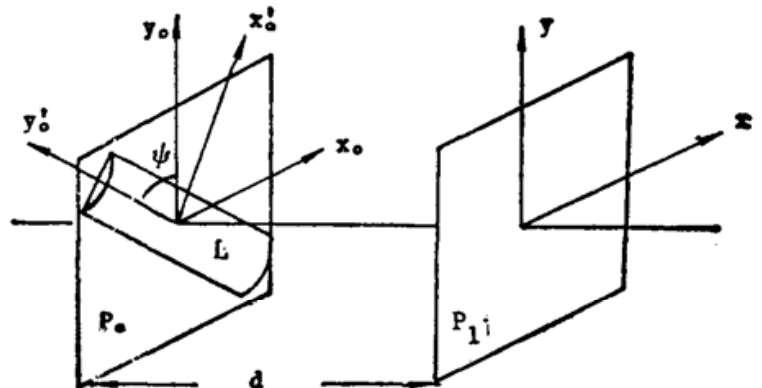


Fig. 3 Configuration of the system with a cylindrical lens

输矩阵,它由表自由空间和柱面透镜的矩阵连乘而得,

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} & b_{22} \\ c_{11} & c_{12} & d_{11} & d_{12} \\ c_{21} & c_{22} & d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & d & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\cos^2 \psi}{f} & \frac{\sin \psi \cos \psi}{f} & 1 \\ \frac{\sin \psi \cos \psi}{f} & -\frac{\sin^2 \psi}{f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$= \begin{pmatrix} 1-d \frac{\cos^2 \psi}{f} & d \frac{\sin \psi \cos \psi}{f} & d & 0 \\ d \frac{\sin \psi \cos \psi}{f} & 1-d \frac{\sin^2 \psi}{f} & 0 & d \\ -\frac{\cos^2 \psi}{f} & \frac{\sin \psi \cos \psi}{f} & 1 & 0 \\ \frac{\sin \psi \cos \psi}{f} & -\frac{\sin^2 \psi}{f} & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

把有关的矩阵元代入(2)式,得

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \left(1-d \frac{\cos^2 \psi}{f}\right)d, & A_{22} &= \left(1-d \frac{\sin^2 \psi}{f}\right)d, \\ D_{11} &= d, & D_{22} &= d, \\ |B| &= d^2. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

由此可见

(i) 当 $\psi=0$ 及 $d=f$ 时,有 $(A_{11}/|B|)=0$,即判据(5)式在 x 方向被满足,亦即该系统在 x 方向作一维的夫琅和费变换;

如果 $\psi=(\pi/2)$ 及 $d=f$,则 $(A_{22}/|B|)=0$,系统在 y 方向作一维的夫琅和费变换;

(ii) 如果 $\psi=(\pi/4)$, $d=2f$,则判据(5)式在 x 、 y 方向同时被满足,系统作二维夫琅和费变换;

(iii) 一般情况下,如果要执行一维的夫琅和费变换,比如 x 方向,则需要条件 $(f/d)=\cos^2 \psi$ 。

应用(1)及(23)式,容易得出各种情况下的输出场,比如对于情况(iii)有

$$\begin{aligned} U(x, y) &= c \exp[(ik/2d)(x^2+y^2)] \iint t(x_0, y_0) \\ &\cdot \exp\left[ik\left(\frac{\sin \psi \cos \psi}{f}y_0 - \frac{1}{d}x\right)x_0\right] \\ &\cdot \exp\left[(ik/2d)\left(1-d \frac{\sin^2 \psi}{f}\right)y_0^2\right] \\ &\cdot \exp[(ik/d)y_0 y] dx_0 dy_0. \end{aligned} \quad (25)$$

将有关矩阵元代入(14)式,可得情况(iii)下 x 方向夫琅和费变换的有效区域为 $2\Delta \ll (2\lambda d^2/x_{0\max}^2)$;

由(18)式可得物理焦深区为 $(\lambda/x_{0\max}^2)d^2$;

如果以波前曲率半径为 P_0 的球面波入射,则相对于平面波入射时的谱面移动量由(21)

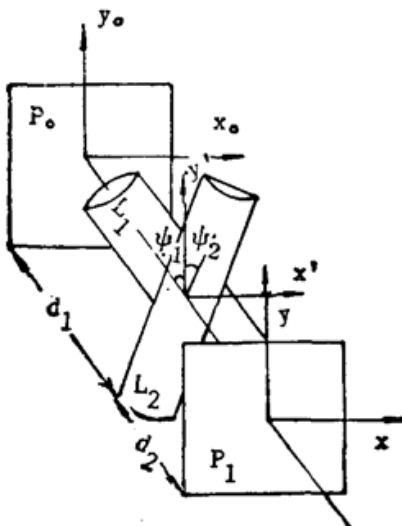


Fig. 4 Configuration of the system with close spaced two thin cylindrical lenses at different orientation

式求得为 $[d^2/(\rho_x - d)]$ 。式中 $\rho_x \neq d$, 否则在有限距离内不存在球面波入射时准确的夫琅和费平面。

(2) 含双薄密接柱透镜的系统如图 4 所示。物平面距此双透镜距离为 d_1 , 输出平面相距为 d_2 , 柱透镜 L_1 、 L_2 的焦距分别为 f_1 、 f_2 , 为找出该系统的傅里叶变换条件, 需进行四个 4×4 阶矩阵的连乘, 但如果将此系统用作 x 、 y 方向独立地对信息进行处理, 如一维成像一维成谱的话, 则有可能化为 2×2 阶矩阵的连乘, 由二个柱面透镜的传输矩阵相乘, 可很容易地找出 x 、 y 方向光学性能相互独立的条件

$$\frac{\sin \psi_1 \cos \psi_1}{f_1} = \frac{\sin \psi_2 \cos \psi_2}{f_2} \quad (26)$$

在此条件下, x 、 y 方向的光学传输矩阵为

$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} A_x & B_x \\ C_x & D_x \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 - d_2 \left(\frac{\cos^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\cos^2 \psi_2}{f_2} \right) & d_1 + d_2 - d_1 d_2 \left(\frac{\cos^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\cos^2 \psi_2}{f_2} \right) \\ - \left(\frac{\cos^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\cos^2 \psi_2}{f_2} \right) & 1 - d_1 \left(\frac{\cos^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\cos^2 \psi_2}{f_2} \right) \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} A_y & B_y \\ C_y & D_y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 - d_2 \left(\frac{\sin^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\sin^2 \psi_2}{f_2} \right) & d_1 + d_2 - d_1 d_2 \left(\frac{\sin^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\sin^2 \psi_2}{f_2} \right) \\ - \left(\frac{\sin^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\sin^2 \psi_2}{f_2} \right) & 1 - d_1 \left(\frac{\sin^2 \psi_1}{f_1} + \frac{\sin^2 \psi_2}{f_2} \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

由此即可见

(i) 如果 $\psi_1 = \psi_2 = \psi$, $f_1 = f_2$, $\sin^2 \psi = 2 \cos^2 \psi$, $d_1 = d_2 = (3f/2)$, 则 $(A_x/B_x) = 0$, $(D_x/B_x) = 0$ 及 $B_y = 0$, $A_y = D_y = -1$, 即在 x 方向作一维的傅里叶变换; 而 $B_y = 0$, 表示在 y 方向成像^[6], 横向放大率和角放大率均为 -1 。

(ii) 如果 $\psi_1 = \psi_2 = (\pi/4)$, $f_1 = f_2 = d_1 = d_2$, 那么判据(9)、(10)式全被满足, 即系统作二维傅里叶变换;

(iii) 当 $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = (\pi/2)$ 以及 $f_1 = f_2 = d_1 = d_2$ 时, 系统也是作二维傅里叶变换;

(iv) 如 $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = (\pi/2)$, $d_1 = d_2 = f_1$, 但 $f_1 \neq f_2$, 则系统在 x 方向执行一维傅里叶变换; 如果要在 y 方向对物函数成像, 则可令 $B_y = 0$, 即得成像条件: $f_2 = (f_1/2)$, 角放大率及横向放大率均为 -1 。

输出场、变换的有效区域等只要将有关的矩阵元代入前面的公式即可得, 此处不再赘述。

七、结 束 语

从上面的二个例子可看到采用光线矩阵方法来分析、设计傅里叶系统具有简洁明了的特点, 只要求出了光线传输矩阵代入有关的公式即可得所需的结果, 从而简化了繁复的积分运算, 此外该方法的物理意义也较清晰: 人们不难从判据(5)式得出夫琅和费平面是光源的共轭象面这一熟知的概念。如果采用有效传输距离的矩阵元表示^[11], 可以得出另一等价的表述: 夫琅和费系统是有效传输距离为零的系统。

作者感谢杭州大学王绍民教授、王效敬副教授对本工作的极大关怀;感谢林强同志多次有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] A. V. Lugt; *Proc. IEEE*, 1966, **54**, No. 9 (Sep), 1055~1063.
- [2] 廖廷梯;《应用激光》,1988, **18**, No. 1 (Jan), 21~24.
- [3] G. G. Racino *et al.*; *Appl. Opt.*, 1986, **25**, No. 19 (Oct), 3418~3424.
- [4] T. Szoplík *et al.*; *Appl. Opt.*, 1984, **23**, No. 6 (Mar), 905~909.
- [5] S. Bana *et al.*; *J. Mod. Opt.*, 1989, **36**, No. 1 (Jan), 21~30.
- [6] Wang Shaomin *et al.*; *«Progress in Optics XXV»*, (ed. E. Wolf, Elsevier, Amsterdam, 1988), 286~288.
- [7] 林 强等;《光学学报》,1988, **8**, No. 7 (Jul), 658~662.
- [8] Wang Shaomin *et al.*; *«Progress in Optics XXV»*, (Ed. E. Wolf, Elsevier, Amsterdam, 1988), 301.
- [9] 陈岩松等;《物理学报》,1989, **38**, No. 10 (Oct), 1722~1726.
- [10] 吕迺先等;《傅里叶光学·基本概念和习题》, (科学出版社,北京,1985), 137~138.
- [11] 范滇元;《光学学报》,1983, **3**, No. 4 (Jul), 319~323.

Analysis of Fourier transform system by using ray matrix method

XIE XIANWEN

(Department of Mathematics & Physics, Zhejiang Educational College, Hangzhou 310012)

(Received 6 February 1990; revised 20 July 1990)

Abstract

For a general asymmetric optical system, the Fourier transform conditions of the system are derived by using the ray matrix method. Taking account of the positioning error, the formulas for determining fraunhofer diffraction, Fourier transform and its physical focal depth region are obtained. The displacement of the spectral plane is also obtained as the incident light is of different wavefront. Two asymmetric systems as the examples are analyzed.

Key words: fourier transfroming, system, ray matrix method.