第11卷 第11期 光 学 学 报 Vol. 11, 969 No. 11
1991年11月 ACTA OPTICA SINICA November, 1991

具有导向磁场的可变 Wiggler 自由电子激光器的物理机制

陈 建 文
(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

提 要

本文在忽略电子间相互作用的条件下，通过求解相对论洛伦兹方程，给出了在附加有导向磁场的可变 Wiggler 场中电子与电磁场相互作用的物理机制。同时讨论了几种通过改变导向磁场或 Wiggler 场参数的方法以提高能量转换速率的方法。

关键词: 自由电子激光, 势阱。

一、引 言

自由电子激光器是将相对论电子束的动能转换成辐射能的装置，从原则上说，借以实现自由电子同辐射场之间能量交换的途径是多种多样的。1951 年 Motz 提出磁韧致辐射原理，斯坦福大学的 Madey 小组在 1975 年第一次获得自由电子的激光放大，次年实现了激光振荡。自由电子激光器最大能量转换效率正比于入射电子束的平均能散度或磁 Wiggler 的周期数。这样，就限制了能量转换效率的提高。为了克服这一缺点，有人建议以可变 Wiggler 场来代替恒定的 Wiggler 场[1~2]；另外，如果在空间周期磁场上再叠加一导向磁场[3]，在满足磁共振条件时，可使激光器的能量转换效率得到可观的提高。本文从理论上探讨这一途径的物理模型，指出提高能量转换效率的方法。

二、单电子运动方程

设辐射场、Wiggler 场以及导向磁场的矢势 $\boldsymbol{A}_L$、$\boldsymbol{A}_W$ 和 $\boldsymbol{A}_a$ 分别为[4]

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{A}_L &= A_L(z)\{\cos(k_L z-\omega_L t)\boldsymbol{e}_x-\sin(k_L z-\omega_L t)\boldsymbol{e}_y\},\\
\boldsymbol{A}_W &= -A_W(z)(\cos k_W z\boldsymbol{e}_x+\sin k_W z\boldsymbol{e}_y),\\
\boldsymbol{A}_a &= (-1/2)B_{/\!/}y\boldsymbol{e}_x+(1/2)B_{/\!/}x\boldsymbol{e}_y,\\
k_L &= (\omega_L/c),\ k_W=(2\pi/\lambda_W),
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中 k_L 为辐射场的波数，λ_W 为磁 Wiggler 场的空间周期。$A_L(z)$ 和 $A_W(z)$ 分别为辐射场、Wiggler 场矢势的振幅。设 $A_L(z)$、$A_W(z)$ 和 $B_{/\!/}(z)$ 均为 z 的缓变函数，即通过一个 Wiggler 周期之后，它们的变化可以忽略不计

$$(dB_{/\!/}/dz)\ll k_W B_{/\!/},\ (dA_L/dz)\ll k_W A_L,\ (dA_W/dz)\ll k_W A_W。 \tag{2}$$

收稿日期: 1991年4月10日

同时假设

$$B_{/\!/}\gg A_W k_W \gg A_L k_L, \tag{3}$$

则单电子的洛伦兹方程为*

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d}{dt}\gamma m\dot{\boldsymbol{r}}=-|e|[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{B}],\\&\boldsymbol{E}=-\partial\boldsymbol{A}/\partial t,\ \boldsymbol{B}=\nabla\times\boldsymbol{A},\ \boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_L+\boldsymbol{A}_W+\boldsymbol{A}_a\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中 e 为电子电荷，m 为电子的静止质量，而 γ 为相对论能量参数。考虑到电子的能量沿其传播方向的变化是一个小量，则电子的横向速度为

$$\left.\begin{aligned}&\dot{x}=(|e|/\gamma m)[A_L\cos(k_Lz-\omega_Lt)-A_W\cos k_Wz-B_{/\!/}y,\\&\dot{y}=-(|e|/\gamma m)[A_L\sin(k_Lz-\omega_Lt)+A_W\sin k_Wz-B_{/\!/}x,\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

考虑到 (3) 式的不等关系，设想相对论电子横向运动的回旋频率主要取决于导向磁场 $\boldsymbol{B}_{/\!/}=B_{/\!/}\boldsymbol{e}_z$，即

$$\Omega_{/\!/}=|e|B_{/\!/}/\gamma m \tag{6}$$

而电子的横向运动轨迹为**

$$x=-r(t)\cos\Omega_{/\!/}t,\quad y=-r(t)\sin\Omega_{/\!/}t, \tag{7}$$

式中 $r(t)$ 是 t 的缓变函数。将(7)式代入(5)式，经过简单计算，求得

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dr}{dt}=-(|e|/\gamma m)\{A_L\cos[\Omega_{/\!/}t+k_Lz-\omega_Lt]-A_W\cos(\Omega_{/\!/}t-k_Wz)\},\\&r(t)=r_0-(|e|/\gamma m)\{(A_L/\Delta\omega)\sin(\Omega_{/\!/}t+k_Lz-\omega_Lt)-(A_W/\Delta\Omega)\sin(\Omega_{/\!/}t)-k_Wz)\},\\&\qquad\Delta\Omega=\Omega_{11}-k_Wu,\quad \Delta\omega=\Omega_0-\omega_r(1-\beta_z),\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

式中 r_0 是电子的初始横向位置。相对论电子轴向速度的变化规律为

$$\left.\begin{aligned}&\gamma m\ddot{z}=-|e|[\dot{x}B_y-\dot{y}B_x],\\&\ddot{z}=-(|e|/\gamma m)^2[A_WA_L(k_L+k_W)\sin(k_Lz-k_Wz-\omega_Lt)\\&\qquad+A_Lk_LB_{/\!/}r(t)\cos(\Omega_{/\!/}t+k_Lz-\omega_Lt)+A_Wk_WB_{/\!/}r(t)\cos(\Omega_{/\!/}t-k_Wz)],\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

三、基本分析——电子与场的相互作用机制

辐射场、Wiggler 场和导向磁场通过与相对论电子的相互作用，耦合成沿电子传播方向作周期性变化的空间势阱，而电子与辐射场之间的能量交换，即可等效于电子在此空间势阱中的能量变化问题。为了尽可能给出一清晰的相互作用物理图像，在计算过程中进行一定的简化和近似。

相对论电子所受到的洛伦兹力的轴向分量 F_z 为

$$F_z=-|e|(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})_z=-|e|(\boldsymbol{v}_\perp\times\boldsymbol{B})_z), \tag{10}$$

式中 $\boldsymbol{v}_\perp=\dot{x}\boldsymbol{e}_x+\dot{y}\boldsymbol{e}_y$ 是电子的横向运动速度，而 F_z 对电子的作用结果是使得电子沿其传播方向形成空间聚束。

* 为计算方便，已设场的标势 ϕ 为零。

** (7)式中的“$-$”是为了计算方便而引进的。

根据场的矢势表达式以及电子横向运动方程(5)式，求得

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{v}_\perp=(|e|/\gamma m)\boldsymbol{A}',\\&\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}_a=(A_Lx+A_Wx+2A_ax)\boldsymbol{e}_x+(A_Ly+A_Wy+2A_ay)\boldsymbol{e}_y,\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

于是 F_z 又可写成

$$F_z=-(|e|^2/\gamma m)(\boldsymbol{A}'\times\nabla\times\boldsymbol{A})_z=-\frac{|e|^2}{\gamma m}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}}{2}+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}_a\right),\tag{12}$$

(12)式中括号内的项为

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}/2)+\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}_a=&(1/2)[A_L^2+A_W^2+(3/4)B_{/\!/}^2(x^2+y^2)]\\&-A_LA_W\cos(k_Lz+k_Wz-\omega_Lt)+A_LB_{1/\!/}\sin(\Omega_{/\!/}t+k_Lz-\omega_Lt)\\&-A_WB_{/\!/}r\sin(k_Wz-\Omega_{/\!/}t),\end{aligned}\tag{13}$$

其中的常数项 $(1/2)[A_L^2+A_W^2+(3/4)B_{/\!/}^2r_0^2]$ 对 z 的微分为零，只有辐射场、Wiggler 场和导向磁场的耦合项才对 F_z 有贡献，在力学中作用力等于势能梯度的负值，因此可以认为(12)式中的各耦合项正比于"聚束势" U

$$\begin{aligned}U\propto&-A_LA_W\cos(k_Lz+k_Wz-\omega_Lt)+A_LB_{/\!/}r\sin(\Omega_{11}t+k_Lz-\omega_Lt)\\&-A_WB_{/\!/}r_0\sin(k_Wz-\Omega_{/\!/}t),\end{aligned}\tag{14}$$

"聚束势" U 在空间以相速度 U_P 沿轴向传播，当电子以近共振速度 $\gg v_p$ 进入 Wiggler 场中之后，根据最小能量原理，电子将落入势阱而形成聚束，其多余的动能即转换为光场的辐射能，这就是所谓的反常朗道阻尼效应。以上分析表明为了提高能量转换效率必须要求：

(1) 势阱 U 越深越好，由(14)式可知，这一点可以通过磁共振，即 $\Omega_{/\!/}\doteq k_Wu$ 来实现，在磁共振条件下，势阱 U 为

$$\left.\begin{aligned}&U\propto-A_LA_W\cos\psi+B_{/\!/}A_Lr_0\sin\psi-B_{/\!/}A_Wr_0\Delta\Omega t,\\&\psi=(k_W+k_L)z-\omega_Lt。\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

(2) 相对论电子束与势阱 U 保持"同步"，也就是说，在电子静止的坐标系中，势阱 U 应近似为一驻波，在数学上这一点可以表示为：ψ 是 z 的缓变函数。

上述两点是设计具有导向磁场的可变 Wiggler 的依据。

四、参量的最佳化

当辐射场的频率 ω_L 给定时，将根据前述的磁共振条件和同步条件来确定 Wiggler 场的振幅 A_W 和空间周期 λ_W，以及导向磁场强度 $B_{/\!/}$ 的取值范围，然后，考虑到电子与场的相互作用对电子运动状态的影响，求出各参数的变化规律，以实现尽可能高的能量转换效率。

1. Wiggler 场的矢势保持不变

在满足磁共振的前提下，势阱 U 在空间传播的相速度 v_p 为

$$v_p=[\omega_L/(k_L+k_W)]。\tag{16}$$

根据同步条件，要求电子的速度 u 满足 $u\geqslant v_p$。[由于电子的轴向速度远大于横向速度，即 $u\gg v_\perp$，则 u 可近似地等于

$$u \doteq (c\sqrt{\gamma^2-1}/\gamma) = (c\sqrt{\gamma_0^2-1}/\gamma_0), \tag{17}$$

式中 γ_0 为电子的初始能量。这样就给出了导向磁场强度 $B_{/\!/}$ 和 Wiggler 场空间周期 λ_W 之间的关系

$$B_{/\!/} = \frac{2\pi mc}{|e|\lambda_W}\sqrt{\gamma_0^2-1}。 \tag{18}$$

考虑到入射的相对论电子束有一定的能量分布 δr, 那么对应于此能散度 $\delta r/r_0$, 导向磁场强度 $B_{/\!/}$ 所允许的变化范围 $\delta B_{/\!/}$ 为

$$\delta B_{/\!/} = \frac{2\pi mc}{|e|\lambda_W}\frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2-1}}\delta\gamma \doteq \frac{2\pi mc}{|e|\lambda_W}\delta\gamma, \quad (r_0 \gg 1) \tag{19}$$

于是，轴向磁场 $B_{/\!/}$ 的取值范围为

$$\frac{2\pi mc}{|e|\lambda_W}(\sqrt{\gamma_0^2-1}-\delta\gamma) \leqslant B_{/\!/} \leqslant \frac{2\pi mc}{|e|\lambda_W}(\sqrt{\gamma_0^2-1}+\delta\gamma)。 \tag{20}$$

对于导向磁场强度和 Wiggler 场空间周期都保持恒定的器件，其能量转换效率受到限制的重要因素之一是：当相对论电子将一部分能量转移给辐射场之后，速度将减缓，结果，电子和场将逐渐退出共振。为此，可以通过改变 $B_{/\!/}$ 或 λ_W、以期在较长的时间范围内，使得磁共振条件得以满足。

根据共振关系式 $(|e|B_{/\!/}/\gamma m) = k_W\dot{z}$ 以及能量的近似表示式 $\gamma \doteq [1-(\dot{z}/c)^2]^{-1/2}$, 当轴向速度有一微小变化 $d\dot{z}$ 时，它对共振状态的影响，可以通过调节 $B_{/\!/}$ 或 λ_W 来抵消，即

$$\frac{|e|}{2\pi m}dB_{/\!/} = \gamma\dot{z}\frac{d\lambda_W}{\lambda_W^2} + \frac{\gamma^2}{\lambda_W}d\dot{z} \doteq -\gamma_0 u\frac{d\lambda_W}{\lambda_W^2} + \frac{\gamma_0^3}{\lambda_W}d\dot{z}, \tag{21}$$

(1) 若保持轴向磁场强度 $B_{/\!/}$ 不变，即 $dB_{/\!/}=0$, 则有

$$(d\lambda_W/\lambda_W) = (\gamma_0^2/u)d\dot{z}。 \tag{22}$$

由于电子的轴向速度逐渐减缓，即 $d\dot{z}<0$, 所以 Wiggler 场的空间周期 λ_W 在沿电子传播的方向上应是递减。如果忽略方程(9)式中的振荡项，有

$$d\dot{z} \doteq \left(\frac{|e|}{\gamma_0 m}\right)^2\frac{2\pi A_W B_{/\!/}\gamma_0}{\lambda_W}dt, \tag{23}$$

将近似表达式代入(23)式，有

$$d\lambda_W \doteq (|e|/mc)^2 2\pi A_W B_{/\!/} r_0 dz, \tag{24}$$

并解得

$$\lambda_W \doteq \lambda_0 - (|e|/mc)^2 2\pi A_W B_{/\!/} r_0 z。 \tag{25}$$

(2) 若保持 Wiggler 场的空间周期 λ_W 不变，即 $d\lambda_W=0$, 则有

$$\frac{|e|}{2\pi m}dB_{/\!/} = \frac{\gamma_0^3}{\lambda_w}d\dot{z}, \quad \frac{dB_{/\!/}}{B_{/\!/}} = -\frac{|e|\gamma_0}{mc}A_w k_w^2\gamma_0 dz。 \tag{26}$$

解得

$$\left.\begin{aligned} &B_{/\!/}(z) = B_{/\!/}(o)\exp(-kz), \\ &k = (|e|\gamma_0/mc)A_w k_w^2\gamma_0, \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

也就是说，导向磁场强度 $B_{/\!/}$ 应沿电子传播方向作指数衰减。这一点，在物理上是很容易理解的，由于电子的回旋频率 $\Omega_{/\!/}$ 正比于导向磁场强度 $B_{/\!/}$ 与电子的能量之比 $(\Omega_{/\!/} \propto B_{/\!/}/\gamma)$, 当电子能量逐渐减小时，$\Omega_{/\!/}$ 也就越来越偏离共振频率，所以如保果要持比值(B_{11}/γ)不变，则要求导向磁场强度 B_{11} 按与 γ 相同的速率衰减。

2. 相互作用距离

根据(15)式，即势阱表达式，如果令 $U=0$，求得

$$|\{k_L[1-(c/u)]+k_w\}z|=k\pi+\operatorname{arc\,tg}(A_w/B_{/\!/}r_0)_\circ\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)\tag{28}$$

设势阱的宽度为 l，则 $l=z_2-z_1$，其中 z_1，z_2 分别满足关系式

$$|\{k_L[1-(c/u)]+k_w\}z_1|=m\pi+\operatorname{arc\,tg}(A_w/B_{/\!/}r_0),\tag{29}$$

$$|\{k_L[1-(c/u)]+k_w\}z_2|=(m+1)\pi+\operatorname{arc\,tg}(A_w/B_{/\!/}r_0),\tag{30}$$

$$l=z_2-z_1=|\pi\{k_L[1-(c/u)]+k_w\}^{-1/2}|_\circ\tag{31}$$

现在考虑两个坐标系：实验室坐标系 Σ 和势阱坐势系 Σ'，其中 Σ' 相对于 Σ 的运动速度为 $\boldsymbol{v}=v_p\boldsymbol{e}_z$，也就是说，在势阱坐标系中 U 处于静止不动的状态，它的宽度 l' 为

$$l'=l[1-(v_p/c)^2]^{-1/2},\tag{32}$$

当电子以速度 $u(u\geqslant v_p)$ 进入 Wiggler 场时，它在 Σ' 坐标系中的速度 u' 为

$$u'=u[1-(v_p/c)^2]^{1/2}[1-(v_p\dot{x}/c^2)]^{-1}\doteq u[1-(v_p/c)^2]^{1/2}_\circ\tag{33}$$

式中用到近似关系：$\dot{x}\ll c$。因此，在势阱坐标系中，电子穿越势阱 U 所需的时间 $\Delta t'$ 为

$$\Delta t'=(l'/u')=l\{u[1-(v_p/c)^2]\}^{-1},\tag{34}$$

而在 Σ 坐标系中，相应的时间间隔 Δt 为

$$\Delta t=\Delta t'[1-(v_p/c)^2]^{-1/2}_\circ\tag{35}$$

有效作用距离 L 为

$$L=u\Delta t=l[1-(v_p/c)^2]^{-3/2}_\circ\tag{36}$$

将 v_p 的表达式(16)式，代入(36)式，同时考虑到 $k_w\ll k_L$，即有

$$L\doteq\frac{k_L}{2k_w}\sqrt{\frac{k_L}{2k_w}}\,l_\circ\tag{37}$$

方程(31)和(37)表明，在于给定的辐射场波长和电子的初始速度 u，有效作用距离 L 将唯一地取决于 Wiggler 场的空间周期 λ_w。现在考虑 λ_w 的变化对 L 的影响。

$$dL=d\left[\left(\frac{\lambda_w}{2\lambda_L}\right)^{3/2}l\right]=\sqrt{\frac{\lambda_w}{2\lambda_L}}\,\frac{l}{\lambda_L}\left(\frac{3}{4}+\frac{l}{\lambda_w}\right)d\lambda_{w\circ}\tag{38}$$

(38)式表明，当 Wiggler 场的空间周期沿电子传播方向递减时，电子与场的有效相互作用长度 L 也将随之变短。由此可见，虽然通过改变 λ_w 可以在较长的时间范围内使得磁共振条件得到满足，但另一方面，却缩短了有效作用距离，所以作者认为，改变参量 λ_w，并不是提高能量转换效率的最佳途径。

3. λ_W 保持不变的情况

相对论电子进入势阱之后所损失的最大能量，正比于势阱的深度，因此，在满足共振条件下，为了提高能量转换效率，要求势阱越深越好。设当：$\psi=\psi_m$ 时，$U=U_{\min}$，令 $(dU/dz)|_{\psi=\psi_m}=0$，求得 ψ_m 为

$$\operatorname{tg}\psi_m=\frac{-A'_W+\lambda_1 b_{/\!/}}{\lambda_1 A_W-b'_{/\!/}}_\circ\tag{39}$$

$$\left.\begin{aligned}&A'_W=(dA_W/dz),\ b_{/\!/}=r_0B_{/\!/},\ b'_{/\!/}=(dB_{/\!/}/dz),\ \lambda_1=k_L[1-(c/u)]+k_W,\\&U_{\min}=-A_LA_W\cos\psi_m+A_LB_{/\!/}r_0\sin\psi_m\\&\quad=-A_L\lambda_2[\lambda_1(A_W^2+b_{/\!/}^2)-(b'_{/\!/}A_W-b_{/\!/}A'_w)^2]^{-1/2},\\&\lambda_2=[(A'_W+\lambda_1b_{/\!/}^2)+(\lambda_1A_W-b'_{/\!/})^2]^{-1/2},\end{aligned}\right\}\tag{40}$$

(40) 式表明，$U_{\min}$ 为 Wiggler 场强度 $B_\perp = A_W k_W$ 以及导向磁场强度 B_{11} 的函数。如果 $(\partial^2 A_W/\partial z^2)$ 和 $(\partial^2 B_{/\!/}/\partial z^2)$ 与 $(\partial A_W/\partial z)$ 和 $(\partial B_{/\!/}/\partial z)$ 相比，可忽略不计。即

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial A_W} &= A_L\lambda_1\lambda_2^3(\lambda_1 A_W - b'_{/\!/})[\lambda_1(A_W^2+b_{/\!/}^2)-(A_W b'_{/\!/} - b_{/\!/} A'_W)] \\ &\quad - A_L\lambda_2(2\lambda_1 A_W - b'_{/\!/}) \\ \frac{\partial U}{\partial b_{/\!/}} &= A_L\lambda_1\lambda_2^3(A'_W+\lambda_1 b_c)[\lambda_1(A_W^2+b_{/\!/}^2)-(A_W b'_{/\!/} - b_{/\!/} A'_W)] \\ &\quad - A_L\lambda_2(2\lambda_1 b_{/\!/} + A'_W),\end{aligned}\right\} \tag{41}$$

令 $(\partial U/\partial A_W)=0$，$(\partial U/\partial b_{/\!/})=0$，由方程(41)式给出

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1\lambda_2^2(\lambda_1 A_W - b'_{/\!/})[\lambda_1(A_W^2+b_{/\!/}^2)-(A_W b'_{/\!/} - b_{/\!/} A'_W)] &= 2\lambda_1 A_W - b'_{/\!/}, \\ \lambda_1\lambda_2^2(A'_W+\lambda_1 b_{/\!/})[\lambda_1(A_W^2+b_{/\!/}^2)-(A_W b'_{/\!/} - b_{/\!/} A'_W)] &= 2\lambda_1 b_{/\!/} + A'_W,\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

(1) 若 $b'_{/\!/}=0$，$A'_W=0$，即 Wiggler 场强和导向场强均为常数，此时有

$$U_{\min} = -A_L\lambda_1\sqrt{A_W^2+b_{/\!/}}。 \tag{43}$$

从表面上看，只要采用足够强的 Wiggler 场和导向场，就可以使势阱能任意深，而能量转换效率也可以无限止地提高。但在实际上，$U_{\min}$ 却受到两个附加条件的限止：

第一必须满足由共振条件给出的取值范围(21)式；

第二根据(39)式可知

$$\mathrm{tg}\{k_L[1-(c/u)]+k_W\}z_m = -(b_{/\!/}/A_W)。 \tag{44}$$

由于 z_m 不得大于相互作用长度 l，而正切函数又是单调上升的，所以要求

$$(b_{/\!/}/A_W) < |\mathrm{tg}\{k_L[1-(c/u)]l + k_W l\}|。 \tag{45}$$

此外还有一点要补充说明的是，上述公式是根据方程 (3) 式所表述的近似条件导出的，因此，在确定 A_w 的取值范围时，还必须兼顾不等关系 $B_{/\!/} \gg A_w k_w$。

(2) 若 $b'_{/\!/}\neq 0$，$A'_w \neq 0$，亦即 Wiggler 场强和导向场强都是 z 的函数，此时，由方程(42)式求得：

$$\frac{d}{dz}(b_{/\!/}^2 + A_{/\!/}^2) = 0, \tag{46}$$

亦即 $(b_{/\!/}^2 + A_w^2)$ 是一常量，考虑到为了满足磁共振条件，B_{11} 应是递减的，所以 A_w 应是递增的。

将方程(27)式代入(46)式，即有

$$\left.\begin{aligned}b_{11}\frac{db_{/\!/}}{dz} = -A_w\frac{dA_w}{dz} &= -\lambda_0 A_w b_{/\!/}^2, \\ \lambda_0 = (|e|r_0/mc)k_w^2 r_0&。\end{aligned}\right\} \tag{47}$$

考虑到 $b_{/\!/}^2 + A_w^2 = \lambda^2 =$ 常数，可得

$$\frac{dA_w}{\lambda^2 - A_w^2} = \lambda_0 dz, \quad [b_{/\!/}^{-1}(\lambda^2 - b_{/\!/}^2)^{-1/2}]db_{/\!/} = -\lambda_0 dz。 \tag{48}$$

(48)式的解分别为

$$\left.\begin{aligned}A_w(z) &= \lambda\,\frac{[\lambda + A_w(0)]\exp(2\lambda\lambda_0 z) - [\lambda - A_w(0)]}{[\lambda + A_w(0)]\exp(2\lambda\lambda_0 z) + [\lambda - A_w(0)]}, \\ \frac{b_{/\!/} - \sqrt{\lambda^2 - b^2}}{b_{/\!/}} &= \frac{b_{/\!/}(0) - A_w(0)}{b_{/\!/}(0)}\exp(-\lambda_0\lambda z)。\end{aligned}\right\} \tag{49}$$

而 λ^2 以及 $b_{\parallel}(o)$ 和 $A_w(0)$ 均可根据磁共振条件和方程(45)式确定之。

综合上述，我们认为参量 $B_{\parallel}$ 和 A_w 的变化作用是不同的，前者是为了保证磁共振条件得到满足，而后者则是增加电子在势阱中的能量损耗比，二者相辅相成，有效地提高了能量转换效率。

五、结　语

本文通过求解相对论电子的运动方程，根据电子在聚束势阱中的运动状态变化，讨论了在具有导向磁场的 Wiggler 场中电子与辐射场相互作用的物理机制。计算结果表明，当 Wiggler 场强沿电子束的传播方向递增而导向场强递减时，可以提高自由电子激光器的能量转换效率。

参 考 文 献

[1] N. M. Kroll *et al.*; «*Physics of Quantum Electronics* edited by S F. Jacobs *et al.*,», (Addison Wesley publishing Company, 1980), 7, 89;

[2] H. Boehmer *et al.*; *Phys. Rev. Lett.*, 1982, **48**, No. 3 (Jan), 141.

[3] H. P. Freumd; *Phy. Rev.* (*A*), 1981, **24**, No. 4(Oct), 1965. Zhang Dake, Chen Jianwen; *Scientia Sinica* (*Series A*), 1987, No. 4 (April) 438.

[4] W. B. Colson; *Phys. Lett.*, 1976, **59A**, No. 3 (March) 187.

Physical mechanism of free-electron laser with guide magnetic field and variable Wiggler field

CHEN JIANWEN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica Shanghai* 201800)

(Received 10 April 1991)

Abstract

In this paper a physical mechanism of free-electron interacting with electromagnetic fields at guide magnetic field and variable Wiggler field is given on the basis of the relativistic Lorentz equation under the condition of interaction between electrons neglected. Methods of elevating the energy-transfer rate are discussed by varying the parameters of guide or Wiggler fields.

Key words: free-electron laser, potential well.